


ACCESSIONS.
(206,73)
SHELF NO.
C.5113.2
V. 2
SICUT PATRIBUS SIT DEUS NOBIS
BOSTONIA CONDITA A.D. 1630.
CIVITATIS REGIMINE DONATA A.D. 1822.
NATH. BOWDITCH OB. MAR. XVI. MDCCCXXXVIII
BOSTON PUBLIC LIBRARY
FROM THE
Bowditch Fund.
Recd. Feb. 7, 1891.



COMÉTOGRAPHIE
OU
TRAITÉ
HISTORIQUE ET THÉORIQUE
DES COMÈTES.

Par M. PINGRÉ, *Chanoine Régulier & Bibliothécaire de Sainte-Geneviève, Chancelier de l'Université de Paris, de l'Académie Royale des Sciences.*

Tome Second.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCLXXXIV.

TABLE DES ARTICLES.

TROISIÈME PARTIE.

QUATRIÈME PARTIE.



COMÉTOGRAPHIE.



COMÉTOGRAPHIE.

SECONDE PARTIE.

SECTION III.

HISTOIRE DES COMÈTES

Qui ont paru depuis le commencement du dix-ſeptième ſiècle juſqu'à préſent.

TYCHO avoit commencé à perfectionner les inſtrumens aſtronomiques; mais ils furent portés durant le dix-ſeptième ſiècle à un plus haut degré de perfection : d'ailleurs l'invention des téleſcopes & du micromètre, & l'application du pendule aux horloges donnèrent beaucoup plus de précision aux obſervations. Ajoutez à cela que l'exemple de Tycho avoit puiſſamment influé ſur les eſprits ; on étudioit le Ciel avec plus d'attention, on ſaiſiſſoit les nouveaux phénomènes avec plus de facilité, on les ſuivoit avec plus de ſoin ; tous les Aſtronomes les obſervoient de concert ; ils ſe communiquoient leurs obſervations; on les trouve preſque toutes raſſemblées dans des livres qui ſont entre les mains de tout le monde. Ces conſidérations exigent que je change de marche. Si l'on en excepte quelques Comètes, & ſur-tout celles qui ont été obſervées par Tycho, j'ai détaillé juſqu'à préſent toutes les

circonſtances de l'apparition des Comètes, que j'ai pu recueillir dans les Écrits des anciens Auteurs; ce détail m'a paru néceſſaire, il pourra ſervir à déterminer les différens retours de ces Comètes, lorſque leurs apparitions réitérées auront fait connoître la durée de leur révolution périodique. Ces détails deviennent déſormais inutiles; des circonſtances minutieuſes n'ajouteroient aucun poids à des obſervations préciſes & multipliées. Je crois devoir même me diſpenſer de rapporter ces obſervations, je me contenterai d'indiquer les Ouvrages où l'on peut trouver les meilleures : un détail complet de tout ce qui a été dit, fait & obſervé ſur chaque Comète en particulier, rendroit cette Section trop inutilement volumineuſe; Lubienietzki n'a-t-il pas trouvé le ſecret de compoſer un gros volume *in-folio* ſur la ſeule Comète de 1664?

L'orbite de preſque toutes les Comètes ſuivantes eſt calculée; j'en avertirai ſur chaque Comète, & j'apprécierai même la préciſion du calcul de chaque orbite, lorſqu'il y aura quelque lieu de la révoquer en doute. Mais quant aux élémens de chaque orbite particulière, j'ai cru qu'il ſeroit plus commode de les renvoyer tous à une Table générale qui terminera cette Section. Reprenons le fil de notre Hiſtoire. Je ne mets plus d'Aſtériſque * à l'année des Comètes dont feu M. Struyck reconnoiſſoit la réalité; s'il y a quelque différence entre lui & moi ſur cet article, j'en avertirai.

Lub. 1602. *Comète.* Ce n'étoit point une Comète, mais une Étoile fixe, qui paroît & diſparoît ſur la poitrine du Cygne : Képler l'avoit obſervée dès l'an 1600.

Fabric. memorab. Eckſt. 1604. *Comète.* C'étoit une nouvelle Étoile au pied oriental d'Ophiuchus.

1606. « Taxil obſerva dans Arles, à quatre heures du » matin du 19 Septembre, une grande Comète, qu'il vit le » vingt-huitième jour d'Octobre, à même heure, du côté du » levant, à quatre degrés de l'Étoile de la première grandeur » de la queue du Lion; & la nuit du même jour, 28 Octobre, » il en remarqua une autre le ſoir du côté du couchant, deux

heures après le Soleil couché, fort proche des Étoiles qui sont, dit Taxil, au bec du Scorpion ». Il est à présumer qu'une grande Comète qui auroit été visible durant un mois & plus, n'auroit pas échappé aux Képler, aux Longomontan, &c. Les observations de Taxil ont sans doute été faites en 1607 & non pas en 1606 : celles du 19 Septembre matin & du 28 Octobre au soir, conviennent trop bien à la Comète suivante. Quant à ce qu'il a vu ou cru voir le 28 Octobre matin, ce pouvoit n'être qu'un simple météore.

Comiers, p. 340.

1607.

Retour de la Comète d'Halley. Elle fut observée par Képler à Prague, par Longomontan à Coppenhague & à Malmoe ou Malmuyen dans la Scanie. On peut voir leurs observations dans Képler, *De Cometis libelli tres, p. 25 & sequ.* dans *Astronomiæ Danicæ Appendix, p. 25 & sequ.* dans Riccioli, *Almagest. t. II, lib. VIII, sect. 1.ª, c. III,* enfin dans Halley, *Synopsis Astronomiæ Cometicæ.* On peut aussi consulter Snellius, *c. III.*

L'orbite de cette Comète est calculée par Halley. On donne ordinairement ce calcul pour un *à-peu-près,* & je conviens qu'Halley n'a pu y mettre la même précision que dans plusieurs autres orbites qu'il a calculées; Képler & Longomontan n'avoient point d'instrumens susceptibles d'une telle précision. Mais quiconque voudra se donner la peine de comparer les observations de Képler avec celles de Longomontan, & de combiner entr'elles les circonstances de l'apparition de la Comète d'Halley en 1607, conviendra facilement que le calcul donne à cette Comète en 1607 une orbite bien plus précise que toutes celles auxquelles on a ajouté la note de l'*à-peu-près,* plus exacte même que quelques-unes de celles qu'on n'a pas affectées de cette note.

1609. *Horrible Comète,* dont parle l'Inventaire général de l'Histoire de France. J'ai parcouru toute l'année 1609 de cet Inventaire, sans y trouver la plus légère mention de cette horrible Comète.

Comiers, p. 343.

1614. Le 26 Février, pendant qu'à Grenoble on célébroit le Jubilé en l'Église de Saint-André, *tout le monde vit* depuis une heure après midi jusqu'à la nuit, *une Comète ou une Étoile nouvelle* au-dessus du pinacle. C'étoit sans doute un météore, ou peut-être même quelque phénomène électrique.

Comiers, p. 346.

1618. Première Comète.

Comiers, ibid.

On ne nous parle de rien moins que de six Comètes observées cette année. Allons par ordre. L'apparition de la première ne souffre aucune difficulté : on la découvrit à Caschau ou Cassovie en Hongrie dès le 25 Août ; le 27 du même mois on la vit près de Lintz en Autriche : en ces deux jours elle se levoit le matin vers trois heures ; sa queue étoit dirigée vers l'occident.

Le 1.er Septembre, Képler la découvrit au matin avec beaucoup de peine, tant elle étoit petite & obscure ; en la comparant aux Étoiles voisines, Képler jugea qu'elle étoit en 10 degrés du Lion avec $21^d\ 30'$ de latitude boréale.

Le 2, elle avoit rétrogradé de près d'un degré, la latitude restant à peu près la même, d'où Képler conclut, avec peu de justesse, que le 25 Août précédent elle devoit être vers 17 ou 18 degrés du Lion, avec une latitude boréale d'environ 18 degrés.

Le 3, elle étoit au-dessus d'une Étoile informe de quatrième grandeur, dont la longitude est (en 1600) selon Tycho, de $4^s\ 8^d\ 10'$, & la latitude boréale de $20^d\ 42'$: (c'est la dixième du petit Lion, dans le Catalogue britannique).

Le 6, à l'œil nu, on ne voyoit plus de queue ; au télescope, la Comète paroissoit assez grande & ressembloit à un nuage, de la partie supérieure duquel on voyoit naître une chevelure très-courte.

Le 21, le 22 & le 23, la Comète passa sous l'Étoile informe que Tycho place en 1600 par $3^s\ 29^d\ 49'$ de longitude, & $23^d\ 41'$ de latitude boréale (c'est n de la grande Ourse) : sa plus grande proximité à cette Étoile fut le 23 Septembre ; elle n'en étoit distante que d'environ un demi-diamètre de la Lune.

Képler la vit pour la dernière fois le 25 Septembre vers 28 degrés de l'Écreviſſe, avec 23^{d} 30′ de latitude boréale. *Kepl. de Com. p. 47, 48.*

J'ai calculé ſur ces obſervations l'orbite de la Comète ; on conçoit facilement que ſa préciſion ne peut être fort grande.

Dans le ſecond volume des Œuvres de Galilée, on trouve un opuſcule ou une thèſe aſtronomique *ſur les trois Comètes de l'an 1618.* Il y eſt dit qu'en comparant les obſervations faites de la première Comète en Allemagne & en Italie, on trouve que le 25 Août elle étoit entre la vingt-deuxième & la trente-neuvième Étoile de la grande Ourſe (ſuivant le Catalogue de Tycho), que par ſon mouvement propre elle parvint en quatre jours aux pattes de devant, de manière que le 2 de Septembre on la vit ſous les Étoiles trente-troiſième & trente-quatrième, où elle s'évanouit. Nous avons cru devoir nous en rapporter plutôt aux obſervations de Képler, qu'aux conjectures de l'Auteur de cette thèſe.

1618. *Deuxième Comète* de l'imagination de Comiers. « Elle parut, dit-il, le 20 Octobre à 5^{h} 30′ du matin juſqu'au 29 Novembre, s'étant au rapport de Képler, « *page 50*, diviſée en deux ». Guillaume Schickard vit à Wirtemberg, le 20 Octobre, un dragon volant ou un flambeau, qui deſcendit de la tête d'Andromède par le Poiſſon boréal, entre la tête du Bélier & le Triangle, juſqu'à la mâchoire de la Baleine ; mais, comme l'obſerve judicieuſement Képler, ce météore élémentaire ne mérite pas le nom de Comète. La prétendue Comète qu'Urſin dit avoir été vue le 30 Octobre à Cologne au nord-eſt, & qu'il dit n'avoir pas duré long-temps, étoit auſſi ſans doute un météore. *Comiers, p. 347.* *Kepl. de Com. p. 51.* *Ibid.*

1618. Deuxième Comète.

Struyck n'admettoit pas l'exiſtence de cette Comète ; il croyoit apparemment qu'elle ne différoit pas de la précédente ou de la ſuivante. On la découvrit le 10 Novembre en Siléſie ; le même jour à Rome, depuis 16^{h} 20′ juſqu'à 18^{h} 40′ (temps compté ſelon la méthode des Aſtronomes), on détermina que l'extrémité de ſa queue étoit entre le point équinoxial

& 18 degrés de la Balance avec 15 degrés de latitude auſtrale, d'où Képler conjecture que ſa tête pouvoit être dans les dix premiers degrés du Scorpion. A Iſpahan en Perſe, Garcia Silva de Figuéroès, Ambaſſadeur du Roi d'Eſpagne, vit cette même Comète durant quinze ou ſeize jours, à commencer du 10 Novembre, deux heures avant le lever du Soleil; elle étoit entre le ſud & l'eſt; la longueur de ſa queue égaloit la ſixième partie du Zodiaque.

Kepl. Com. p. 51.

Longom. p. 38.

Les jours ſuivans on vit la queue de cette Comète en divers lieux de l'Europe. Le 20 Novembre à cinq heures & demie du matin, Képler obſerva ſous les Étoiles du quadrilatère du Corbeau, une traînée de lumière blanche comme du lait, dont l'extrémité, recourbée en haut, atteignoit l'extrémité de la coupe; le noyau étoit caché dans le crépuſcule. Képler croit que la tête étoit près de celle du Centaure, vers les dix premiers degrés du Scorpion; il en conclut, contre ce qu'il avoit penſé d'abord, que le 10 (ou le 11 matin), lorſqu'on l'obſervoit à Rome, elle devoit être vers 16 degrés du Scorpion, avec 8 degrés de latitude vers le ſud.

Le Mercredi 21 Novembre, la queue commença à ſe lever vers deux heures & demie du matin, l'aurore ne permit pas de voir la tête. Le 23, la queue avoit décliné vers le ſud. Képler ne put faire aucune obſervation les jours ſuivans à cauſe des nuages.

Le P. Maximilien Marſilius aſſura à Képler, que le 24, à Budweiſſ en Bohème, il avoit vu très-diſtinctement en plein jour la tête & la queue de la Comète.

Enfin Képler vit encore cette queue de Comète le 27 à cinq heures & demie, & le 29 à cinq heures du matin. Ceux qui ſeroient curieux d'un plus long détail ſur cette queue de Comète, peuvent ſe ſatisfaire dans l'Ouvrage même de Képler. Il nous ſuffit de remarquer qu'elle devenoit de jour en jour plus auſtrale.

Kepl. Com. p. 51 & ſequ.

A Rome, au Collége Romain, le 18 Novembre au matin, les Jéſuites, au rapport de leur confrère Blancanus,

virent une grande poutre, longue de 40 degrés, qui, par ſon mouvement propre, parcourut en onze jours l'eſpace de 24 degrés, depuis la coupe juſqu'au cœur de l'Hydre. Le 29 Novembre au matin, Blancanus vit pour la dernière fois cette poutre, & pour la première fois la Comète ſuivante; la poutre étoit vers le midi, étendue le long de l'horizon. *Blanc. Coſ. p. 161.*

Il n'eſt pas douteux que cette poutre ne fût la queue d'une Comète, dont la tête fut toujours cachée dans le crépuſcule ou ſous l'horizon. A Iſpahan, dont la latitude eſt moindre que toutes les villes d'Europe où cette Comète fut obſervée, Figuéroès diſtingua clairement ſa tête. Il n'eſt pas moins conſtant qu'il faut diſtinguer cette Comète de la ſuivante; une même Comète n'auroit pas été du Scorpion au cœur de l'Hydre, pour retourner de-là au Scorpion, reprendre enſuite ſon cours rétrograde, & aller du Scorpion juſqu'à l'Écreviſſe. Ajoutez à cela que Figuéroès à Iſpahan, Blancanus à Parme, des Jéſuites à Goa, & Képler à Lintz, ont vu ces deux Comètes en même temps. Il eſt vrai que Képler a ſoupçonné que ce n'étoit qu'une ſeule & même Comète qui s'étoit diviſée en deux : *quandoque bonus dormitat Homerus.* *Ricc. p. 17. Kepl. Com. & Ep. p. 602.*

1618. Troiſième, *quatrième & cinquième* Comète. La troiſième Comète de Comiers eſt la précédente vue en Europe; la quatrième & la cinquième ſont celles qui furent vues à Iſpahan par Figuéroès. Il n'y a point de difficulté par rapport à la première de ces deux Comètes de Figuéroès; tous, excepté Comiers, conviennent qu'il ne faut pas la diſtinguer de celle dont on vit dans le même temps la queue en Europe. Quant à la ſeconde, Riccioli veut qu'on la diſtingue de la Comète ſuivante, & voici ſon raiſonnement. « Douze ou treize jours après l'apparition de cette (première) Comète, dit Figuéroès (donc le 22 ou 23 Novembre), « il en parut une autre; elle étoit chevelue, & de la couleur « de Vénus, qu'elle égaloit ou qu'elle ſurpaſſoit de peu en « grandeur. Elle ſe levoit à l'orient de l'équinoxe. Plus petite « d'abord que la première, elle prenoit tous les jours de «

» nouveaux accroiſſemens, de manière qu'elle parvînt preſque
» à égaler la précédente. Son mouvement propre la portoit
» preſque verticalement du ſud au nord. Trois ou quatre jours
» après ſa première apparition, l'autre ſe diſſipa. Elles durèrent
» peu l'une & l'autre; la ſeconde ceſſa de paroître au bout de
dix jours ». Cette Comète, dit Riccioli, ſe diſſipa donc vers le 3 Décembre; or la Comète ſuivante parut juſqu'au 20 Janvier; donc ces deux Comètes ſont différentes. Nous répondons que la Comète de Figuéroès & la Comète ſuivante ont paru dans les mêmes jours & dans la même partie du Ciel, que leur mouvement propre les portoit l'une & l'autre également vers le nord; enfin que la Comète ſuivante a été au moins auſſi belle que celle de Figuéroès, & auſſi viſible à Iſpahan qu'en Europe. Si ces deux Comètes euſſent été différentes, & Figuéroès, & les Aſtronomes Européens, ou n'en auroient vu aucune, ou les auroient vues néceſſairement toutes les deux. Concluons avec Longomontan, que Figuéroès fut moins attentif que ne l'auroit été un Aſtronome, parce qu'il étoit occupé à Iſpahan d'affaires plus ſérieuſes que celles d'obſerver les Comètes.

Ricc. p. 17. Longom. p. 38.

1618. Troiſième Comète.

Cette belle Comète eut autant d'obſervateurs qu'il y avoit alors d'Aſtronomes en Europe. Elle fut vue dès le 7 Novembre dans l'Inde près de Jacatra, ſelon Struyck; mais le navigateur Vandenbroeck, cité par Struyck, vit probablement alors la ſeconde Comète, & non celle-ci. La troiſième commença à paroître en Europe dans les derniers jours de Novembre, & fut obſervée juſque vers le 20 ou le 21 Janvier 1619. Les principaux obſervateurs furent Képler à Lintz, Longomontan à Copenhague, Gaſſendi à Aix, Schickard à Wirtemberg ſur le Neckre, Habrectus à Straſbourg, Ambroſius Rhodius à Wittemberg, Remus Quietanus à Deux-Ponts & ailleurs, le P. Cyſat à Ingolſtat, Snellius à Leyde, &c. Preſque toutes les obſervations ont été recueillies par Képler & par Riccioli: elles ne ſont pas fort préciſes ſans doute; mais leur grand

Struyck, 1740, p. 262.

Kepl. Com. p. 58 & ſequ. Longom. p. 51 & ſequ. Snell. Ricci. p. 17 & ſequ. Blanc. p. 161, 162. Gaſſ. t. IV.

nombre peut compenſer leur défaut de préciſion : il paroît qu'on peut ſe confier aſſez raiſonnablement ſur l'exactitude de l'orbite de cette Comète, calculée par Halley.

1634. On vit le 3 Septembre une pique très-noire, qui s'étendoit de l'orient à l'occident. C'étoit ſans doute un météore. *Barret.*

1647.

A Marienbourg en Pruſſe, le 29 Septembre, auſſitôt après le coucher du Soleil, on vit une Comète dans la chevelure de Bérénice, à 5 degrés au moins de la jambe gauche du Bouvier, à 10 degrés plus ou moins d'Arcturus, & à 23 ou 24 degrés de l'épaule gauche : donc ſa longitude étoit à peu-près de $6^{s}\,8^{d}$, & ſa latitude boréale de 26 degrés. La queue pouvoit avoir 12 degrés de longueur. On ne la vit que deux jours à Marienbourg. En Hollande, on la vit au commencement d'Octobre à l'oueſt du Bouvier ; elle traverſa cette conſtellation, paſſant par le nord d'Arcturus dans la couronne d'Ariadne, en ſuivant une ligne ſenſiblement parallèle à l'équateur : elle étoit petite ; ſon apparition fut d'une ſemaine.

Hevel. Comet. p. 463, & l. XII.

Struyck 1753, p. 32 & 1759.

1652.

Cette Comète, d'une couleur pâle & livide, égaloit preſque la Lune en grandeur, au jugement d'Hévélius & de Comiers. Elle fut obſervée par beaucoup d'Aſtronomes depuis le 18 Décembre 1652 juſque dans les premiers jours de Janvier 1653 : preſque toutes ces obſervations ſont aſſez groſſières. Gaſſendi l'obſerva à Digne, Bouillaud à Paris, Caſſini à Bologne, Jacques Golius à Leyde, &c. La plupart de ces obſervations ſe trouvent recueillies dans une *Courte Diſſertation ſur cette Comète*, imprimée à Padoue en 1653, *in-4.°* Les obſervations que fit Hévélius à Dantzick, depuis le 20 Décembre juſqu'au 8 Janvier, ſont probablement les plus préciſes, & bien certainement les plus complètes de toutes ; en ces vingt jours Hévélius obſerva ſeize fois la Comète. On trouve ſes obſervations dans le deuxième volume

Gaſſ. t. IV.

Philoſ. Tranſ. n. CCL, p. 79.

de ſa *Machine céleſte ;* c'eſt ſur elles qu'Halley a calculé l'orbite de la Comète.

1661.

On trouve dans le même volume les obſervations qu'Hévélius a faites de la Comète de 1661, depuis le 3 Février juſqu'au 28, ou plutôt juſqu'au 10 Mars. Il n'y a guère lieu de douter que cette Comète ne ſoit la même que celle de 1532. Nous donnons dans la Table générale les élémens de la route qu'elle a ſuivie en 1661 ; ils ont été calculés par Halley ſur les obſervations d'Hévélius.

1664.

Cette Comète de 1664 a ſingulièrement exercé les preſſes des Imprimeurs. Les Aſtrologues rêvèrent qu'elle menaçoit l'Univers des plus affreux déſaſtres; ils firent part au Public de leurs délires : d'autres combattirent vivement ces viſions ridicules. Ces queſtions ne s'agitent plus ; l'Aſtrologie & la Cométomancie ſont eſtimées maintenant à leur juſte valeur. D'autres Ouvrages plus utiles, ſont ceux où l'on nous a rendu compte du ſuccès des veilles des Aſtronomes qui ont obſervé cette belle Comète.

On a dit que cette Comète avoit été vue en Eſpagne dès le 17 Novembre. Huyghens l'obſerva pour la première fois à Leyde le 2 Décembre ; ſes obſervations ſont raſſemblées dans la *Diſſertation de Pierre Petit, ſur la nature des Comètes*, imprimée à Paris en 1665, *in-4.º page 261.* Hévélius commença à l'obſerver le 14 du même mois. Vers le même temps elle fut obſervée par Caſſini & Montanari en Italie ; par Auzout, Bouillaud, Petit en France, &c. Auzout & Caſſini continuèrent leurs obſervations juſqu'aux 17 & 18 Mars 1665 : Hévélius termina ſes obſervations proprement dites au 14 Février ; mais il vit ou crut voir, le 18 du même mois, près de la première Étoile (γ) du Bélier, un objet qu'il prit pour la Comète. Cette prétendue obſervation ne pouvoit ſe concilier avec celles qu'Auzout avoit faites,

ſoit avant, ſoit après le 18 Février : Hévélius la rendit publique dès cette même année 1665, dans ſon *Prodromus Cometicus.* Auzout crut devoir défendre ſes obſervations, il le fit dans une lettre adreſſée à Petit, & imprimée à la ſuite de la *Diſſertation* de celui-ci. Le raiſonnement d'Auzout paroiſſoit ſans replique: Caſſini, le P. Gottignies, Profeſſeur de Mathématiques au Collége Romain, M. de la Voye à Rouen, avoient obſervé la Comète bien avant dans le mois de Mars; leurs obſervations s'accordoient avec celles d'Auzout, & ne pouvoient ſe concilier avec celle d'Hévélius: c'étoit donc celle-ci qui étoit en défaut. Petit écrivit à Hévélius, & lui communiqua la lettre d'Auzout. Hévélius ne ſe rendit pas : au contraire, dans ſa *Mantiſſa Prodromi Cometici,* imprimée l'année ſuivante, il appuie ſur ce qu'il avoit avancé dans le Prodrome, il fait les plus grands efforts pour exténuer les obſervations qu'on lui objecte, il cherche à les mettre en oppoſition les unes avec les autres; il finit par dire que vraiſemblablement la Comète obſervée par Caſſini, Auzout, &c. depuis le 13 Février juſqu'au 19 Mars, étoit différente de celle qui avoit paru depuis le mois de Décembre juſqu'au 18 Février. Il eſt plutôt très-vraiſemblable que (le ciel n'étant pas pur & ſerein à Dantzick le 18 Février 1665, puiſque Hévélius n'a fait cette même nuit aucune obſervation en forme) cet Aſtronome aura aperçu dans un éclairci, près de γ du Bélier, quelque objet inſolite, quelque nuage, quelque météore, qu'il aura pris pour la Comète; il ſe ſera d'autant plus volontiers familiariſé avec cette idée, qu'il y trouvoit la confirmation de ſes préjugés ſur la nature & le mouvement des Comètes. Hévélius ne nie pas même abſolument que ſon erreur ne puiſſe provenir de cette ſource.

Cette querelle aſtronomique n'étoit pas auſſi indifférente qu'elle pouvoit alors le paroître. « Ce qu'il y a de plus fâcheux en cette rencontre, diſoit judicieuſement M. Auzout, « c'eſt que s'il n'y avoit eu que M. Hévélius qui eût obſervé « avec des lunettes, ou que le temps eût été couvert depuis «

» le 18 Février, en ſorte que perſonne n'eût pu obſerver la » Comète après ce jour-là, il auroit embarraſſé pour jamais » les Aſtronomes préſens & à venir par une obſervation ſi étrange, &c. » Il ne ſeroit en effet pas poſſible de concilier cette étrange obſervation avec le ſentiment généralement reçu ſur le mouvement des Comètes; mais elle eſt heureuſement démentie par toutes les obſervations poſtérieurement faites en Italie, en Eſpagne, en France, en Angleterre, &c. & même par les autres obſervations d'Hévélius. C'eſt ſur celles-ci, je penſe, qu'Halley a établi la théorie de l'orbite de la Comète, telle que nous la donnons dans la Table: cette théorie repréſente bien toutes les autres obſervations d'Hévélius, elle ſe refuſe à celle du 18 Février; elle s'accorde au contraire paſſablement bien avec les obſervations ſubſéquentes de Caſſini, Auzout, &c. Hévélius obſervoit ſans doute mieux qu'Auzout, Petit, Gottignies, &c. Petit en donne la vraie raiſon dans ſa lettre à Hévélius: *Utinam tam feliciter ac tu ejus (Cometæ) loca indicaſſem! ſed in aſtronomicâ ſupellectili quis tibi æquiparandus!*

Philoſ. Tranſ. n. VI. p. 107, 108, & n. IX, p. 150.

Après les premières obſervations de la Comète, Auzout avoit dreſſé une éphéméride du cours qu'elle tiendroit durant ſon apparition. Le P. Pardies étoit peut-être le premier inventeur de la méthode; mais Auzout la publia le premier à Paris. Cette méthode n'étoit pas fondée ſur la connoiſſance du vrai ſyſtème du mouvement des Comètes; il n'eſt pas ſurprenant que l'éphéméride d'Auzout ſe ſoit trouvée en défaut.

Struyck, 1753, p. 33, 34.

On trouve dans Struyck quelques obſervations de cette Comète, faites le 8, le 9, le 10 Décembre & autres jours à Batavia, en d'autres lieux des Indes orientales, & ſur mer, par des navigateurs Hollandois. De telles obſervations ne pouvoient être alors que fort groſſières; auſſi ne s'accordent-elles point avec celles qui furent faites en Europe. Hévélius a détaillé les ſiennes dans ſon *Prodromus Cometicus*, & dans le ſecond volume de ſa *Machine céleſte*: on trouve celles d'Auzout & de Petit à la fin de la *Diſſertation* de celui-ci, quelques-unes d'Auzout & de Buot dans les anciens *Mémoires*

de l'Académie des Sciences; & un grand nombre d'autres dans le ſecond volume du *Theatrum Cometicum* de Lubienietzki. *T. X. p. 451, édit. de Paris, in-4.°*

Nous avons à Sainte-Geneviève un Traité manuſcrit, en langue Eſpagnole, ſur cette Comète : le premier Chapitre contient des obſervations faites en quarante-ſix jours différens, depuis le 14 Décembre 1664 juſqu'au 20 Mars 1665. J'ignore quel eſt l'auteur de cette Diſſertation ; il n'en eſt fait mention dans aucun des livres que j'ai conſultés, pas même dans *Bibliotheca Hiſpana*, imprimée en 1672. L'auteur obſervoit & écrivoit à Valence en Eſpagne, il renvoie ſouvent à ſa Trigonométrie, & la ſuite de ſa Diſſertation prouve qu'il étoit en effet très-verſé dans le calcul des triangles. On a une *Trigonometria Hiſpana*, imprimée à Majorque en 1672, & à Valence en 1673 : ſon Auteur, le P. Joſeph Zaragoza, Jéſuite, étoit en 1664 & 1665, Profeſſeur de Théologie à Valence; il fut fait depuis Profeſſeur de Mathématiques à Madrid, en conſéquence de ſon goût décidé pour cette ſcience; j'en conclurois aſſez volontiers qu'il eſt l'auteur de la Diſſertation. Quoi qu'il en ſoit, comme les obſervations pourroient n'être pas à négliger, & que je ne les trouve imprimées nulle part, en voici la traduction fidèle.

« La Comète dont nous parlons, dit l'anonyme, parut à la fin de l'an 1664. On ignore ſon commencement : quelques- « uns aſſurent qu'on la vit le 7 Décembre; d'autres anticipent « ſa première apparition au 24 Novembre ; mais je ne penſe « pas qu'aucun Aſtronome l'ait obſervée avant le 14 Décembre: « je commence donc à ce jour l'hiſtoire des obſervations de cette « Comète. «

Décembre. «

Le 14 à une heure du matin, la Comète fut obſervée à « Rome par le R. P. Guttinez (de Gottignies), de la Compagnie « de Jéſus, Profeſſeur de Mathématiques au Collége Romain : « elle étoit tout près de l'Étoile du bec du Corbeau (α), dont « la longitude eſt en $6^s\ 7^d\ 23'$, & la latitude auſtrale $21^d\ 45'$. « Cette obſervation s'accorde avec celle que fit Don Enrique «

» de Miranda, Gentilhomme de Valence, très-versé dans
» l'Astronomie.
» Le 15, avant le jour, Don Enrique Miranda observa la
» Comète à un degré à l'ouest du bec du Corbeau.
» Le 17, à 5^h 45', suivant l'observation de Don Enrique,
» la Comète étoit distante de la patte du Corbeau (β) de
» 10^d 15', & de l'aile droite (γ) de 10^d 4': donc longitude
» 6^f 4^d 4'; latitude australe 24^d 19'.
» Le 18, à six heures, distance à l'aile du Corbeau, 11^d
» 15'; à la patte, 11^d 50'; longitude, 6^f 2^d 48'; latitude,
» 25^d 25' au sud. (Il paroît que c'est ici la première observation
» de l'anonyme).
» Le même jour, le Sergent-major Don Vincent Mut,
» Mathématicien & Astronome très-célèbre, observa la Comète
» à Majorque. A 5^h 45', c'est-à-dire à 5^h 34', méridien de
» Valence, la distance de la Comète à l'aile du Corbeau étoit
» de 11^d 17'; à la patte, de 11^d 47': longitude, 6^f 2^d 43';
» latitude australe, 25^d 26'.
» Le 19 à six heures, distance à l'aile, 13^d 5'; à la patte,
» 13^d 40': longitude, 6^f 1^d 19'; latitude, 26^d 40' australe.
» A Majorque, la Comète fut observée par Don Miguel
» Fuster, très-versé dans les Sciences Mathématiques. A 4^h
» 45' ou 4^h 34', méridien de Valence, distance à l'aile du
» Corbeau, 13^d 5'; à la patte, 13^d 30': longitude, 6^f 1^d
» 31'; latitude australe, 26^d 50'.
» Le 21 à 4^h 30', distance à l'aile du Corbeau, 17^d 36';
» à la patte, 18^d 26': longitude, 5^f 27^d 26'; latitude, 30^d 6'.
» Le 22, à 5^h 30', distance à l'aile du Corbeau, 20^d 24';
» à la patte, 21^d 23': longitude, 5^f 24^d 49'; latitude 32^d 1'
» au sud. A Majorque Don Vincent Mut l'observa à six heures en
» 5^f 24^d 41', avec 32^d 18' de latitude australe.
» Le 23 à six heures, distance à l'aile, 24^d 30'; à la patte, 25^d
» 39': longitude, 5^f 20^d 48'; latitude, 34^d 40'. Peu après Don
» Vincent Mut observa la Comète à Majorque; distance à l'aile
» du Corbeau, 24^d 28'; à l'Étoile du milieu de la Coupe (δ sans
» doute); 17^d 12': longitude, 5^f 20^d 41'; latitude, 34^d 33'.

Le 24 à $5^h\ 30'$, diſtance à l'aile du Corbeau, $29^d\ 17'$; «
à la patte, $30^d\ 33'$: longitude, $5^f\ 15^d\ 29'$; latitude, 37^d «
$37'$, toujours auſtrale. «

Le 25 à quatre heures, diſtance à l'aile, $34^d\ 45'$; à la «
patte, $36^d\ 8'$: longitude, $5^f\ 9^d\ 50'$; latitude, $40^d\ 34'$. «
Suivant Don Vincent Mut, à *Majorque*, à $4^h\ 10'$: diſtance «
au cœur de l'Hydre (α), $23^d\ 44'$; à la précédente au milieu «
de la Coupe (δ), $25^d\ 31'$: donc longitude, $5^f\ 10^d\ 24'$; «
latitude $40^d\ 52'$ (cette différence vient ſans doute de ce «
que Mut avoit mieux choiſi ſes Étoiles que l'Anonyme). «
Mut obſerva de plus que la Comète étoit en ligne droite avec «
l'Étoile *Vindemiatrix* (ε de la Vierge) & avec la précédente «
au milieu de la Coupe: donc longitude, $5^f\ 9^d\ 50'$; latitude «
$40^d\ 39'$; ce qui s'accorde avec mon obſervation. (Un ſeul «
alignement ne ſuffit pas pour décider du lieu d'une Comète : «
l'Anonyme y aura joint ſans doute la diſtance à δ de la Coupe; «
mais cette méthode des alignemens n'eſt pas à beaucoup «
près la meilleure qu'on puiſſe employer pour déterminer la «
poſition des Aſtres). «

Le 26, à $5^h\ 40'$, diſtance à l'aile du Corbeau, $43^d\ 0'$; «
à la patte, $44^d\ 30'$: longitude, $4^f\ 29^d\ 45'$; latitude, 44^d «
$24'$ A. A Lyon en France, la Comète fut obſervée par le «
R. P. Claude-François de Chales, ancien Maître de Mathé- «
matiques, & maintenant Profeſſeur de Théologie Scholaſtique «
dans le Collége des Jéſuites. La Comète paſſa au méridien «
18 ſecondes avant le cœur de l'Hydre, c'eſt-à-dire à $2^h\ 4'$, «
ou $1^h\ 40'$ méridien de Valence. Sa hauteur méridienne étoit «
de $14^d\ 1'$; ainſi, vu la hauteur du pôle $45^d\ 46'$, la décli- «
naiſon de la Comète étoit de $30^d\ 13'$, ſon aſcenſion droite «
$137^d\ 43'$: donc ſa longitude, $5^f\ 2^d\ 31'$; ſa latitude, 43^d «
$53'$ A. La différence des réſultats de cette obſervation & de «
la mienne, correſpond à la différence des heures & au mou- «
vement de la Comète. (Pas tout à fait; l'Anonyme auroit «
dû renoncer beaucoup plutôt aux deux Étoiles du Corbeau). «

Le 27, Montanari, célèbre Maître de *Mathématiques*, «
obſerva à Bologne en Italie qu'à $0^h\ 6'$, ou le 26 à $11^h\ 10'$ «

» du ſoir, méridien de Valence, la diſtance de la Comète au » cœur de l'Hydre étoit de $24^d\ 46'$; à Sirius, de $30^d\ 40'$: » donc longitude, $4^f\ 20^d\ 51'$; latitude, $47^d\ 7'$ A.

» Le 28, à $9^h\ 30'$ du ſoir, diſtance à Sirius, $10^d\ 34'$; » à Rigel, $31^d\ 15'$: longitude, $3^f\ 16^d\ 21'$; latitude, » $48^d\ 52'$ A.

» Le 29, à $3^h\ 30'$ du matin, diſtance à Sirius, $9^d\ 5'$; » au ventre du grand Chien (δ), $4^d\ 54'$: longitude, $3^f\ 11^d\ 24'$; » latitude, $48^d\ 29'$.

» Le même jour, à $7^h\ 48'$ du ſoir, l'épaule droite d'Orion » (α) étant haute de $36^d\ 42'$, diſtance à Sirius, $10^d\ 10'$; » à Rigel, $19^d\ 38'$: longitude, $2^f\ 28^d\ 44'$; latitude, 45^d » $54'$ A. A $11^h\ 8'$, la Comète fut obſervée au méridien. » A $11^h\ 11'$, Régulus ayant $31^d\ 37'$ de hauteur, diſtance à » Rigel, $17^d\ 52'$; à Sirius, $11^d\ 18'$: longitude, $2^f\ 26^d\ 9'$; » latitude $45^d\ 1'$.

» Ce même jour, on obſerva la hauteur du pôle à Valence, » avec un ſextant de huit palmes de rayon ; la plus grande » hauteur de l'Étoile polaire fut de $42^d\ 4'$, la plus petite $37^d\ 4'$; » la ſomme des deux, $79^d\ 8'$; la demi-ſomme ou la hauteur » du pôle $39^d\ 34'$. (On voit ici & ailleurs que l'Anonyme » ne tenoit aucun compte des réfractions).

» A Majorque à neuf heures, Don Michel Fuſter trouva la » Comète en $2^f\ 28^d\ 49'$, avec une latitude de $45^d\ 46'$ A. » Et Don Vincent Mut, à $11^h\ 51'$, ou $11^h\ 40'$ méridien de » Valence, l'obſerva en $2^f\ 26^d\ 15'$; latitude, $45^d\ 20'$.

» Le 30, à $6^h\ 30'$ du ſoir, l'épaule droite d'Orion ayant » $26^d\ 15'$ de hauteur, diſtance de la Comète à Rigel, $9^d\ 30'$; » à l'épaule droite d'Orion, $26^d\ 15'$: longitude, $2^f\ 13^d\ 50'$; » latitude, $40^d\ 48'$. A $11^h\ 5'$, hauteur de Sirius, $33^d\ 17'$; » ſa diſtance à la Comète, $21^d\ 20'$; celle de Rigel, $8^d\ 8'$: » longitude de la Comète, $2^f\ 11^d\ 50'$; latitude, $39^d\ 8'$. » A $11^h\ 18'$, la partie inférieure de la Comète étoit en ligne » droite avec Sirius & la tête du Lièvre (μ), diſtante de » celle-ci de $0^d\ 49'$: donc longitude, $2^f\ 11^d\ 45'$; latitude, » $39^d\ 4'$ A. A Majorque, à $7^h\ 0'$, ou $6^h\ 49'$ méridien de Valence ;

Valence; elle étoit, ſuivant Don Vincent Mut, à 9^d 23′ de Rigel, & à 9^d 33′ du genou droit (κ) d'Orion: longitude, 2^f 14^d 5′; latitude 40^d 23′.

Le 31 à 11^h 30′, la Comète étoit en ligne droite avec Rigel & une Étoile de l'Éridan, dont la longitude eſt en 1^f 19^d 11′, & la latitude 33^d 14′ (c'eſt γ), diſtante de Rigel de 9^d 48′, & de l'autre Étoile 9^d 50′: donc longitude, 2^f 0^d 48′; latitude, 32^d 44′. A Majorque, ſelon Don Michel Fuſter, à 8^h 12′, diſtance à Rigel, 8^d 43′; à l'Étoile ſur le pied d'Orion 9^d 7′: longitude, 2^f 2^d 14′; latitude, 33^d 34′. Suivant Don Vincent Mut, à 8^h 25′, la Comète étoit en ligne droite avec la plus auſtrale de l'épée d'Orion (ι) & Rigel, diſtante de Rigel de 8^d 50′: donc longitude, 2^f 2^d 7′; latitude, 33^d 33′ A.

Janvier.

Le 1.er à Majorque, Don Vincent Mut vit la Comète éclipſant la ſuivante des deux Étoiles contiguës dans le détour de l'Éridan (ο); mais ayant pris à 9^h 15′ ſa diſtance à deux Étoiles, il trouva que la Comète étoit en 1^f 24^d 32′; latitude 27^d 50′ A. A 8^h 40′ Don Michel Fuſter commença à découvrir ladite Étoile; la Comète étoit à 15^d 33′ de Rigel, à 0^d 22′ de ladite Étoile: longitude, 1^f 24^d 42′; latitude, 27^d 53′. A Lyon, le P. Dechales, à 6^h, ou à 5^h 47′ méridien de Majorque, ou à 5^h 36′ méridien de Valence, obſerva que la Comète touchoit les deux Étoiles, & qu'à huit heures elle les avoit quittées. Sirius ayant 18^d 20′ de hauteur, c'eſt-à-dire, à 9^h 8′ la Comète fut au méridien, avec 36^d 20′ de hauteur: donc aſcenſion droite, 58^d 1′; déclinaiſon, 7^d 54′ A: longitude, 1^f 23^d 46′; latitude, 27^d 27′ A.

Le 3, à Majorque, Don Vincent Mut à 8^h 48′ vit la Comète en droite ligne avec Rigel, & l'Étoile du milieu dans la gueule de la Baleine (γ), diſtante de celle-ci de 11^d 10′. Donc longitude, 1^f 14^d 25′; latitude, 18^d 16′. A 8^h 30′ Don Michel Fuſter l'avoit obſervée en 1^f 14^d 17′; latitude, 18^d 41′.

» Le 4, à Lyon, le P. Dechales, à 9^h 18′, trouva à la » Comète 35^d 14′ d'azimut occidental, & 40^d 3′ de hauteur; » donc ascension droite, 42^d 35′; déclinaison boréale, 1^d 27′: » longitude, 1^f 10^d 28′; latitude, 14^d 20′ A. La Comète avoit » passé l'équateur avant midi.

» Le 5, à Majorque, à 8^h 40′, Don Vincent Mut la vit » en ligne droite avec l'épaule droite (α) d'Orion, & Menkar » (α de la Baleine), distante de Menkar de 0^d 49′, & de » (γ) de la Baleine de 4^d 3′: longitude, 1^f 8^d 42′; latitude, » 12^d 28′. Selon Don Michel Fuster, à 7^h 30′: longitude, 1^f » 8^d 53′; latitude, 12^d 32′ A. A Lyon, suivant le P. Dechales, » elle passa au Méridien 1^d 12′ de l'équateur avant Menkar, » & à la hauteur de 47^d 2′: ascension droite, 41^d 0′; décli- » naison, 2^d 48′ B: longitude, 1^f 8^d 33′; latitude, 12^d 6′ A.

» Le 7, à neuf heures, distance à Menkar, 6^d 6′; à (γ) de la » Baleine, 3^d 51′: longitude, 1^f 5^d 20′; latitude, 8^d 16′ A.

» Le 8, à neuf heures, distance à Menkar, 8^d 12′; à (γ), » 5^d 30′; à l'étoile sous l'œil de la Baleine ($2\,\xi$), 1^d 26′: » longitude, 1^f 4^d 2′; latitude, 6^d 38′ A: selon Don Vincent » Mut, à 6^h 48′, longitude, 1^f 4^d 4′; latitude, 6^d 48′.

» Le 9, à Paris, à 6^h 51′, on observa la Comète en 1^f » 2^d 57′; latitude, 5^d 17′ A.

» Le 10, à huit heures, distance à ($2\,\xi$) de la Baleine, 1^d 31′; » à l'Étoile *in occipite Ceti* ($1\,\xi$), 2^d 51′; la Comète étoit en » ligne droite avec l'Étoile sur le cou du Bélier (ι), & ($2\,\xi$) » de la Baleine: donc longitude, 1^f 2^d 13′, latitude, 4^d 13′ A.

» Le 11, à 8^h 45′, Don Vincent Mut observa la Comète » en ligne droite avec la suivante (β) de la corne précédente » du Bélier, & la précédente *in gena Ceti* (δ); elle étoit à 11^d 42′ » de la première: donc longitude, 1^f 1^d 6′; latitude, 3^d 4′ A.

» Le 12, à 7 heures, distance à ($2\,\xi$) de la Baleine 4^d » 6′; à la claire (α) du Bélier; 10^d 48′: donc longitude, » 1^f 0^d 47′; latitude, 2^d 20′ A.

» Le 13, à onze heures, Comète en ligne droite avec (α) » du Bélier & ($1\,\xi$) de la Baleine; distance à celle-ci, 3^d 0′: » longitude, 1^f 0^d 6′; latitude, 1^d 27′ A.

Le 14, à $10^h\ 30'$, distance à (α) du Bélier, $11^d\ 15'$; à la première du Bélier (β [(a)]) $9^d\ 20'$: longitude, $0^f\ 29^d\ 38'$; latitude, $0^d\ 51'$ A.

Le 15, à six heures, distance à (α) du Bélier, $10^d\ 52'$; à (β), $8^d\ 46'$: longitude, $0^f\ 29^d\ 12'$; latitude, $0^d\ 15'$ A. A Majorque, à $7^h\ 20'$, Don Michel Fuster l'observa en droite ligne avec l'australe de la corne précédente du Bélier (γ) & ($1\ \xi$) de la Baleine, distante de celle-ci de $4^d\ 26'$: longitude, $0^f\ 29^d\ 4'$; latitude, $0^d\ 6'$ boréale.

Le 16, à 6 heures, distance à la première du Bélier (β), $8^d\ 13'$; à (α), $10^d\ 32'$; à ($1\ \xi$) de la Baleine, $4^d\ 40'$: longitude, $0^f\ 28^d\ 48'$; latitude, $0^d\ 15'$ boréale: la Comète a traversé l'écliptique entre six & sept heures du matin. Don Vincent Mut, à neuf heures, vit la Comète en ligne droite avec (α) du Bélier & le nœud (α) du lien des Poissons; distance à celle-ci, $10^d\ 26'$; & comme la Comète étoit un peu à l'ouest de la ligne qui joignoit les deux Étoiles, sa longitude aura été $0^f\ 28^d\ 50'$; sa latitude, $0^d\ 24'$ B.

Le 17, à sept heures, distance à (α) du Bélier, $10^d\ 18'$, à (β), $7^d\ 48'$: longitude, $0^f\ 28^d\ 27'$; latitude, $0^d\ 44'$ B. Je ne rapporterai plus que quelques observations, dit l'Anonyme, quoique j'en aie fait presque tous les jours.

Le 22, à sept heures, distance à (α) du Bélier, $9^d\ 8'$, à (β) $6^d\ 2'$: longitude, $0^f\ 27^d\ 23'$; latitude, $2^d\ 47'$ B. A Majorque, Don Vincent Mut vit la Comète en droite ligne avec le sommet (α) du Triangle & (β) du Bélier; distance à la première, $14^d\ 43'$: donc longitude, $0^f\ 27^d\ 21'$; latitude, $2^d\ 48'$ B.

Le 23, à six heures, distance à la claire (α) du Bélier, $8^d\ 55'$; à la première (β), $5^d\ 44'$: longitude, $0^f\ 27^d\ 14'$;

(a) Par la première du Bélier, on entend ordinairement γ de ce signe; mais en comparant les observations de l'Anonyme, tant entr'elles qu'avec leur résultat, il est clair qu'il suivoit une autre nomenclature, qu'il appeloit γ l'*australe* ou *la précédente de la corne précédente du Bélier*, & que c'étoit à β qu'il donnoit le nom de *première du Bélier*. Voyez sur-tout les observations du 23 Janvier, du 16 Février, & celles du mois de Mars.

» latitude, 3^d 10′ B. Don Vincent Mut à Majorque, à 6^h » 30′, vit la Comète en ligne droite avec (α) du Triangle, » & l'auſtrale à la corne précédente (γ) du Bélier; diſtance » à celle-ci, 4^d 8′: longitude, 0^f 27^d 10′; latitude, 3^d 20′ B.

» Le 24, à ſept heures, diſtance à (α) du Bélier, 8^d 46′; » à (β), 5^d 31′: longitude, 0^f 27^d 10′; latitude, 3^d 26′ B.

» *Février.*

» Le 1er, à ſix heures, diſtance à α, 7^d 58′; à β, 4^d 18′: » longitude, 0^f 26^d 47′; latitude, 5^d 4′ B.

» Le 3, à ſix heures, diſtance à α, 7^d 46′; à β, 4^d 3′: » longitude, 0^f 26^d 45′; latitude, 5^d 22′ B.

» Le 5, à ſept heures, diſtance à α, 7^d 36′; à β, 3^d 50′: » longitude, 0^f 26^d 44′; latitude, 5^d 40′ B.

» Le 7, à ſept heures, diſtance à α, 7^d 28′; à β, 3^d 38′: » longitude, 0^f 26^d 45′; latitude, 5^d 58′ B. Ce jour eſt le » premier où j'ai trouvé le cours de la Comète direct, juſqu'alors » il avoit été rétrograde.

» Le 16, à ſept heures, la Comète étoit auſſi diſtante de » l'auſtrale *in cornu Arietis* (γ), que celle-ci l'eſt de la première » du Bélier (β), ce dont je m'aſſurai par le moyen d'une » lunette qui meſuroit exactement cette diſtance : avec une » autre lunette, je trouvai que la diſtance de la Comète au » cou du Bélier (ι) étoit de 2^d 28′ : donc ſa longitude, 0^f » 26^d 55′; latitude, 7^d 1′ B.

» *Mars.*

» Le 2, à ſept heures, avec les mêmes lunettes, la Comète » fut trouvée diſtante de γ du Bélier, 1^d 6′, & de β 1^d 15′: » longitude, 0^f 28^d 7′; latitude, 8^d 5′ B.

» Le 4, à ſept heures, diſtance à γ, 1^d 10′; à β, 0^d 54′: » longitude, 0^f 28^d 21′; latitude, 8^d 13′. Depuis cette époque, » la Comète a ſuivi une route preſque parallèle à la ligne droite, » qui joindroit la claire (α) & la première (β) du Bélier, par- » courant huit à neuf minutes par jour. J'obſervai chaque jour » avec la lunette les Étoiles par leſquelles elle paſſoit, & avec

la même lunette je prenois les diſtances, pour déterminer ſa «
longitude & ſa latitude. «

Le 10, à $7^h\ 30'$, je vis la Comète tout près de la première «
(β) du Bélier; elle n'en étoit diſtante que de huit minutes, «
vers le bas & à main droite: longitude, $0^s\ 29^d\ 6'$; latitude, «
$8^d\ 35'$ B. «

Le 11, à huit heures, diſtance à la même Étoile, huit «
minutes, mais en ſens contraire, la Comète avoit paſſé la «
perpendiculaire tirée de l'Étoile ſur ſa route, & elle avoit la «
même longitude que l'Étoile: donc longitude, $0^s\ 29^d\ 14'$; «
latitude, $8^d\ 38'$. «

Le 15, à huit heures, diſtance de (β) du Bélier, $0^d\ 40'$; «
la route de la Comète eſt parallèle à une ligne tirée par α «
& par β, & huit minutes plus haute que cette ligne: ſa «
longitude, $0^s\ 29^d\ 46'$; latitude $8^d\ 50'$. «

Le 17, à huit heures, diſtance à β du Bélier, $0^d\ 56'$: «
longitude, $1^s\ 0^d\ 3'$; latitude, $8^d\ 57'$. «

Le 20, à huit heures, la même diſtance, $1^d\ 20'$; route «
toujours parallèle à une ligne qui joindroit α & β du Bélier: «
longitude, $1^s\ 0^d\ 27'$; latitude, $9^d\ 26'$ boréale. Ce jour fut «
le dernier qu'il me fut poſſible d'obſerver la Comète; elle «
étoit ſi petite & ſi foible, que le voiſinage du Soleil, qui «
étoit alors dans le Bélier, & celui de la Lune, qui étoit dans «
le Taureau, ne me permirent de faire aucune obſervation «
ultérieure ».

Telles ſont les obſervations de l'Anonyme; on en pourroit conclure des lieux de la Comète plus exacts que ceux qu'il a déterminés : c'eſt ce qu'on fera ſans doute ſi cette Comète revient ſe montrer, & qu'on ait beſoin de connoître avec plus de préciſion la route qu'elle a tenue en 1664 & 1665, ſur-tout en Février & en Mars.

1665. *On vit à Rome très-diſtinctement une Comète, à la ceinture d'Andromède, pendant les mois de Février & de Mars, en 24 degrés du Bélier, avec une latitude boréale de* $34^d\ 40'$[a]. C'étoit la nébuleuſe d'Andromède, qu'on a priſe

[a] *Hév. Deſcript. Com. ann.* 1665, p. 42. *Petit, Diſſert.* p. 205.

pour une Comète. Voyez Petit, *page 206,* ſur d'autres Comètes qu'on a prétendu voir en 1664 & 1665.

1665.

La Comète de 1665 fut vue à Aix le 27 Mars : Hévélius l'obſerva avec grand ſoin depuis le 6 juſqu'au 20 Avril; il donna l'année ſuivante au Public une deſcription détaillée de ſa route apparente : ſes obſervations ſe trouvent auſſi dans le deuxième volume de ſa *Machine céleſte.* Auzout & Petit obſervèrent à Paris : après trois ou quatre obſervations, Auzout conſtruiſit une éphéméride des mouvemens ultérieurs de la Comète. L'orbite eſt calculée par Halley ſur les obſervations d'Hévélius.

1665. Il fut encore dit qu'*on avoit vu en Allemagne une Comète* durant les mois de Septembre & d'Octobre; mais Hévélius remarque que c'étoit un groupe de petites Étoiles qu'on avoit pris pour une Comète.

1668.

La Comète de 1668 ne fut vue que dans les pays méridionaux. Caſſini en vit la queue à Bologne le 10 Mars, une heure après le coucher du Soleil; elle s'étendoit depuis la Baleine juſqu'au milieu de l'Éridan : il la vit encore les jours ſuivans. Montanari vit auſſi cette queue, la tête reſtant plongée dans les rayons du Soleil : ce phénomène fut auſſi remarqué à Liſbonne le 5 Mars. Le même jour, à San-Salvador au Breſil, à ſept heures du ſoir, le P. Valentin Eſtancel vit la Comète peu au-deſſus de l'horizon à l'oueſt; la queue avoit ſon origine au-deſſous des deux Étoiles claires, qui ſont ſur le dos de la Baleine (θ & η); elle ſe terminoit aux Étoiles huitième & neuvième (ρ & σ) qui ſont placées au plus bas du ventre; elle étoit longue de 23 degrés, elle s'étendoit preſque horizontalement de l'oueſt au ſud; elle étoit ſi éclatante, que ceux qui étoient ſur le rivage, en voyoient facilement l'image réfléchie par la mer; mais cet éclat ne dura que trois jours, il diminua ſenſiblement

les jours ſuivans : la tête étoit petite & obſcure, on avoit peine à la diſcerner. Le 7 Mars, la tête étoit un peu au-deſſous & à côté de l'étoile de la Baleine, dont la longitude étoit $0^s\ 12^d\ 42'$, & la latitude $15^d\ 46'$ (θ ſans doute). L'extrémité de la queue friſoit ζ de la Baleine. Les 8, 10 & 11 Mars, la Comète s'avança juſqu'au Lièvre & à l'Éridan. La partie de la queue que l'on vit à Liſbonne, étoit longue de 45 degrés; à Bologne, Caſſini l'eſtima de 30 degrés & plus : on vit auſſi cette Comète à Maduré, à Iſpahan & ailleurs. A Goa, elle fut obſervée du 5 au 21 Mars; au cap de Bonne-eſpérance, du 3 au 23 Mars; à Surate, du 5 au 20; au Japon, du 10 au 16. Voyez dans Struyck d'autres obſervations, qui ne nous inſtruiſent pas davantage du mouvement de cette Comète.

Phil. Tranſ. n.° XXXV, p. 683. Acad. des Sc. Mém. 1702, p. 131. Raccolt. tom. XXVII. Struyck, 1753, p. 268.

L'auteur des Tables aſtronomiques de Berlin, marque ſur l'an 1666 une Comète, dont la queue fut vue à Ceilan, par Knox. Robert Knox dit en effet, dans ſa deſcription de Ceilan, qu'il obſerva cette Comète au mois de Février (vieux ſtyle) 1666; mais Struyck veut qu'on liſe 1668, & il a probablement raiſon.

1672.

Les Jéſuites de la Flèche ayant découvert le 16 Mars une Comète, ils en donnèrent avis à leurs confrères de Paris. Caſſini ſuivit cette Comète depuis le 26 Mars juſqu'au 7 Avril; mais Hévélius l'avoit découverte à Dantzick dès le 2 Mars. On trouve ſes obſervations, tant dans ſa *Machine céleſte* que dans un petit Écrit qu'il publia ſpécialement ſur cette Comète; elles s'étendent depuis le 6 Mars juſqu'au 21 Avril : c'eſt ſur elles qu'Halley a calculé l'orbite de la Comète.

Acad. des Sc. anciens Mém. t. X, p. 518. & ſuiv.

1676. « Il parut en cette année une Comète ſans queue, égale aux Étoiles de la troiſième grandeur, qui fut obſervée « à Nantes par le P. Fontenay, Jéſuite, le 14 Février, dans « la conſtellation de l'Éridan, à l'endroit du Ciel où l'on avoit « vu en 1668 une Comète ſans tête. Elle ceſſa de paroître le « 9 Mars ſuivant dans les étoiles du Lièvre, ayant eu un «

mouvement direct. » Je suis très-éloigné de révoquer en doute l'autorité du P. Fontenay, encore plus celle de feu M. Cassini, auteur de l'extrait que je viens de rapporter; mais il seroit peut-être à desirer que cette Comète eût eu plus d'un Observateur, & que la première mention que j'en trouve ne fût pas de cinquante-six ans postérieure à son apparition.

Acad. des Sc. 1731, p. 328.

1677.

La Comète de 1677 fut découverte à Dantzick, le 27 Avril, par Hévélius : cet Astronome l'observa avec soin durant dix jours consécutifs, depuis le 29 Avril jusqu'au 8 Mai : on peut voir ses observations dans un Écrit qu'il publia sur cette Comète, & dans sa *Machine céleste*; c'est sur elles qu'Halley a calculé l'orbite de la Comète. Cette Comète fut aussi observée, mais moins long-temps & moins souvent, à Gréenwich par Flamsteed, à Paris par Picard, Cassini, Roëmer; près de Madrid par le P. Zaragoza, &c.

Phil. Transf. n.° CXXXV, p. 873. Acad. des Sc. anciens Mém. tome X, page 582. Histoire céleste Brit. tome I, p. 103.

1678.

La Hire vit le premier cette Comète : il l'estima le 11 Septembre en 18 degrés du Verseau, sans aucune latitude. Le 16, sa latitude étoit australe & croissoit de jour en jour. On vit la Comète le 20 & le 21. Le 22 elle étoit en conjonction avec σ du Verseau, & elle étoit d'environ un degré plus australe : elle fut encore vue le 3 Octobre. Le 4, elle étoit en conjonction avec les Étoiles ⫛ de l'effusion du Verseau, & un demi-degré plus au nord. Elle parut pour la dernière fois le 7 Octobre, vers 15 degrés des Poissons, avec environ 5 degrés de latitude au sud : ces observations sont extraites de l'*Histoire céleste* de M. le Monnier; *Paris, 1741, in-4.° pages 238 & 239* : elles sont faites à la vue par estime, sans de bons instrumens; elles ne peuvent donc être fort exactes. Cependant M. Cornélis Douwes, à la prière de Struyck, a calculé sur ces observations l'orbite de la Comète; il a pour cela supposé toutes les observations de la Hire faites à dix

à dix heures du soir, temps moyen, méridien de Paris. Nous donnons dans la Table la théorie de M. Douwes : on conçoit que fondée sur les observations & la supposition précédentes, elle ne peut être d'une grande précision ; mais, comme le remarque judicieusement Struyck, elle peut au moins être utile pour reconnoître la Comète, si elle vient à reparoître. Outre l'Histoire céleste de M. le Monnier, on peut consulter Struyck (1753, *page 40*); il a réduit en une seule Table les lieux & les latitudes de la Comète, observés par la Hire, les mêmes élémens calculés d'après la théorie de M. Douwes, & les différences entre l'estime & le calcul : ces différences excèdent quelquefois 20 & 30 minutes, une s'étend même jusqu'à 50 minutes.

1680.

Godefroi Kirch voulant observer la Lune & Mars, le 14 Novembre 1680, découvrit le premier la grande & célèbre Comète de cette année. A $5^h\ 46'$ du matin, temps vrai, il la trouva en $4^s\ 29^d\ 51'$ avec $1^d\ 17'\ 45''$ de latitude boréale; il observoit à Cobourg en Saxe. Cette Comète fut vue par très-peu d'Astronomes avant sa conjonction avec le Soleil. Hévélius la découvrit les 2, 3 & 4 Décembre matin; il soupçonna qu'elle reparoîtroit après sa conjonction, il fut attentif, il la revit en effet le 24 Décembre au soir, il la suivit jusqu'au 17 Février : il ne lui fut pas possible de l'observer avec quelque exactitude; un cruel incendie venoit de le dépouiller de ses instrumens, de ses livres, de son observatoire, de tout ce qu'il possédoit; son zèle seul lui restoit, il observa ce qu'il put : ses observations sont consignées dans son *Annus climactericus*, page 106 & suivantes.

Phil. Transf. n.° CCCXLII.

Flamstéed, à Greenwich, vit la queue de la Comète le 20 Décembre au soir ; il ne découvrit la tête que le 22, & l'observa le même jour : il continua de l'observer jusqu'au 15 Février 1681. C'est sur la première observation de Kirch, sur celles de Flamstéed, & sur deux observations de Newton, faites les 11 & 19 Mars 1681, qu'Halley a

Hist. cæl. Brit. t. I, p. 105 & seq.

calculé la première orbite qui lui eſt attribuée dans la Table. La deuxième orbite, calculée pareillement par Halley, eſt fondée ſur les mêmes données, & de plus ſur l'hypothèſe, que cette Comète achève ſa révolution en cinq cents ſoixante-quinze ans; ainſi cette orbite eſt elliptique, la première parabolique. L'Éditeur des Tables de Berlin attribue cette ſeconde orbite à Struyck; en cela il ſe trompe: on la trouve, il eſt vrai, dans Struyck (1753, *page 40*), & elle eſt ſuivie (*page 41*) d'une Table de comparaiſon des lieux obſervés de la Comète avec les lieux calculés d'après la théorie; mais tout cela avoit été précédemment imprimé dans les Tables d'Halley, *ſignature* Tttt, *page 3*, & plus anciennement encore dans les Principes de Newton, *livre III, propoſition XLI, problème 21.*

Hall. Synopſ. Aſtron. Comet.

La troiſième orbite de la Table eſt de M. Euler. Ce ſavant Géomètre ſuppoſe auſſi l'orbite elliptique, non d'après une connoiſſance préſumée du temps de la révolution, mais d'après les obſervations mêmes. Son calcul très-prolixe, & que l'on peut voir dans ſa *Theoria motûs Planetarum & Cometarum*, le conduit à n'accorder que cent ſoixante-dix ans & demi à la révolution périodique de la Comète.

La quatrième orbite a été déterminée par Newton, plutôt par des opérations graphiques, que par un calcul ſtrict & rigoureux. Newton ne la donne que comme un *à peu-près*: il veut qu'on s'en tienne à l'orbite d'Halley, déduite de calculs plus certains que tout ce qu'on peut conclure avec la règle & le compas. On peut voir cependant par cette théorie juſqu'où peuvent aller le compas & la règle, maniés par un homme tel que Newton.

Princip. l. III, prop. XLI, probl. 21.

Nous avons calculé la cinquième orbite, ſelon la méthode que nous expoſerons dans la quatrième Partie. Nous avons trouvé l'orbite elliptique, mais fort approchante de la parabole; la révolution périodique de la Comète ſeroit, ſuivant nos réſultats, de quinze mille huit cents ſoixante-quatre ans: cette durée diffère beaucoup de celle qui a été ſuppoſée par Halley, encore plus de celle que M. Euler a déterminée;

mais voyez ce que nous dirons de ce résultat dans la quatrième Partie.

Cette Comète fut aussi observée à Plaven en Saxe, par Doërfell, les 2, 3 & 4 Décembre au matin, & le soir depuis le 28 Décembre jusqu'au 10 Février; ces observations ne sont pas de la dernière précision. On trouve dans l'*Histoire céleste* de M. le Monnier, *page 243 & suivantes*, les observations faites à l'Observatoire royal, par Picard & Cassini: mais ceux qui desirent voir ces observations dans un plus grand détail, depuis le 22 Décembre 1680 jusqu'au 18 Mars 1681, ainsi que plusieurs autres observations faites en France, en Espagne, en Italie, en Amérique, doivent consulter l'ouvrage de Cassini, imprimé à Paris en 1681, *in-4.°* ayant pour titre: *Observations sur la Comète qui a paru*, &c. *présentées au Roi.* Le P. de Fontaney, Jésuite, fit pareillement imprimer la même année, *in-12*, *ses Observations faites au Collége de Clermont*, depuis le 26 Décembre 1680, jusqu'au 19 Février 1681. *Struyck, 1753, p. 42.*

Dans l'ouvrage de Cassini, on trouve, *page 88 & suivantes*, plusieurs observations faites en divers lieux, depuis le 20 Novembre jusqu'au 7 Décembre, avant le passage de la Comète par son périhélie; & il tire de ces observations une conséquence directement contraire à celle qu'on devoit naturellement en tirer. Selon lui, la Comète qu'il avoit observée depuis le solstice d'hiver jusqu'à l'équinoxe du printemps, étoit essentiellement différente de celle qui avoit été vue en Novembre & dans les premiers jours de Décembre; & c'est cette même Comète, vue en Novembre & Décembre avant son périhélie, observée ensuite durant les trois mois qui ont suivi son passage au périhélie, c'est, dis-je, cette même Comète qui a conduit Newton à la découverte du vrai système de la Nature & du mouvement des Comètes. Nous avons rendu compte dans la première Partie des respectables motifs qui ont induit Cassini dans cette erreur.

On a dit qu'il avoit paru une Comète le 25 & le 26 Novembre 1681; c'est sans doute une erreur: Hévélius *Ann. Climact. p. 116.*

assure qu'on n'en vit aucune en ces deux jours; cet infatigable Observateur peut en être cru sur sa parole.

1682.

Retour de la Comète d'Halley. Picard & la Hire l'observèrent à Paris le 26 Août. Picard l'observa pour la dernière fois le 11 Septembre, & ce fut la dernière de ses observations, il mourut le 12 Octobre suivant. La Hire continua d'observer la Comète le 12 & le 13 Septembre [a]. Hévélius, remonté en instrumens, l'observa pareillement depuis le 26 Août jusqu'au 13 Septembre [b]. Il l'observa même encore le 14 & le 16, mais grossièrement; il la vit pour la dernière fois le 17 Septembre. Les observations de Flamstéed à Gréenwich s'étendent du 30 Août matin, au 19 Septembre au soir. C'est d'après ces dernières observations qu'Halley a calculé les deux orbites que nous insérons dans la Table, la première parabolique, la seconde elliptique.

[a] *Hist. cél. de M. le Monnier, p. 265 & suiv.*

[b] *Ann. climact. p. 120 & seq.*

Hist. cæl. Brit. t. I, p. 108 & seq.

1683.

Hévélius a observé la Comète de 1683 à Dantzick, depuis le 30 Juillet jusqu'au 4 Septembre, & Flamstéed à Greenwich, depuis le 23 Juillet jusqu'au 5 Septembre. C'est sur les observations de Flamstéed qu'Halley a calculé l'orbite de la Comète.

Ann. climact. p. 160 & seq. Hist. cæl. Brit. t. I, p. 110 & seq.

1684.

Je ne connois d'autres observations de la Comète de 1684, que celles de l'Abbé Bianchini, faites à Rome depuis le 1.er jusqu'au 17 Juillet; c'est sur elles qu'Halley a calculé l'orbite.

Phil. Trans. n.° CXCVI, p. 920.

1686.

Au Bresil, près de Para, on observa une Comète durant tout le mois d'Août: la tête égaloit les Étoiles de la première grandeur, la queue étoit longue de 18 degrés. On la vit aussi le 15 Août à Amboine, un peu au sud du baudrier

Acad. des Sc. anc. Mém. t. II, p. 31.

d'Orion. Elle fut vue le 16 & le 17 du même mois à Siam; la queue avoit environ 15 degrés de longueur[a]. Les Jésuites l'observèrent près de Siam, depuis le 17 jusqu'au 23 Août[b]. On a quatre bonnes observations, faites à Pau par le P. Richaud, les 7, 9, 10 & 15 Septembre[c]. Un paysan des environs de Léipsick, qui paroît avoir eu quelque connoissance du Ciel, observa la Comète les 16, 17, 18, 19 & 22 Septembre, mais assez grossièrement: dès le 17 Septembre, il avertit Godefroi Kirch de sa découverte; celui-ci fit deux observations plus précises, les 18 & 19 Septembre. Halley a calculé l'orbite de cette Comète; s'il n'a eu pour données que les observations que je viens d'indiquer, sa théorie ne peut passer pour rigoureusement précise; non cependant que je prétende révoquer en doute la bonté des observations du P. Richaud; mais elles ne renferment qu'un intervalle de huit jours, & pendant ce temps le mouvement de la Comète n'a point été de 10 degrés.

[a] Struyck, 1740, p. 286, & 1753, p. 45.

[b] Ac. Sc. anc. Mém. t. VII, p. 637.

[c] Ibid. t. VIII, p. 184.

Acta erudit. an. 1686, p. 565.

Phil. Trans. n.° CLXXXVI, p. 256.

1689.

On vit cette année une Comète dans la partie méridionale du ciel: elle ne fut point observée en Europe. A Pékin on n'en aperçut que la queue, le 11 Décembre matin & les jours suivans jusqu'au 15. Le 11, la partie visible de la queue étoit de 10 à 12 degrés; elle se terminoit, dit le P. Duhalde, presque immédiatement au-dessous des trois Étoiles, qui forment un petit triangle isoscèle dans le repli de la queue de l'Hydre; de-là elle s'étendoit vers le Centaure, & passoit sur les deux Étoiles de son épaule droite. Le 12, on remarqua que le mouvement de la Comète étoit vers le sud-ouest. Le 14, on supposa que son mouvement vers le sud-ouest étoit d'un degré & demi par jour (supposition très-gratuite, puisqu'on ne voyoit pas la tête de la Comète). Au même observatoire on continua de voir la queue, mais très-foiblement, quatre ou cinq jours après le 15 Décembre.

Duhald. t. IV, p. 217.

Cette Comète fut vue toute entière dans des contrées

plus australes. A Ternate, on la vit le 11 Décembre matin, avec une queue longue de 35 degrés & demi; on trouva à la boussole qu'elle déclinoit de 10 degrés du sud-est à l'est: elle se levoit peu après Vénus. Le 14, la queue avoit 45 degrés de longueur, elle se recourboit vers le nord-ouest. Le 15 au matin, la longueur de la queue étoit de 47 degrés, l'Étoile ou la tête déclinoit de 4 degrés du sud-est à l'est. Elle déclinoit le 18 de 5 degrés du sud-est au sud; la longueur de la queue étoit de $47^d\ 30'$. Le 22, cette longueur fut de 60 degrés, la queue mit environ deux heures & demie à se lever; la Comète fut relevée au sud-est-quart-sud: l'Étoile étoit claire, mais la queue plus sombre. Le 24, on vit la queue pour la dernière fois. Il y a lieu de croire que ces relèvemens ont été faits aussitôt qu'on a distingué la tête de la Comète au-dessus de l'horizon. Ces détails ont été extraits par Struyck du journal d'un vaisseau Hollandois, mouillé alors dans la rade de Ternate. Struyck y joint des extraits de plusieurs autres journaux, qui ne nous apprennent rien autre chose, sinon que le 4 Décembre & jours suivans, la Comète fut vue à bord de plusieurs navires Hollandois, faisant voile au-delà de la Ligne.

Struyck, 1753, p. 45 & 46.

Le P. Richaud observa cette Comète à Pondichéri. Le 8 Décembre matin il n'en vit que la queue, elle passoit par les bras du Centaure, la tête étoit cachée dans les brouillards de l'horizon. Le 10, la tête parut vers le fond de la gueule du Loup, entre sa langue & sa mâchoire: le ciel fut couvert jusqu'au 14. Le 14, la Comète étoit tout proche de la petite Étoile qui est entre l'épaule & le ventre du Loup. Depuis le 14 jusqu'au 18, on ne put voir que la queue. Le 18, sur les cinq heures du matin, la queue passoit par l'Étoile qui est à la cuisse occidentale du Centaure, & par celle qui est à son ventre: deux jours auparavant, elle passoit entre les deux Étoiles des deux cuisses. Le 19, la Comète étoit près de la cuisse du Loup (π je pense, suivant la nomenclature de l'Abbé de la Caille): elle faisoit avec l'Étoile du premier pied du Centaure (α) une ligne parallèle

à une autre ligne droite, tirée de l'Étoile du ventre (ε) par le premier bras de la Croiſade (β de la Croix); la queue alloit parallèlement aux deux pieds du Centaure: l'obſervation eſt faite à quatre heures du matin. Le 20, la tête étoit plus près du pied du Centaure, & la queue touchoit la Croiſade, à cinq heures du matin. Le 21, la Comète étoit éloignée du pied du Centaure (α ſans doute) d'environ un degré; la queue paſſoit par le ſecond pied & par le bras oriental de la Croiſade. Le clair de Lune empêcha de la voir les jours ſuivans; on en vit encore la queue vers le commencement de Janvier; on n'en put diſtinguer la tête. Il paroît que cette Comète alloit du nord au ſud, en gagnant un peu à l'oueſt, de ſorte qu'elle faiſoit un angle d'environ 20 degrés avec le méridien, ſuivant à peu-près le cercle de longitude (ou plutôt de latitude) qui paſſe par le dernier degré du Scorpion. La queue a été quelquefois obſervée de 60 degrés.

Acad. Sc. anc. Mém. t. VII, p. 819 & ſuiv.

Les PP. de Bèze & Comille obſervèrent cette même Comète à Malaca. Le 9 Décembre, entre quatre & cinq heures du matin, ils virent ſa queue; la tête étoit dans des nuages près de l'horizon. Le 10, elle parut à découvert: la tête fut obſervée dans la gueule du Loup, preſque à la racine de la langue, ou, diſent-ils, pour éviter la confuſion que cauſe la diverſité des figures, la tête de la Comète étoit alors dans le concours de deux lignes droites, dont l'une ſe tiroit de l'Étoile que M. Halley nomme *Borealis duarum quæ ſequuntur ſcutum Centauri*, π du Centaure dans Bayer (c dans la Caille), & par la première de celles qui ſelon Halley précèdent le cou du Loup (1 *ad* φ, ſelon la Caille). La ſeconde ligne ſe tiroit par l'Étoile de troiſième grandeur, qui s'appelle chez Halley, la première du Loup, à l'extrémité du pied, & que Bayer marque, σ *in extremâ manu ſiniſtrâ Centauri*, & par la première de l'épaule du Loup, marquée ζ. (Celle-ci eſt déſignée par δ dans la Caille: quant à l'autre, il y a contradiction dans l'expoſé de l'obſervation; l'Étoile qu'Halley donne pour la première du Loup *in ſummo pede*,

n'eſt point du tout celle que Bayer appelle σ du Centaure, *in extremâ manu ſiniſtrâ*, mais plutôt celle qu'il déſigne par ο du Loup, *in extremo pede dextro :* cette Étoile, déſignée par β chez la Caille, eſt de troiſième grandeur; mais Bayer ne la marque que de la cinquième, & c'eſt ſans doute ce qui aura jeté les obſervateurs dans l'erreur. Une ligne droite, tirée par ο (β) du Loup, & par ζ (δ) de la même conſtellation, ſe rend aſſez exactement à la racine de la langue du Loup; il n'en ſeroit pas de même ſi, à ο (β) du Loup, on ſubſtituoit σ du Centaure (ou κ du Loup chez la Caille); la ligne paſſeroit bien loin de la racine de la langue). La queue de la Comète repréſentoit aſſez bien la figure d'un grand ſabre, dont la pointe recourbée donnoit juſqu'à l'Étoile de cinquième grandeur qui eſt au-deſſus de la main droite du Centaure (apparemment b ou d dans la Caille) : elle n'avoit de longueur qu'environ 35 degrés d'un grand cercle; la Lune, qui étoit alors dans ſon déclin & aſſez proche, la diminuoit de beaucoup. Le 14, la Comète étoit preſque ſur l'Étoile de cinquième grandeur, qui eſt la plus orientale des trois de l'épaule du Loup, marquée υ par Bayer (ι par la Caille [(b)]); la queue, plus éclairée & plus longue que devant, paſſoit par le milieu du Centaure, & s'étendoit juſqu'au pied de la Coupe : elle fut obſervée dans la ſuite avoir juſqu'à 68 degrés de longueur. Les 15, 16, 17, 18, 19, elle continua à ſuivre la ligne droite ſur le dos du Loup, tendant vers α du Centaure, en diminuant tous les jours, depuis le 15, l'eſpace qu'elle parcouroit. On la vit le 23 pour la dernière fois : elle touchoit preſque à la partie boréale & occidentale du pied du Centaure. La route de cette Comète la portoit donc du nord au ſud, ſur une ligne qui ne déclinoit que d'environ 21 degrés à l'oueſt, ce qui eſt preſque la déclinaiſon de l'écliptique; de ſorte que la Comète ſuivoit

(b) Il y a deux étoiles du Loup très-diſtantes, & cotées ι l'une & l'autre dans le Catalogue de l'Abbé de la Caille; il s'agit ici de la ſeconde ou de la plus orientale.

à deux

à deux degrés près un cercle de longitude (on a voulu dire, *de latitude)*, & elle alloit aboutir au pôle de l'écliptique. (On conçoit facilement que ce raisonnement n'est pas de la plus grande justesse; pour qu'il le fût, il faudroit que la Comète partît d'un des points équinoxiaux). La plus grande vîtesse du mouvement de la Comète fut, du 14 au 15 Décembre, d'un peu plus de 3 degrés.

Acad. Sc. anc. Mém. t. VII, p. 821 & 822.

Ces observations ne sont rien moins que précises; j'en ai cependant profité pour calculer l'orbite de la Comète: on doit bien penser qu'il n'y a pas plus de précision dans les élémens de cette orbite, que dans les observations mêmes; mais cela pourra servir à reconnoître cette Comète, si quelque jour elle revient à nous.

1695.

On vit encore en 1695, une Comète dans les pays méridionaux, & on l'observa encore plus imparfaitement que la précédente. L'atmosphère de la Comète environnoit entièrement son noyau, & ne permit pas de le voir. En conséquence on s'attacha à observer principalement les phénomènes de la queue. Le P. Noël nous dit que l'orbite de cette Comète coupoit l'écliptique en 6 degrés du Scorpion, formant avec elle un angle de 47 degrés, & qu'elle coupoit l'équateur en 240 degrés, sous un angle de 22 degrés; qu'elle fut périgée dans sa plus grande proximité du Soleil, vu que du 2 au 4 Novembre son mouvement fut le plus précipité, qu'il se ralentit ensuite, &c. Où le P. Noël prend-il tout cela? Il n'a vu la Comète ni dans l'écliptique, ni dans l'équateur; ce n'est certainement point par un calcul raisonnable qu'il a déterminé les nombres qu'il nous donne: il y a plus, c'est qu'il n'a point du tout observé la Comète. Le 2 Novembre il vit 15 degrés de queue au sud-est, 30 degrés le 4 & le 5; le 6, 40 degrés, & l'on ne voyoit pas encore, dit-il, la queue toute entière. Le 8, le 10 & le 12, on la vit dans sa totalité; du côté du Soleil, elle se terminoit en pointe; c'étoit cette pointe qu'il falloit observer, le P. Noël

ne l'obſerva pas ; la queue paſſoit, dit-il, le 2 Novembre par l'aile occidentale du Corbeau (γ) ; le 4, elle touchoit preſque la pénultième (γ) de l'Hydre ; le 5, elle avoit paſſé cette Étoile preſque en entier ; le 6, elle l'avoit totalement dépaſſée, elle couvroit la petite Étoile voiſine du bec du Corbeau. Puiſque le 6, on ne voyoit pas encore la totalité de la queue, il eſt clair que le P. Noël déterminoit ces mouvemens de la queue dans le ſens de ſa largeur. Il continue : le 8 & le 10, la queue paſſoit entre la pénultième & la dernière de l'Hydre (γ & π). Le 12, la queue étoit
Obſerv. P. Noël. un peu diminuée ; le 22, on ne voyoit plus rien. Le P. Noël a fait ces obſervations le matin, à Macao.

On trouve dans les Mémoires de l'Académie des Sciences, *année 1702, pages 125 & 126,* d'autres obſervations de cette Comète. Le P. Jacob, Jéſuite François, étant alors à la baie de tous les Saints au Breſil, la découvrit le 28 Octobre, une heure avant le lever du Soleil. Il n'y vit point de tête. Le 29 au matin, la pointe d'où les rayons ſe répandoient vers l'occident, avoit 17 degrés de latitude auſtrale. « Cet » Obſervateur ne voyant pas de tête à la Comète, la com- » paroit toujours au Soleil, d'où il dit qu'au commencement » elle étoit éloignée de 12 degrés. Le 30, elle en étoit éloignée » de 15 degrés ; ſa pointe ſe voyoit entre l'épi de la Vierge » & l'extrémité de la queue du Corbeau, en 16 degrés de » *Libra*, & ſes rayons arrivoient au ſigne de la Vierge avec une latitude auſtrale de 18 degrés. » Je n'entends rien du tout à cela. Cet *éloignement* de la Comète au Soleil, qui n'étoit certainement pas abſolu, étoit-il en longitude ou en aſcenſion droite ? Comment le P. Jacob s'y eſt-il pris pour le déterminer ? Le 30 Octobre les rayons atteignoient le ſigne de la Vierge, & la pointe (donc celle où étoit le noyau) étoit en 16 degrés de la Balance : donc la ſeule différence de longitude entre cette pointe & le Soleil, étoit de 21 à 22 degrés, & l'on nous dit que la Comète n'étoit éloignée du Soleil que de 15 degrés.

Le même jour 30 Octobre, à Surate, le P. Bouvet vit

cette Comète ſans tête une demi-heure avant le commencement du crépuſcule; ſa longueur étoit environ de 18 degrés; l'extrémité où devoit être la tête, aboutiſſoit à la cuiſſe du Corbeau. Le 31, l'extrémité capitale occupoit le haut de la jambe du Corbeau. Le 1.er Novembre, on la vit de meilleure heure; elle étoit plus longue : on jugea qu'une partie avoit été auparavant cachée dans les rayons du Soleil. Ce jugement ſans doute étoit juſte : Macao & Surate ne diffèrent que d'un degré en latitude; on n'a vu à Macao l'*extrémité capitale* de la Comète, que le 8 Novembre, on n'a pu la voir à Surate dès le 30 Octobre.

Sur les îles de Sainte-Anne en Amérique, le 2 Novembre, la Comète par ſa pointe touchoit l'Étoile (β) de la poitrine du Corbeau, ſes rayons paſſant entre les Étoiles du bec & celles de la coupe, s'approchant du tropique du Capricorne. Le 5, la pointe de la Comète, obſervée près de l'île Grande, touchoit le bec (α) du Corbeau, ſur le tropique du Capricorne, avec $23^{d}\ 30'$ de latitude auſtrale. Le 6 Novembre, dixième jour de ſon apparition, à quatre heures du matin, on la vit paſſer à l'Étoile qui eſt dans le bec du Corbeau, traverſant par ſes rayons l'Hydre, preſque à 25 degrés de latitude auſtrale (cette latitude étoit ſans doute celle de la Comète qui avoit paſſé au-delà du bec du Corbeau). Après quelques jours nébuleux, on la vit en Amérique continuer ſon cours rétrograde le 8 & le 11 Novembre, & le 16, on la vit ſur le triangle de l'Hydre (β, ξ, ο,). « On continua de la voir tous les jours à Surate, où le 16 elle « parut entre les deux Étoiles plus orientales (β, ο) du triangle « de l'Hydre, qu'elle laiſſa *à l'occident* le 18 & le 19 *d'Avril.* » Il eſt certain qu'il faut lire *Novembre* au lieu d'*Avril:* & comme on ſait d'ailleurs que le cours apparent de cette Comète étoit rétrograde, il paroît qu'il faudroit auſſi lire *à l'orient,* au lieu de *à l'occident.*

J'ai tenté inutilement de combiner ces diverſes obſervations pour en extraire quelque approximation de l'orbite de la Comète.

1698.

La Comète de cette année, dit Halley, n'a été vue que par les Parisiens, & ils ont déterminé son cours d'une manière insolite. Cassini la découvrit au commencement de Septembre, dans la constellation de Cassiopée; la Hire l'observa depuis le 2 Septembre jusqu'au 28. Ces observations pouvoient être en effet plus précises : Halley en a cependant conclu l'orbite de la Comète; mais il ne donne pas cette orbite pour la plus exacte de celles qu'il a calculées.

Synopf. Aftron. Comet.

Acad. des Sc. anc. Mém. t. II, p. 341; t. X, p. 742, & ann. 1701, p. 117 avec la planche.

1699. Première Comète.

La Comète de 1699 fut observée à Pékin par le P. de Fontenay, depuis le 17 jusqu'au 26 Février, & à Paris par Cassini & Maraldi, depuis le 20 Février matin jusqu'au 2 Mars au soir. L'orbite a été calculée par l'Abbé de la Caille.

Acad. des Sc. 1701, p. 47 & suiv.

1699. Deuxième Comète.

Le 26 Octobre de cette même année, à Guben en basse Lusace, Godefroi Kirch observa à cinq heures du matin une Comète dans la poupe du Navire, en $4^s\ 2^d\ 34'$, avec une latitude australe de $40^d\ 38'$: c'étoit une nébulosité sensible à la vue simple, sans aucune apparence de noyau. Kirch la suivit pendant une demi-heure; son mouvement la portoit vers le sud, il étoit très-sensible : l'aurore ne permit pas de la suivre ce jour-là plus long-temps. Le lendemain à pareille heure, Kirch la chercha inutilement, soit (ce qui est très-vraisemblable) parce qu'elle étoit devenue trop australe, pour être vue sur l'horizon de Guben; soit parce qu'elle étoit plongée dans des vapeurs, qui ne permettoient pas même de voir les Étoiles auxquelles on l'avoit comparée la veille.

Miscell. Berolin. t. V, p. 50.

1701.

Le P. Pallu, Jésuite, observa à Pau, les 28 & 31 Octobre

& le 1.er Novembre 1701, une petite Comète entre la Vierge & la Coupe; son mouvement étoit d'environ 40 minutes par jour; elle diminuoit sensiblement de grandeur; à peine pouvoit-on apercevoir sa queue: elle alloit du nord au sud. Ce qui est dit de cette Comète, dans l'almanach latin de Berlin pour l'année 1749, a été inventé à plaisir, selon le témoignage de M. Euler, dans une lettre adressée à Struyck, en date du 11 Janvier 1749.

Acad. des Sc. 1701, p. 218.

Struyck, 1753, p. 50.

1702. Première Comète.

Le Mercredi 22 Février, par 24 degrés & demi de latitude sud, & par environ 36 degrés de longitude (comptés sans doute du pic de Ténériffe), on vit une Comète. Le Jeudi 23, on la découvrit près de Bengale dans le golfe de Pégu, une demi-heure après le coucher du Soleil; on n'en voyoit que la queue à l'ouest & à l'ouest-quart-sud-ouest, cette queue fut couchée trois quarts d'heure après. Les jours suivans la Comète s'éleva davantage sur l'horizon; elle s'éloignoit du Soleil, allant de l'ouest au sud. L'Étoile qui terminoit la queue par en bas étoit petite, mais la queue étoit longue & claire: le ciel étoit toujours serein, la mousson du nord durant encore. Le Mardi 28 on étoit à midi par $15^d\ 10'$ de latitude nord, & par $116^d\ 45'$ de longitude; le temps après midi fut très-beau: au commencement de la première veille (à huit heures du soir) la Comète fut relevée à $20^d\ 30'$ de l'ouest au sud, sa hauteur sur l'horizon étoit de $8^d\ 40'$. On releva aussi l'extrémité de la queue à l'ouest 38^d sud, à $48^d\ 50'$ de hauteur; ainsi sa longueur étoit de $42^d\ 46'$. On vit cette même Comète au Japon le 28 Février & le 1.er Mars. Au cap de Bonne-espérance on l'avoit aperçue dès le 20 Février au soir après le coucher du Soleil; on la releva à l'ouest-sud-ouest, elle étoit fort peu élevée sur l'horizon. A ces extraits de Journaux de navigateurs Hollandois, Struyck en joint un grand nombre d'autres, qui confirment que cette Comète fut vue, sur-tout le 22 Février, dans presque toutes les parties méridionales de la Terre.

Struyck, 1753, p. 50 & 51.

Cette Comète fut aussi vue à la Louisiane par M. le Sueur, les 27, 28 Février & 1.er Mars au soir. Maraldi, alors à Rome, en vit seulement la queue dans les derniers jours de Février & les premiers jours de Mars.

Acad. des Sc. 1702, p. 101 & 216.

Il est facile de voir sans aucun calcul, que cette Comète diffère de la suivante : Struyck a voulu s'en assurer par la voie du calcul; le résultat a été qu'on ne pouvoit confondre ces deux Comètes.

1702. Deuxième Comète.

La même année 1702, il parut une seconde Comète du 20 Avril au 5 Mai; elle fut observée à Paris par la Hire seul, & à Rome par Maraldi & Bianchini[a], à Berlin par Kirck & Hoffmann[b]. L'Abbé de la Caille a calculé l'orbite; sa théorie paroît déplaire à Struyck[c]. Les observations de Paris sont, dit-il avec raison, grossièrement faites, & d'ailleurs il s'y est glissé plusieurs fautes. Celles de Rome sont beaucoup plus précises; mais elles ne sont pas exemptes de fautes: Hottuyn, ayant calculé les observations des 21, 27 Avril & 4 Mai d'une part, & de l'autre celles des 24, 27 Avril & 4 Mai, a trouvé deux orbites différentes. Ne pourroit-on pas calculer de nouveau l'orbite sur les observations de Kirch ? A cela je réponds que la plupart des observations de Berlin ne valent guères mieux que celles de Paris; que les observations de Rome sont bien certainement les meilleures de toutes; que si, ce dont on ne sauroit effectivement douter, il s'y est glissé des fautes d'impression, l'Abbé de la Caille, étant à portée de consulter les originaux, n'aura pas manqué de corriger ces fautes; qu'enfin on ne peut mieux faire que d'admettre l'orbite de la Comète, telle que l'Abbé de la Caille l'a proposée, c'est-à-dire comme un simple *à peu-près*, propre à faire reconnoître la Comète dans ses retours.

[a] *Acad. des Sc. an. 1702, p. 112–131.*
[b] *Misc. Berolin. t. I, p. 213, 261.*
[c] *Struyck, 1753, p. 50 & 51.*

1706.

La Comète de 1706 a été observée à Paris par Cassini

& Maraldi, depuis le 18 *Mars* jusqu'au 16 Avril. Entre les obſervations, il en eſt ſix qui furent faites en comparant la Comète avec des Étoiles dont le lieu eſt déterminé dans le *Catalogue Britannique*. La ſeconde de ces obſervations, corrigée ſur les regiſtres de l'Académie, fut envoyée à Struyck par l'Abbé de la Caille : Struyck a calculé rigoureuſement les cinq autres. Voici ces obſervations.

Acad. des Sc. ann. 1706, p. 140.

Struyck, 1753, p. 54.

MOIS & JOURS.	TEMPS MOYEN, méridien de PARIS.		LONGITUDE de la COMÈTE.				LATITUDE de la COMÈTE.			
	H.	*M.*	*S.*	*D.*	*M.*	*S.*	*D.*	*M.*	*S.*	
Mars.. 20	11.	38	7.	1.	51.	34	49.	42.	33	B.
31	8.	40	6.	3.	12.	45	22.	36.	0	
Avril. 9	9.	46	5.	25.	14.	59	9.	9.	55	
10	9.	46	5.	24.	43.	0	8.	7.	14	
11	8.	40	5.	24.	16.	0	7.	8.	43	
12	9.	30	5.	23.	48.	44	6.	11.	45	

Dans les Mémoires de l'Académie, on ne trouve point à quelle heure furent faites les obſervations du 11 & du 13 Avril. Struyck en écrivit à l'Abbé de la Caille; celui-ci répondit que ſuivant les regiſtres de l'Obſervatoire, la première avoit été faite à $8^h\ 40'$, la ſeconde à $9^h\ 21'\ 30''$, temps moyen. Struyck n'a pas calculé cette obſervation du 13 Avril, non plus que quelques autres faites en différens jours, parce qu'en ces jours on avoit comparé la Comète à des Étoiles qui ne ſe trouvent pas dans le Catalogue de Flamſtéed.

Nous donnons deux orbites de cette Comète; la première eſt de l'Abbé de la Caille, la ſeconde a été calculée par Struyck ſur les obſervations précédentes, & les repréſente avec aſſez de préciſion.

1707.

La Comète de 1707 a été obſervée à Paris par Maraldi & Caſſini, depuis le 29 Novembre juſqu'au 25 Décembre[a]; à Bologne, par Manfredi & Stancari, depuis le 25 Novembre juſqu'au 23 Janvier 1708[b]. Nous en donnons trois orbites: la première eſt calculée par Houttuyn, ſur les obſervations faites le 25 Novembre & les 10 & 26 Décembre; la deuxième eſt de la Caille, la troiſième de Struyck. Celui-ci s'eſt principalement fondé ſur quatre obſervations, corrigées par la Caille lui-même: celle que la Caille rapporte au 25 Novembre eſt fautive ſelon Struyck, il faudroit ajouter dix minutes à la déclinaiſon & cinq à l'aſcenſion droite marquée dans les Mémoires de l'Académie. Si la Caille a réellement employé dans ſon calcul l'obſervation Italienne du 25 Novembre, ſon orbite doit être moins exacte que celle de Struyck. Voici les quatre obſervations corrigées, ſur leſquelles Struyck a déterminé l'orbite.

[a] Acad. des Sc. 1707, p. 558 & ſuiv.

[b] Ibid. 1708, p. 323 & ſuiv.

MOIS & JOURS.	TEMPS MOYEN, méridien de PARIS,	LONGITUDE de la COMÈTE.	LATITUDE de la COMÈTE.
	H. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
Nov.. 29	8. 16. 50.	10. 6. 44. 30	18. 54. 32 B.
Déc... 3	7. 24. 3	10. 7. 51. 44	30. 12. 54
10	7. 12, 32	10. 8. 30. 20	39. 35. 10
25	7. 32. 15	10. 7. 34. 49	46. 34. 16

Struyck remarque que ſi cette Comète eût été périhélie quatorze jours plus tôt qu'elle ne l'a été, elle auroit paſſé vers la fin d'Octobre fort près de la Terre. On peut auſſi remarquer que de toutes les Comètes connues, celle de 1707 eſt celle dont l'orbite eſt la plus inclinée à l'écliptique.

Struyck, 1753, p. 55 & 56.

1708. Le 23 Février, un navigateur Hollandois ayant eu à midi 30^d 24$'$ de latitude nord, obſervée, & 1^d 47$'$ de longitude

de longitude estimée, vit le soir une Comète au-dessous de la Lune; une heure & un quart après, la Lune & la Comète se couchèrent ensemble: on n'a pas revu depuis cette Comète; le ciel étoit très-serein.

Struyck, 1753, p. 56, & 1759.

1717. Le Lundi 21 Juin au soir, par un temps calme & serein, Halley dirigeant un télescope de vingt-quatre pieds vers Mars, rencontra près de cette Planète un nuage; il en sortoit à sa partie supérieure un rayon, dans une direction sensiblement opposée au Soleil. En comparant son lieu avec celui de Mars & de quelques petites Étoiles voisines, Halley jugea qu'il étoit en 8ˢ 17ᵈ 12′ avec 4ᵈ 12′ de latitude australe. M.rs Guillaume, Thomas & Halley suivirent ce phénomène depuis dix heures & demie jusqu'à minuit. Il paroissoit ne point avoir de mouvement sensible; ils en conclurent que ce n'étoit qu'un nuage. Mais Halley l'ayant cherché inutilement les jours suivans au lieu où il l'avoit découvert le 21, il se persuada finalement qu'il avoit eu un mouvement réel, & que c'étoit en conséquence une Comète télescopique.

Phil. Transf. n.° CCCLIV, p. 721.

1718.

La Comète de 1718 fut observée à Berlin par Kirch, depuis le 18 Janvier jusqu'au 5 Février. Nous en donnons deux orbites, l'une calculée par la Caille, l'autre par Downes à la prière de Struyck. L'une & l'autre représentent les observations de Kirch, mais à quelques minutes près seulement; & si l'on ne peut trouver une théorie plus précise, c'est, selon Struyck, la faute des observations mêmes. 1.° Kirch a employé de trop petits instrumens. 2.° Il a réglé les positions de la Comète sur des positions d'Étoiles, extraites des Catalogues de Tycho & d'Hévélius. 3.° Il a réduit toutes ces positions à dix heures du soir: pourquoi ne les avoir pas données pour les heures mêmes auxquelles elles avoient été faites? Le mouvement de la Comète étoit d'abord très-prompt, il s'est ralenti ensuite; on a pu facilement se tromper dans les réductions.

Phil. Transf. 1718, n.° CCCLVII, p. 820; & 1723, n. CCCLXXV, p. 238. Nova litter. Berolin. Miscell. Berol. t. III, p. 200 & seq. Struyck, 1740, p. 295, & 1753, p. 57.

Struyck, 1753, p. 57.

On avoit dit à Amſterdam, qu'au mois de Décembre 1718, on avoit vu une Comète à la campagne, près de cette ville; mais ce bruit ne ſe confirma pas.

Struyck, 1740, p. 296.

On lit dans la gazette d'Amſterdam du 2 Janvier 1723, qu'on avoit vu à Cracovie une Comète à l'orient, mais que les jours ſuivans elle avoit diſparu. On pouvoit bien encore alors prendre un météore pour une Comète.

1723.

La Comète de 1723 fut vue à Bombay dans l'Inde le 12 Octobre; quatre jours après à Liſbonne. Halley, Bradley, Pound & Graham l'obſervèrent en Angleterre avec la plus grande préciſion, depuis le 20 Octobre juſqu'au 18 Décembre [a]. L'orbite a été calculée par Bradley: Struyck a comparé les obſervations avec le calcul fait d'après la théorie de Bradley; il n'eſt pas poſſible de deſirer un accord plus parfait; les plus fortes différences entre le calcul & l'obſervation, ne vont pas à une minute [b].

[a] Phil. Tranſ. n.° CCCLXXXII, p. 41—53, & n.° CCCXCVII, p. 213. Acad. des Sc. 1723, p. 250 & ſuiv. & 1724, p. 365 & ſuiv.

[b] Struyck, 1740, p. 297.

Dans les Tables aſtronomiques de Berlin, *tome I, page 38*, on propoſe une ſeconde orbite, qu'on attribue à Bradley & à Struyck; je n'en ai trouvé ailleurs aucun veſtige: il eſt certain que Struyck n'en propoſe aucune différente de celle de Bradley, telle qu'elle eſt dans notre Table. J'ai donc cru pouvoir omettre cette orbite anonyme ou pſeudonyme.

Cette même Comète fut auſſi obſervée à Witham en Eſſex, par le Lord Paiſley; à Albano, par Bianchini; à Liſbonne, par le P. Carbonne & Dominique Capaſſo, &c. [a]; à Paris, par Maraldi; & par le P. Croſſat, Jéſuite, à Cayenne [b].

[a] Phil. Tranſ. n.° CCCLXXXII, p. 50 & ſuiv.

[b] Acad. des Sc. 1724, p. 365 & ſuiv.

On lit dans la gazette de Leyde, du 22 Février 1726, que ſelon des lettres écrites de Naples, en date du 29 Janvier, on y avoit vu le ſoir, pendant quelques jours, une Comète, qui lançoit vers l'eſt des rayons très-lumineux.

1729.

La Comète de 1729 eſt de toutes les Comètes, obſervées juſqu'en 1780, celle qui a été vue à la plus grande diſtance

du Soleil & de la Terre; elle eſt auſſi une de celles qui ont paru le plus long-temps. Il paroît que ce fut le P. Sarabat qui la découvrit le premier à Nîmes, le 31 Juillet, entre le petit Cheval & le Dauphin : la clarté de la Lune l'empêcha de la revoir les jours ſuivans; mais le 8 Août, la Lune étant totalement éclipſée, il retrouva la Comète, & en donna auſſitôt avis à Caſſini. Celui-ci la reconnut en effet le 26 Août, & depuis le 31 du même mois, juſqu'au 18 Janvier 1730, il l'obſerva en quarante-quatre jours différens, avec beaucoup de préciſion. Il continua même de la voir juſqu'à la fin de Janvier. Cornelis Douwes, à la prière de Struyck, calcula l'orbite : Struyck compara les quarante-quatre obſervations de Caſſini aux lieux réſultans de la théorie de Douwes; & comme chaque obſervation renferme une longitude & une latitude, cette opération produiſit quatre-vingt-huit comparaiſons. De ces quatre-vingt-huit comparaiſons, il en eſt cinquante-deux dans leſquelles la différence entre le lieu calculé & le lieu obſervé n'excède pas une minute, & neuf ſeulement où cette différence ſurpaſſe deux minutes[a]. Nous donnons dans la Table cinq théories de l'orbite; la première eſt celle de Douwes, la deuxième eſt de la Caille, la troiſième de Maraldi[b], la quatrième de Kies[c], la cinquième de de l'Iſle[d]. La théorie de la Caille s'écarte quelquefois des obſervations de Caſſini, de 31 minutes & plus en longitude, & de $1^d\ 15'$ & plus en latitude.

Acad. des Sc. 1729. Voyez ſur-tout 1730, *p.* 297 & 298.

[a] *Struyck,* 1753, *p.* 58 & 59. *Acad. des Sc.* 1763, *p.* 15 & *ſuiv.*

[b] *Acad. des Sc.* 1743, *p.* 195 & *ſuiv.*

[c] *Acad. de Berl.* 1745, *p.* 46.

[d] *Acad. des Sc.* 1746, *p.* 406

Bouguer propoſa en 1733 à l'Académie des Sciences[e] une méthode pour déterminer l'orbite des Comètes; il faiſoit uſage de trois obſervations voiſines l'une de l'autre : des trois longitudes & des trois latitudes obſervées, il croyoit pouvoir conclure quel genre de courbe la Comète avoit parcouru. Appliquant ſa méthode à la Comète de 1729, il décidoit que ſon orbite avoit été hyperbolique. Le Mémoire de Bouguer fut réfuté avec politeſſe dans l'Académie même par M. Maraldi[a]; il le fut beaucoup plus vivement hors de l'Académie par Struyck[b]. Voyez au dernier chapitre de la première Partie, ce que nous avons cru pouvoir répondre

[e] *Ibid.* 1733, *p.* 331 & *ſuiv.*

[a] *Acad. des Sc.* 1743, *p.* 195, & *Hiſt. p.* 138, & *ſuiv.*

[b] *Struyck,* 1740, *p.* 299, & 300.

aux difficultés de celui-ci. Au reste, nous lui accordons volontiers que des observations voisines l'une de l'autre, ne peuvent seules faire connoître avec précision l'orbite d'une Comète; & sous ce point de vue, nous sommes très-éloignés de défendre la méthode proposée par Bouguer. Quant à la question générale, si l'orbite d'une Comète peut-être parabolique ou hyperbolique, nous la traiterons dans la troisième Partie.

Cassini croyoit que la Comète de 1729 reparoîtroit au bout de dix ans; Struyck prouve facilement que le terme étoit trop court. Struyck pense cependant que sa révolution ne peut être bien longue, & comme cette Comète vers son périhélie ne peut paroître que vers la constellation du Dauphin, il exhorte les Astronomes à jeter un coup-d'œil tous les mois, ou au moins tous les deux mois, sur le Dauphin, & sur la partie du ciel qui est entre le petit Cheval & les ailes de l'Aigle.

N.° CCCCXXV, p. 393. Il est dit dans les Transactions Philosophiques, que le 29 Février 173½, vieux stile, *on vit une Comète.* « Le 29 Février, dit J. Dove, ayant fait une bonne observation à midi, je » m'estimois à dix heures & demie du soir par 34d 28′ de » latitude sud, & par 12d 35′ à l'ouest du cap de Bonne- » espérance. La Lune étoit très-éclatante, étant alors presque » pleine. Nous vimes à l'heure susdite quelque chose de fort » brillant se lever à l'ouest; je juge que c'étoit une Comète. » Elle se coucha vers l'est, ayant passé de l'ouest à l'est en » cinq minutes de temps ou environ, entre la Lune & notre » zénith, & au sud de l'épi de la Vierge. Elle traînoit après » elle un torrent de lumière, long d'environ 40 degrés, & » large d'un degré ou d'un degré & demi. L'éclat de la Lune » effaça celui de la Comète lorsqu'elle en fut voisine. » Je n'aurois pas parlé de ce météore, si je ne l'avois pas trouvé consigné dans les Transactions, sous le nom de Comète.

1733.

Le 17 Mai, par 34d 59′ de latitude australe, près de

Falſe-bay, au voiſinage du cap de Bonne-eſpérance, on vit une Comète au nord-oueſt-quart-oueſt ; le ciel étoit beau, la queue tendoit en haut, on la jugeoit longue de deux pieds : on vit cette Comète durant plus d'une heure juſqu'à ſon coucher. On la découvrit le lendemain 18, au Cap même. Pluſieurs Navigateurs, qui y arrivèrent le 19 & le 28 Mai, s'accordèrent à rapporter qu'ils avoient vu cette Comète. *Struyck, 1753, p. 61.*

1737.

On trouve dans les Mémoires de l'Académie, du moins en partie, les obſervations de la Comète de 1737, faites à Paris par Caſſini, depuis le 16 Février juſqu'au 2 Avril. *Acad. 1737, p. 170 & ſuiv.* Les Mémoires de l'Inſtitut de Bologne contiennent celles de Manfredi, depuis le 25 Février juſqu'au 6 Avril. *T. II, part. III, p. 62 & ſeq.* Les Tranſactions Philoſophiques, outre quinze obſervations de Bradley, faites à Oxford depuis le 26 Février juſqu'au 2 Avril, en renferment pluſieurs autres faites à Rome, à Philadelphie, où la Comète fut vue dès le 7 Février ; à Spanish-town dans la Jamaïque, où elle fut découverte le 6 du même mois ; à Madras, à Liſbonne[a]. Whiſton dit qu'à Newcaſtle, le 22 Février (5 Mars), on vit cette Comète éclipſer l'Étoile ν de la Baleine[b]. Struyck rapporte quelques obſervations qu'il a faites de cette Comète[c]. L'orbite a été calculée par Bradley ſur ſes propres obſervations, & les lieux de la Comète, calculés ſur ſa théorie, ne diffèrent nulle part d'une minute entière des lieux obſervés.

[a] *Phil. Tranſ. n.° CDXLVI, p. 111 & ſuiv.*
[b] *Struyck, 1740, p. 302.*
[c] *Ibid. p. 301.*

M. Machin avoit cru que cette Comète étoit la même que celle de 1556 ; il ne tarda pas à ſe rétracter : en effet, les deux orbites ſont calculées, & les élémens de l'une & de l'autre ſont trop différens pour qu'on puiſſe ſeulement ſoupçonner leur identité. M. le Monnier dans ſa *Théorie des Comètes*, page 74, à la note, & l'Auteur de l'article *Comète* dans l'Encyclopédie, ſont accuſés par Struyck d'avoir adopté le premier ſentiment de M. Machin : cette accuſation

n'eſt pas tout-à-fait juſte : les deux Auteurs accuſés ſe ſont contentés de rapporter hiſtoriquement ce qu'avoit penſé M. Machin; ils ne contrarient pas, il eſt vrai, ſon ſentiment, mais ils ne l'adoptent pas non plus : ils ignoroient probablement ſa rétractation.

1739.

Les meilleures, ou même les ſeules obſervations complètes que nous ayons de la Comète de 1739, ſont celles de M. Zanotti, faites à Bologne depuis le 28 Mai au ſoir, juſqu'au 18 Août matin. Nous donnons deux orbites de cette Comète: la première a été calculée par M. Zanotti, la ſeconde par l'Abbé de la Caille. Struyck s'eſt donné la peine de comparer toutes les trente-ſix obſervations de M. Zanotti avec la théorie de la Caille; l'accord du calcul avec l'obſervation, s'eſt trouvé le plus ſouvent tel qu'on pouvoit le deſirer. Il n'en eſt pas de même de l'orbite de M. Zanotti; Struyck n'a calculé ſur elle que trois obſervations, & les différences entre les lieux obſervés & les lieux calculés ſont énormes. Mais je trouve deux orbites de la Comète attribuées à M. Zanotti, l'une dans les Tranſactions Philoſophiques[a], l'autre dans les Mémoires de l'Inſtitut de Bologne[b]. La première, la ſeule connue de Struyck, n'eſt réellement pas exacte; ſi elle eſt véritablement de M. Zanotti, il l'aura déterminée ſans doute après un petit nombre d'obſervations, pour prévoir à peu-près la route que devoit tenir la Comète & la durée de ſon apparition. Il a certainement calculé la ſeconde, avec l'aide, dit-il, de Pétrone Matteucci ; c'eſt celle que nous donnons dans la Table : il faut ſuppoſer que la Caille n'en avoit aucune connoiſſance, quand il s'eſt donné la peine de calculer de nouveau cette orbite.

Nova Act. Erudit. Lipſ. 1740, p. 666 & ſeq. Comment. Inſtit. Bonon. t. II, part. III, p. 73 & ſeq.

Struyck, 1753, p. 64 & 65.

[a] *1741, n.° CDLXI, p. 809.*

[b] *Loco citato, p. 84.*

1741. Le 30 Octobre, à ſix heures & demie du ſoir, on vit à Crомménie une Étoile extraordinaire, déclinant de 22 degrés & demi du ſud à l'eſt, un peu au-deſſous de l'étoile Fomalhaut, égale en grandeur à Vénus achronique : deux amateurs la virent auſſi à Harlem. Rien ne nous engage

Struyck, 1753, p. 66.

à croire que ce phénomène fût une Comète ; on ne nous parle ni de son mouvement, ni de sa durée.

1742. Première Comète.

La première Comète de 1742 fut vue au cap de Bonne-espérance dès le Lundi 5 Février & les nuits suivantes ; elle se levoit à l'est. Un Navigateur la vit le 28 Février matin, à la cinquième horloge de la seconde veille (probablement entre deux heures & deux heures & demie) : on la releva à l'ouest-nord-ouest, un tiers de rhumb plus au nord ; sa hauteur sur l'horizon étoit d'environ 18 degrés : on s'estimoit par $17^{d}\ 35'$ de latitude sud, & par $110^{d}\ 40'$ de longitude. Un autre, qui navigoit dans les mêmes parages, avoit vu la Comète la veille, le 27 Février, au soir, à deux heures & demie de nuit, à l'est-quart-nord-ouest un tiers de rhumb au nord, à la hauteur de 18 degrés. Ces détails sont tirés de divers journaux Hollandois. *Struyck, 1753, p. 66, 67, 71.*

En Europe, on ne découvrit cette Comète qu'au mois de Mars. M. Grant, Irlandois, l'aperçut le premier, le 2 Mars matin. M.rs Cassini, père & fils, & M. Maraldi, l'observèrent depuis le 5 Mars matin jusqu'au 6 Mai au soir : les cinq dernières observations ne purent être faites que par des alignemens & des configurations de la Comète avec les Étoiles voisines. La première orbite que nous donnons de cette Comète a été calculée sur les observations de M.rs Cassini par Struyck. Ces observations, non comprises les cinq dernières, sont au nombre de trente-une : Struyck a calculé, d'après sa théorie, les trente-une longitudes & les trente-une latitudes, & a comparé les résultats de son calcul avec les observations ; des soixante-deux comparaisons, il en est quarante-cinq où la différence entre l'observation & le calcul ne va pas à une minute. *Acad. des Sc. 1742, p. 306 & suiv.*

M. le Monnier observa la Comète le 5 Mars & les jours suivans[a], sans doute au collége d'Harcourt. Il a aussi calculé l'orbite[b] ; c'est la deuxième de la Table.

La troisième théorie est celle de l'Abbé de la Caille ; il

[a] *Théorie des Com. p. 125 & suiv.*

[b] *Acad. des Scienc. 1742, Hist. p. 83 & 84.*

l'aura ſans doute établie ſur les obſervations qu'il fit de la Comète au collége Mazarin, depuis le 5 Mars matin juſqu'au 6 Mai au ſoir. Elles ſont au nombre de trente-neuf; les dernières ont les mêmes cauſes d'imperfection que les dernières de M.[rs] Caſſini.

Acad. des Sc. 1742, p. 323 & ſuiv.

M. Zanotti fit vingt-quatre obſervations à Bologne, depuis le 5 Mars matin juſqu'au 15 Avril au ſoir[a]. Ces obſervations paroiſſent bien faites; mais il ſemble que M. Zanotti n'a pas choiſi les trois meilleures pour calculer la quatrième orbite que nous donnons d'après lui[b]. Dans la comparaiſon que M. Zanotti fait lui-même des lieux de la Comète qu'il a obſervés, avec les mêmes lieux calculés ſur ſa théorie, la différence entre les uns & les autres, excède ſouvent 10, 15, 20, & une fois même 30 minutes.

[a] *Comment. Inſt. Bonon. t. III, page 229 — 233.*

[b] *Ibid. p. 239.*

Ibid. p. 240.

Joſeph-Nicolas de l'Iſle obſerva la Comète à Saint-Péterſbourg, depuis la nuit du 8 au 9 Mars juſqu'au 28 Mars au ſoir. C'eſt ſur les obſervations des 11, 14 & 17 Mars, & ſur une mer immenſe de calculs, que M. Euler a fondé la cinquième théorie que nous donnons; ſuivant ce ſavant Géomètre, la Comète parcourroit cette orbite en quarante-deux ans. M. Euler a cependant compris que cette théorie étoit trop dépendante de l'extrême préciſion des obſervations; cette réflexion l'a fait revenir à une première théorie qu'il avoit déterminée d'abord: c'eſt la ſixième de la Table. On peut remarquer l'énorme différence qui ſe trouve entre les élémens établis par les autres calculateurs, & ceux qui ont été déterminés par M. Euler, ſur-tout ceux de la cinquième orbite: c'eſt que toute méthode, ſelon laquelle on prétendra déterminer l'orbite d'une Comète par des obſervations voiſines l'une de l'autre, pourra être excellente dans la théorie; mais elle ſera toujours très-équivoque dans la pratique: M. Euler paroît l'avoir ſenti lui-même.

Miſcell. Berol. t. VII, p. 22.

Ibid. p. 88.

Euler. Theor. mot. Planet. & Comet. p. 188.

Les trois dernières orbites ont été calculées par Thomas Wrigt, par M. Klinkenberg & par Martin Houttuyn.

Struyck, 1753, p. 70.

La première Comète de 1742 a été auſſi obſervée à Pékin par

par le P. Péréyra, Jésuite, depuis le 2 Mars jusqu'au 2 Avril[a], & en beaucoup de lieux de l'Europe[b].

[a] Acad. des Sc. 1742, p. 333.
[b] Ibid. Histoire, p. 81. Théorie des Comètes de M. le Monn. p. 129, &c.

1742. Deuxième Comète.

Struyck fonde la certitude de l'apparition d'une seconde Comète en 1742, sur l'autorité de trois journaux de navigateurs Hollandois. Selon le premier, on faisoit voile de Batavia au cap de Bonne-espérance, & le Mercredi 11 Avril, au matin, on vit une Comète au sud-est. Il est dit précisément la même chose dans le second journal; on ajoute seulement que la queue de la Comète étoit longue, & qu'à midi on se trouva par $33^d\ 36'$ de latitude sud, & par $53^d\ 31'$ de longitude. Enfin, on lit dans le troisième journal, que le Samedi 14 Avril, étant à midi par $35^d\ 36'$ de latitude sud, & par $42^d\ 6'$ de longitude, on vit le matin à l'est-quart-sud-est une Comète, dont la queue avoit 30 degrés de longueur. Cette Comète ne peut être confondue avec la précédente, qui, le 11 Avril, avoit 77 degrés & demi de déclinaison boréale.

1743. Première Comète.

On trouve dans les Mémoires de l'Académie, sept observations de cette Comète, faites à Bologne par M. Zanotti, depuis le 12 jusqu'au 18 Février. M. Zanotti ne donne pas ces observations comme bien précises, vu la difficulté d'observer cette petite Comète. Il avoit fait quelques autres observations, mais il ne les a point envoyées, parce qu'elles ne s'accordoient pas avec les sept autres; on les trouve dans Struyck, elles s'étendent jusqu'au 28 Février. 1743, p. 161.

A Paris, M. Maraldi vit la Comète le 12 Février; il ne put faire autre chose que d'en prendre des alignemens avec les Étoiles voisines, d'où il conclut sa longitude & sa latitude, le moins mal sans doute qu'il étoit possible de le faire par une telle méthode. Il fit une très-bonne observation le 13 Février, & une autre assez bonne le 17. Le mauvais temps ne lui permit pas d'en faire d'ultérieures. Acad. des Sc. 1743, p. 193 & 194.

Le P. Frantz, Jésuite, à Vienne en Autriche, fit sept observations de la Comète, les 11, 12, 13, 14, 15, 18 & 21 Février, mais par de simples alignemens : il est dit que ces observations furent faites le soir ; mais les heures ne sont pas marquées : autant presque vaudroit que les observations n'eussent pas été faites.

Phil. Trans. n.° CDLXX, p. 457.

Je trouve enfin des observations faites à Berlin par M. Grischow, depuis le 10 jusqu'au 21 Février. Plusieurs de ces observations regardent moins la Comète que l'étendue de son atmosphère : voici celles dont on pourroit tirer quelque parti. Le 11 Février, à $8^h\ 3'$, la Comète étoit au-dessus de δ de la grande Ourse, elle en étoit distante de $2^d\ 9'\ 36''$; elle étoit en même temps éloignée de 30 minutes d'une petite Étoile qui ne se trouve pas sur les planisphères. Le 16 Février, vers sept heures, la Comète éclipsa une Étoile de la patte de la grande Ourse, que Doppelmayer désigne par la lettre t (donc elle étoit, selon le catalogue Britannique, en $5^f\ 7^d\ 10'\ 16''$, avec $29^d\ 14'\ 51''$ de latitude boréale). Le 19, à dix heures & un quart, elle étoit assez précisément au milieu d'une ligne qui joindroit les Étoiles u & w de la queue du Lion, selon la nomenclature de Doppelmayer, sa distance à u étant de deux cents dix-sept, & à w de deux cents seize parties du micromètre. (Cette observation mettroit la Comète par $5^f\ 11^d\ 19'\ 54''$ de longitude, & par $20^d\ 20'\ 20''$ de latitude boréale, ce qui ne s'accorde que médiocrement avec les observations de M. Zanotti ; on donne cependant cette observation comme la meilleure de toutes celles de Grischow). Le 21 Février, vers neuf heures trois quarts, Grischow vit pour la dernière fois la Comète; il la trouva encore en ligne droite avec les mêmes Étoiles u & w, mais distante de $1^d\ 32'\ 15''$ de u, & de $3^d\ 10'\ 16''$ de ω du Lion. Il y a certainement ici quelque erreur ; la Comète étoit alors à plus de 20 degrés d'ω du Lion : on pourroit peut-être lire w pour ω ; mais ω est incontestablement déterminé par l'ascension droite & la déclinaison que Flamstéed lui donnoit en 1689.

Struyck, 1753, p. 75.

Nous donnons deux orbites de cette Comète; la première eſt de Struyck : elle eſt calculée ſur les obſervations de Zanotti, & elle les repréſente toutes aſſez bien, excepté la latitude de la ſeconde, ſur laquelle le calcul diffère de 10 minutes de l'obſervation. La ſeconde orbite eſt de la Caille, calculée probablement ſur les mêmes obſervations : nous y corrigeons, d'après Struyck, une faute, qui n'étoit d'abord ſans doute qu'une faute d'impreſſion, mais qui depuis a été copiée par-tout; le nœud aſcendant de la Comète ne peut être en 18^{d} 21′ 15″ des Gemeaux, il faut lire 8^{d} 21′ 15″. Struyck avertit auſſi, & avec raiſon, qu'on ne peut regarder l'orbite de cette Comète comme bien préciſément déterminée. *Struyck, 1753, p. 73, 74.*

1743. Deuxième Comète.

M. Klinkenberg obſerva ſeul cette Comète à Harlem, depuis le 18 Août juſqu'au 13 Septembre. Struyck la vit auſſi à Amſterdam le 18 Août & les ſix jours ſuivans; il étoit logé de manière à ne pouvoir l'obſerver commodément; il crut que les Anglois, les François, &c. inſtruits par la Gazette de l'apparition de cette Comète, en feroient des obſervations plus exactes que celles qu'il pouvoit faire : il ſe trompa, la Comète ne fut obſervée que par M. Klinkenberg, avec des inſtrumens qui, ſelon le témoignage même de cet Aſtronome, ne pouvoient guère donner qu'à dix minutes près le lieu de la Comète. Voici les obſervations.

MOIS & JOURS.	TEMPS MOYEN, méridien de PARIS.		LONGITUDE de la COMÈTE.			LATITUDE de la COMÈTE.	
	H.	M.	S.	D.	M.	D.	M.
Août.. 18	11.	0	3.	17.	8	55.	15 B.
20	8.	0	4.	3.	10	55.	49
22	7.	50	4.	18.	15	55.	37
24	8.	44	5.	2.	49	55.	2
26	7.	48	5.	13.	32	49.	14
28	8.	13	5.	21.	38	45.	15
31	8.	27	5.	29.	44	39.	8
Sept... 1	7.	57	6.	1.	56	36.	34
6	7.	25	6.	8.	52	30.	14
9	7.	24	6.	11.	20	25.	45
12	7.	23	6.	12.	18	22.	16
13	7.	23	6.	12.	40	21.	37

L'orbite que nous donnons dans la Table a été calculée par Klinkenberg. Struyck a comparé le résultat du calcul aux observations ; la différence a quelquefois excédé un degré. Il a en conséquence essayé de trouver une orbite, qui représentât mieux les observations ; il n'a pu y réussir. Concluons avec Struyck que l'orbite proposée par M. Klinkenberg ne peut passer pour précise, mais qu'elle peut être utile pour reconnoître la Comète, si elle vient jamais à se représenter.

Cette Comète étoit fort petite ; on la voyoit cependant à l'œil nu.

Struyck, 1753, p. 76, 77.

1744.

Il paroît que c'est M. Klinkenberg qui a le premier découvert cette Comète à Harlem, le 9 Décembre 1743, à neuf heures du soir, au-dessus du Bélier, près du grand Triangle. Au reste, cette Comète étoit trop belle pour

Ibid. p. 78.

n'être pas bientôt aperçue & observée par-tout. Nous en donnons neuf orbites, calculées sur différentes observations.

La première a été calculée par M. Joseph Bets sur dix-huit observations faites, partie à Sherborn par le Lord Macclesfield, partie à Oxford par M. Bliss. M. Bets a comparé les longitudes & les latitudes calculées sur sa théorie avec les mêmes élémens observés; la plus forte différence est de 37 secondes. Les observations avoient été faites depuis le 3 Janvier au soir jusqu'au 29 Février matin.

Philos. Transf. 1744, n.CDLXXIV, p. 91 & suiv.

La deuxième orbite a été calculée par M. Maraldi sur ses propres observations & sur celles de Cassini, faites à Paris en trente-un jours différens, depuis le 21 Décembre 1743 au soir, jusqu'au matin du 1.er Mars 1744. M. Maraldi a comparé les observations avec les résultats de sa théorie: sur soixante-deux comparaisons que ce travail a produites, il en est quarante-une où le calcul ne diffère pas de l'observation d'une minute entière; dans six seulement la différence excède deux minutes.

Acad. des Sc. 1744, p. 58 & suiv. 301 & suiv.

La troisième orbite est de l'Abbé de la Caille; il la donne sous son nom dans ses *Leçons d'Astronomie;* mais il ne nous apprend pas sur quelles observations il l'a déterminée: il ne paroît pas qu'il ait observé lui-même la Comète; il aura glané apparemment dans le champ d'autrui.

La quatrième orbite est de M. Zanotti; il avoit observé la Comète en vingt-cinq jours différens, depuis le 7 Janvier au soir jusqu'au 5 Mars matin. Les huit dernières observations avoient été faites en plein jour, entre onze heures & midi. Des cinquante comparaisons que M. Zanotti a faites entre ses observations & le résultat de sa théorie, vingt-huit donnent des différences au-dessous d'une minute; dans cinq seulement la différence excède deux minutes, elle est par-tout au-dessous de trois minutes.

Comment. Instit. Bonon. t. III, p. 340, 343.

La cinquième orbite a été calculée par Chéseaux sur ses propres observations, faites à Lausanne, depuis le 13 Décembre. Ce fut lui qui donna avis à Cassini de l'apparition de la Comète.

Acad. des Sc. 1744, p. 302.

La sixième orbite est dûe à M. Euler. Il paroît que ce savant Géomètre a trouvé par ses calculs trois orbites différentes. La première, calculée à ce qu'il semble sur les observations de Chéseaux, se trouvoit hyperbolique; on peut en voir les élémens dans l'ouvrage d'Euler, intitulé : *Theoria motuum Planetarum & Cometarum, page 133.* Godefroi Heinsius, dans une description qu'il a publiée de la présente Comète, donne une théorie qu'il dit lui avoir été envoyée par M. Euler. Ces deux théories ne s'accordent pas trop avec celles qui ont été calculées par d'autres Astronomes. Enfin, M. Euler ayant reçu de Cassini les observations faites à Paris, il s'en servit pour corriger sa première théorie; ses nouveaux calculs lui procurèrent une orbite elliptique, il est vrai, mais fort alongée & différant très-peu de la parabole : il en conclut que la révolution périodique de la Comète doit être de plusieurs siècles *(c)*. Cette théorie doit passer pour la vraie théorie de M. Euler, nous la donnons seule dans la Table; nous l'avons extraite de la *page 169* de l'ouvrage déjà cité, *Theoria motuum*, &c.

Acta Erudit. 1745, p. 522.

Nous avons calculé la septième orbite d'après les mêmes données qu'avoit employées M. Euler; nous avons trouvé pareillement l'orbite elliptique, mais un peu moins alongée, puisque selon nos calculs la révolution périodique ne seroit que de vingt-un mille huit cents huit ans & un quart : mais nous verrons ailleurs que par le calcul des observations d'une Comète, il n'est guère possible de déterminer la durée de sa révolution, à moins que cette révolution ne soit que d'un petit nombre d'années.

Struyck, 1753, p. 80 & 81.

La huitième orbite a été calculée par M. Klinkenberg.

La neuvième est attribuée à M. Hiorter dans les *Tables Astronomiques* de Berlin, *tome I, page 39.*

Struyck a trouvé dans des journaux de navigateurs Hollandois, qu'on avoit vu une Comète en Mars & Avril 1744,

(c) Des calculs de M. Euler, on concluroit rigoureusement que la révolution périodique de la Comète est de 122683 ans.

Le 18 Mars, la latitude étant à midi de 34^d $19'$ ſud, & la longitude 53^d $16'$, on vit à quatre heures du matin une Comète ſe lever; ſa queue s'étendoit preſque au-deſſus du Navire. Il eſt dit dans le même journal, que le 22 Avril à quatre heures du matin, on vit encore la Comète, que ſa queue étoit moins large, mais auſſi longue; à midi on étoit par 28^d $45'$ de latitude ſud & par 314^d $2'$ de longitude. Il eſt dit ailleurs ſur le Mardi 31 Mars, que durant tout le mois de Mars on avoit vu au cap de Bonne-eſpérance une Comète le matin dans l'eſt-ſud-eſt. Struyck penſe que cette Comète étoit différente de celle que nous avions vue les mois précédens. Il ne diſconvient pas que celle-ci n'ait pu être vue au-delà de la Ligne le matin, entre l'eſt & le ſud-eſt, pendant les mois de Mars & d'Avril: « mais, dit-il, ſa diſtance à la Terre, dès le 18 Mars, étoit d'un tiers plus « grande que celle de la Terre au Soleil; comment pouvoit- « elle alors traîner une auſſi longue queue qu'on nous la « repréſente? » A cela nous répondons qu'elle avoit paſſé le 1.er Mars au ſoir par ſon périhélie; que la queue des Comètes eſt ordinairement beaucoup plus longue après qu'avant le paſſage au périhélie; que tout ce qu'on nous dit d'ailleurs de la Comète de Mars & d'Avril, convient fort bien à celle que nous avions vu en Décembre, Janvier & Février; que de l'aveu même de Struyck, notre Comète avoit été vue ſous les latitudes méridionales, & notamment au cap de Bonne-eſpérance juſqu'au 11 Mars; qu'il eſt dit dans les regiſtres de cette ville, qu'*on avoit vu la Comète tout le mois de Mars*, expreſſion qui ſuppoſe qu'on avoit ſuivi cette Comète, & qu'on étoit perſuadé que la Comète qui paroiſſoit à la fin de Mars, étoit la même que celle qu'on avoit vue au commencement du mois. Pour autoriſer l'apparition de deux Comètes en 1744, il faudroit prouver, ce me ſemble, qu'on les a vues toutes deux le même jour. Quant à celui qui a cru voir une très-longue queue à la Comète le 22 Avril, il pourroit bien avoir pris la lumière zodiacale pour une partie de la queue de la Comète.

Struyck, 1753, p. 90 & 91.

1746.

Éberhard-Chriſtian Kindermanns, Aſtronome du roi de Pologne, électeur de Saxe, vit le 2 Février, à une heure après minuit, une Comète dans la tête de Méduſe. A l'œil nu elle paroiſſoit comme une Étoile de ſeconde grandeur, ſans queue; avec le téleſcope on découvroit la queue. Le 20 Février, à dix heures, la Comète étoit dans la jambe droite de Pégaſe; elle fut le 21 ſous la Lyre, le 22 dans la tête d'Hercule, le 23 dans ſa cuiſſe, le 24 dans l'épaule gauche du Serpentaire; le 25 elle traverſa l'écliptique par 220 degrés de longitude; le 27 elle diſparut entre la Vierge & la Balance. Struyck a tiré ce détail d'une lettre à lui écrite par M. Kindermanns, en date de Dreſde le 20 Février 1748 : il remarque avec raiſon que la route qu'on fait tenir à la Comète n'eſt pas fort régulière. On ajoute que d'autres ont auſſi vu cette Comète. Dans un Ouvrage, cité par Struyck, M. Kindermanns a rendu compte au Public de ſes obſervations.

Struyck, 1753, p. 91, 92.

1747.

Cette Comète a été obſervée en 1746; nous la rapportons à l'an 1747, parce qu'elle n'a été périhélie qu'en cette dernière année. Chéſeaux la découvrit le premier à Lauſanne, le 13 Août 1746; il en fit les obſervations ſuivantes; elles ſont extraites d'une lettre qu'il écrivit à Struyck, en date du 10 Décembre 1746.

MOIS

MOIS & JOURS.	TEMPS VRAI, méridien de LAUSANE.		LONGITUDE de la COMÈTE.				LATITUDE de la COMÈTE.		
	H.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.
Année 1746.									
Août.. 13	12.	15	11.	5.	14.	55	23.	16.	16 B.
14	11.	0	11.	4.	44.	55	23.	3.	5
15	11.	0	11.	4.	12.	20	22.	50.	30
16	10.	50	11.	3.	40.	45	22.	34.	5
18	10.	55	11.	2.	36.	0	22.	7.	0
19	9.	35	11.	2.	4.	5	21.	51.	10
21	9.	7	11.	0.	58.	35	21.	18.	19
22	10.	9	11.	0.	23.	22	21.	0.	15
23	11.	10	10.	29.	49.	50	20.	43.	35
24	10.	45	10.	29.	18.	10	20.	26.	15
Sept... 8	8.	20	10.	20.	59.	20	15.	21.	20
15	9.	30	10.	17.	20.	50	12.	40.	40
16	9.	30	10.	16.	51.	40	12.	17.	5
18	10.	0	10.	15.	53.	5	11.	29.	15
22	11.	45	10.	14.	3.	25	9.	52.	40

Chéſeaux tomba malade & ne put continuer ſes obſervations : il vit cependant encore la Comète les 6, 7 & 15 Octobre, & pour la dernière fois le 23 Novembre, près d'une Étoile du Capricorne. La première orbite que nous donnons de cette Comète a été calculée par Chéſeaux ſur les obſervations précédentes. Il a de plus comparé toutes les longitudes & latitudes que le calcul de cette orbite lui a données, avec celles qu'il avoit obſervées : ſur trente comparaiſons, il en eſt vingt où la différence entre le calcul & l'obſervation n'atteint pas une minute, quatre ſeulement où cette différence excède deux minutes ; la plus forte différence eſt de 3′ 14″.

M. Maraldi, averti par Chéſeaux, ne put voir la Comète *Struyck, 1753, p. 95.*

que le 31 Août; il ne put même l'obſerver que le 8 Septembre, il continua ſes obſervations juſqu'au 5 Décembre. A ſes propres obſervations, au nombre de vingt-quatre, il en a ajouté ſix, faites par Chéſeaux au mois d'Août, & il a calculé une orbite qui repréſente aſſez bien ces trente obſervations; c'eſt la ſeconde de la Table: la différence entre le calcul & l'obſervation, bornée le plus ſouvent à moins d'une minute, excède treize fois deux minutes.

Acad. des Sc. 1746, p. 55; 1748, p. 235 & ſuiv.

La troiſième orbite eſt extraite des *Leçons d'Aſtronomie* de la Caille, qui l'a calculée ſans doute, mais qui ne nous dit pas ſur quelles obſervations il l'a fait.

1748. Première Comète.

Struyck, 1753, p. 94.

Cette Comète fut découverte dans les derniers jours d'Avril. Le feu Roi & toute la Cour la virent à Choiſi le 4 & le 5 Mai, entre Caſſiopée & Céphée; mais on ne put déterminer ſon lieu qu'à la vue ſimple, par des alignemens. M. Maraldi l'obſerva vingt fois, depuis le 9 Mai juſqu'au 30 Juin; il a calculé l'orbite ſur ſes obſervations, & il a comparé les lieux calculés ſur ſa théorie avec les lieux obſervés: ſur quarante comparaiſons, il en eſt vingt-deux où la différence ne va pas à une minute, dix autres où elle n'atteint pas deux minutes. La plus forte différence eſt celle du 11 Mai en longitude, elle eſt de 9′ 37″; la différence en latitude eſt le même jour de 4′ 7″: mais il eſt à remarquer que l'affluence des nuages a beaucoup nui à la préciſion de l'obſervation; on fut obligé de recourir à une eſpèce de détour, pour déterminer l'aſcenſion droite de la Comète.

Acad. des Sc. 1748, p. 235 & ſuiv.

M. Maraldi ne trouve que 9 ſecondes de différence, tant en longitude qu'en latitude, entre le lieu de la Comète obſervé le 9 Mai & le même lieu calculé ſur ſa théorie: ſuivant Struyck, ce même jour 9 Mai, la différence entre le calcul & l'obſervation eſt de 1′ 3″ ſur la longitude, & de 6′ 35″ ſur la latitude; & cette erreur, ou différence, dit-il, vient ſans doute de ce que l'on a déterminé ce jour-là le lieu de la Comète par un triangle dont un angle étoit très-obtus,

les deux autres trop aigus. Je ne sais où Struyck a puisé cette anecdote; le lieu de la Comète n'a été déterminé le 9 Mai par aucun triangle, mais par l'heure de son passage au méridien, & par sa hauteur méridienne sous le pôle. Quant à la différence des calculs de M. Maraldi & de Struyck, elle n'a d'autre cause que la différence des Tables solaires qu'ils ont employées. La Comète, vue du Soleil, étoit alors presque en conjonction avec la Terre, l'angle de commutation n'étoit que de 0′ 47″; dans cette circonstance, le plus léger changement dans le lieu du Soleil devoit en occasionner un bien sensible dans la longitude, & sur-tout dans la latitude de la Comète: le Soleil, la Terre, & le lieu de projection de la Comète sur l'écliptique, formoient réellement alors un triangle dont un angle étoit extrêmement obtus, les deux autres très-aigus. Si Struyck n'a pas voulu dire autre chose, il n'y a point d'erreur dans les calculs de M. Maraldi. J'ai calculé l'observation de cet Astronome sur sa théorie, prenant le lieu du Soleil dans les Tables de Mayer; j'ai trouvé pour longitude de la Comète $1^s\ 19^d\ 27'\ 18''$, & pour latitude $58^d\ 19'\ 24''$; la longitude observée est de $1^s\ 19^d\ 26'\ 15''$, & la latitude de $58^d\ 21'\ 0''$; la différence entre le calcul & l'observation est de $1'\ 3''$ en longitude, & de $1'\ 36''$ en latitude. Un changement de quelques secondes dans le lieu du Soleil, rapprocheroit encore plus mon calcul de celui de M. Maraldi.

Les deux autres orbites de cette Comète sont attribuées par Struyck, l'une à M. Klinkenberg, l'autre à M. le Monnier. *Struyck, 1753, p. 95.*

Cette Comète a aussi été observée à Pékin, depuis le 26 Avril jusqu'au 18 Juin: voyez les observations au deuxième volume de *Observationes Astronomicæ ab anno 1717 ad annum 1752, Pekini factæ*, &c. Vindobonæ, 1768, in-4.° *pag. 430 & seq.*

1748. Deuxième Comète.

Cette seconde Comète fut vue en même temps que la première; celle-ci au nord, la seconde à l'ouest. La seconde

n'avoit pas de queue, ſon noyau étoit plus brillant que celui de la première. Elle ne fut obſervée que trois fois par M. Klinkenberg à Harlem. Le 19 Mai, à onze heures, elle étoit en droite ligne entre *n* des Gemeaux & *n* de l'Écreviſſe, diſtante de celle-ci de 51′ vers l'oueſt; d'où Struyck prenant le lieu des Étoiles du catalogue de Flamſtéed, conclut que la Comète étoit en $4^s\ 1^d\ 3'\ 18''$, avec $1^d\ 28'\ 37''$ de latitude boréale. Le 20 Mai, à $10^h\ 52'$, la Comète éclipſa l'Étoile 1 d; elle étoit donc en $4^s\ 0^d\ 15'\ 50''$, avec une latitude auſtrale de $1^d\ 2'\ 22''$. Le 22, à $10^h\ 30'$, la Comète étoit en ligne droite avec b de l'épaule de Caſtor & une Étoile anonyme, qui eſt, ſuivant Halley, en $3^s\ 27^d\ 22'$, avec $5^d\ 18'$ de latitude auſtrale; ſa diſtance à cette Étoile étoit de 42 minutes: d'où Struyck conclut que la Comète étoit en $3^s\ 28^d\ 41'$, avec une latitude de $5^d\ 47'$ au ſud. Outre une faute d'impreſſion ſur la latitude de l'Étoile anonyme, qui doit être de $6^d\ 18'$, plutôt que de $5^d\ 18'$, on peut remarquer combien ces obſervations ſont imparfaites, j'oſerois même dire groſſières; en combien peu de temps elles ont été faites; enfin que ce court intervalle de temps n'a point du tout été racheté par la promptitude du mouvement de la Comète. Malgré tout cela, Struyck a eu le courage de calculer l'orbite: nous donnons ſa théorie dans la table; mais nous ne pouvons la donner que comme très-incertaine, nous doutons même ſi elle peut ſervir à reconnoître les retours de la Comète.

Struyck, 1753, p. 96 & ſuiv.

1748. Troiſième Comète. Struyck a lû dans le journal d'un navigateur Hollandois, que le 24 Avril 1748, à quatre heures du matin, on vit au cap de Bonne-eſpérance une Comète ſe lever dans l'eſt-quart-nord-eſt, vers le commencement du Bélier; on la vit juſqu'au jour, mais elle ne parut pas depuis. C'eſt probablement cette même Comète (devenue inviſible au Cap, à cauſe de ſa conjonction avec le Soleil & de ſa latitude boréale), que M. Kindermanns vit le 28 Avril à deux heures du matin, à la hauteur de 8 degrés ſur l'horizon, en ligne droite avec les deux Étoiles moyennes

du grand Triangle (apparemment δ & η), & la claire du Bélier : ſa longitude étoit de 80 degrés, ſa latitude boréale de 28, ſa déclinaiſon boréale de 50. On donne ailleurs à entendre qu'elle étoit voiſine du pied d'Andromède; ſi cela eſt, ſa longitude n'étoit pas à beaucoup près de 80 degrés. Le 3 Mai, entre onze heures & minuit, par un ciel très-ſerein, M. Kindermanns vit la Comète près de Perſée; elle ne ſe coucha point, ſa queue s'étendoit entre la claire du pied d'Andromède & le grand Triangle (Si cela eſt, il s'en falloit de beaucoup que cette queue fût dirigée à l'oppoſite du Soleil). Tout cela eſt extrait d'un Traité ſur cette Comète, de deux feuilles d'impreſſion, imprimé à Dreſde, daté du 8 Mai 1748, & envoyé par l'Auteur, M. Kindermanns, à Struyck. Si l'orbite de la ſeconde Comète, calculée par Struyck eſt exacte, il faut diſtinguer cette Comète des deux précédentes : elle eſt bien certainement différente de la première; pour la confondre avec la ſeconde, il faudroit ſuppoſer bien de l'imperfection dans les obſervations de la ſeconde par M. Klinkenberg ; mais cette ſuppoſition n'eſt peut-être pas contre toute vraiſemblance. *Struyck, 1753, p. 100 & 101.*

1750.

Je trouve dans les Tables Aſtronomiques de Berlin, *tome I, page 35*, que M. Wargentin, célèbre Aſtronome Suédois a obſervé une Comète depuis le 21 juſqu'au 25 Janvier 1750, au-deſſous de ε & θ de Pégaſe.

1757.

On peut voir dans les Mémoires de l'Académie, les obſervations qui furent faites de cette Comète depuis le 16 Septembre matin juſqu'au 16 Octobre matin. Il faut néceſſairement y joindre ſeize excellentes obſervations, faites à Greenwich par Bradley, depuis le 13 Septembre matin juſqu'au 18 Octobre matin. La Table préſente quatre orbites de cette Comète. Bradley a calculé la première, & comparé ſes obſervations avec le calcul réſultant de ſa théorie ; la *Année 1757, p. 97 & ſuiv. Philoſ. Tranſ. tome L, part. I, p. 408 & ſuiv.*

différence n'a nulle part excédé deux tiers de minute. L'Abbé de la Caille a donné la ſeconde ſous ſon nom. J'ai calculé la troiſième, auſſitôt après l'apparition de la Comète, n'ayant aucune connoiſſance des obſervations de Bradley, qui ſont ſans contredit les meilleures de toutes. M. de Ratte, de la Société Royale de Montpellier, a calculé la quatrième, & en a comparé les réſultats tant avec ſes propres obſervations, qu'avec celles de pluſieurs autres Aſtronomes.

Acad. des Sc. 1761, p. 500 & 501.

1758. Il fut dit dans une Gazette, qu'on avoit vu à Rome une Comète les 26, 27 & 28 Janvier 1758; mais ce bruit ne s'eſt point confirmé.

1758.

Feu M. de la Nux vit à l'île de Bourbon une Comète le 26 Mai, au ſud de la dernière Étoile du baudrier d'Orion. Le 8 Juin elle étoit dans l'épaule orientale de cette même conſtellation. On vit cette même Comète à Londres le 18 Juin & les jours ſuivans, entre une heure & deux du matin, au nord-nord-eſt, dans la conſtellation du Cocher, fort près de l'horizon; elle diminuoit & ne paroiſſoit que comme une Étoile pâle, ſans doute à cauſe de la force du crépuſcule. Feu M. de l'Iſle apprit par une Gazette étrangère, que la Comète avoit été vue près de Dreſde, les 25 & 27 Juillet, entre les pieds du Cocher, au-deſſus de la corne du Taureau.

M. Meſſier, alors diſciple de de l'Iſle, avoit déjà cherché cette Comète, mais inutilement, tant à cauſe des mauvais temps, qu'à cauſe du clair de la Lune. Ces deux cauſes ayant ceſſé, il eut le bonheur de découvrir la Comète le 15 Août au matin; il l'obſerva ſans interruption, tous les jours que la ſérénité du Ciel le permit, juſqu'au 2 Novembre au ſoir: ſes obſervations ont été publiées dans nos Mémoires. M. Meſſier auroit ſans doute voulu communiquer ſa découverte aux Aſtronomes de l'Académie; ſon Maître ne le lui permit pas: cet exemple n'eſt pas à imiter. Les obſervations de M. Meſſier ne peuvent être que très-bonnes; mais leur

Acad. des Sc. 1759, p. 154 & ſuiv. Voyez auſſi *Hiſt. p. 165* & *Mém. 1760, p. 463 & ſuiv.*

conformité avec celles des Cassini de Thury, des le Monnier, des Maraldi, des la Caille, &c. n'auroit pu que leur ajouter un nouveau degré de certitude & d'authenticité. L'orbite de cette Comète est calculée sur les observations de M. Messier.

1759. Première Comète.

Cette Comète fait une célèbre époque dans l'histoire des Comètes ; elle est la première dont l'apparition ait été prédite, & qui ait réellement paru telle qu'elle étoit annoncée. Halley avoit prédit le premier son retour ; par un coup-d'œil général, porté sur le système solaire, il avoit jugé que sa révolution, qui couroit alors, excéderoit de plus d'un an la révolution précédente. Feu M. Clairaut fut plus loin ; par une analyse délicate, il apprécia les principales causes de perturbation qui avoient pu ralentir ou accélérer le cours de la Comète : il annonça que la Comète ne seroit périhélie que vers le 13 Avril 1759. Mais vu la complication des causes perturbatrices, il avoit été obligé d'en négliger quelques combinaisons, qui paroissoient moins essentielles. Ces combinaisons, ou plutôt ces petites quantités, souvent négligées, pouvoient devenir sensibles ; Clairaut le sentoit mieux que tout autre, il eut l'attention d'avertir le Public que cette cause pouvoit altérer d'un mois le terme qu'il annonçoit. L'évènement justifia la prédiction ; la Comète fut périhélie la nuit du 12 au 13 Mars, un mois plus tôt que Clairaut ne l'avoit annoncé.

Cette Comète fut vue dès les 25 & 27 Décembre 1758, par un habitant de la campagne près de Dresde ; le 28, par le Docteur Hoffman ; le 18 & le 19 Janvier 1759, par un Astronome de Léipsick, qui publia même une espèce d'éphéméride des lieux où elle devoit paroître, depuis le 28 Janvier jusqu'au 13 Mai. Selon cette éphéméride & selon la vérité, on pouvoit partager l'apparition de la Comète en trois périodes. La première s'étendoit depuis la première découverte de la Comète jusque vers le 15 Février. La Comète fut vue alors en Allemagne, comme nous l'avons

dit. A Paris, de l'Isle avoit fait de bons préparatifs pour ne pas manquer la Comète; il en avoit même fait part au Public: M. Messier la cherchoit depuis plus d'un an, avec une patience & un zèle infatigables, on se reposoit sur lui de la première découverte, &, d'après ce qui lui avoit été dit l'année précédente, on croyoit pouvoir supposer qu'il ne garderoit pas cette découverte pour lui seul. On se trompa; après plusieurs jours de mauvais temps, M. Messier découvrit enfin la Comète le 21 Janvier; de l'Isle lui défendit absolument d'en instruire les Astronomes de l'Académie. M. Messier observa donc seul cette Comète, en treize différens jours, depuis le 21 Janvier jusqu'au 13 Février: c'étoit plus qu'il n'en falloit pour s'assurer que cette Comète étoit véritablement celle qu'on attendoit. Quelques Astronomes de l'Académie ont regardé ces premières observations de M. Messier comme non avenues, & n'ont pas voulu les employer dans le calcul de l'orbite de la Comète; cette rigueur est peut-être excessive. On ne peut sans doute excuser l'espèce d'égoïsme exclusif, par lequel de l'Isle vouloit s'attribuer à lui seul une découverte aussi précieuse pour l'Astronomie cométaire: mais cette ridicule prétention ne touchoit en rien au fond des observations de M. Messier; elles n'en étoient pas moins bonnes en elles-mêmes; aussi l'Académie n'a fait aucune difficulté de les insérer toutes dans ses Mémoires.

Du 15 Février jusque vers la fin de Mars, la Comète fut plongée dans les rayons du Soleil, avec lequel elle fut en conjonction inférieure vers la fin de Février.

Elle reparut vers la fin de Mars. Feu M. de la Nux, ancien Conseiller au Conseil Supérieur de l'île de Bourbon, Correspondant de l'Académie, aussi zélé qu'intelligent dans tout ce qui regarde la pratique de l'Astronomie, auquel il ne manquoit que de bons instrumens pour faire de bonnes observations, découvrit la Comète dès le 26 Mars. M. Messier la vit & l'observa la nuit du 31 Mars au 1.er Avril; il eut enfin la permission d'en donner avis aux Astronomes, ce qu'il fit volontiers dès le jour même. Au reste, le secret ne pouvoit

pouvoit être plus long-temps gardé ; de l'Isle étoit chargé d'une lettre pour l'Abbé de la Caille, par laquelle on avertissoit cet Astronome du temps & du lieu où la Comète devoit reparoître. Il fut fait peu d'observations durant cette seconde apparition, la lumière de la Comète étoit trop affoiblie par celle du crépuscule. M. Messier en fit huit du 1.er au 17 Avril. A Lisbone, où les crépuscules sont moins longs, la Comète fut vue par des Matelots le 27 Mars: M. l'Abbé Chevalier l'observa dix fois depuis le 5 jusqu'au 22 Avril. On en fit aussi quelques observations, vers la mi-Avril, à Paris, à Toulouse, à Avignon, & peut-être ailleurs.

Du 22 au 28 Avril, la Comète disparut de nouveau sur l'horizon de l'Europe; sa déclinaison étoit devenue trop australe. Le P. Cœurdoux la vit & l'observa à Pondichéri le 25 & le 28 Avril. La Nux voyant qu'elle devenoit invisible en Europe, dans le temps même que son éclat augmentoit, redoubla son attention; il l'observa, le moins mal que ses instrumens le lui permirent, les 20, 21, 22, 25, 26, 27 & 28 Avril. Il ne se contenta pas d'en observer le noyau, il fut aussi attentif à mesurer l'étendue de la queue; il la trouva le 21 de 8 degrés; le 28, de 25; le 1.er Mai, de 33 à 34; le 5 Mai, de 47; elle diminua ensuite : le 14 Mai, elle n'étoit plus que de 19 degrés. Le P. Cœurdoux, à Pondichéri, ne l'avoit estimée le 30 Avril que de 10 degrés.

La troisième apparition de la Comète, pour l'Europe, commença donc le 28 Avril, on l'observa ce jour-là à Lisbone. Le 30, nous la vimes vers neuf heures & demie du soir, entre les nuages, qui s'accumulèrent bientôt & ne nous permirent pas de l'observer; je jugeai seulement qu'elle avoit environ 6 degrés de hauteur sur l'horizon, & qu'elle déclinoit de 20 à 25 degrés du sud vers l'ouest. Le 1.er Mai & les jours suivans jusqu'au 3 Juin, elle fut observée presque par-tout; à Paris, par M.rs Cassini de Thury, Maraldi, la Caille, la Lande, Messier, &c. à Rouen, par M.rs Bouin

& du Lague; à Montpellier, par M. de Ratte; à Avignon, par le P. Morand; à Toulouſe, par M. Darquier; en Hollande, par M.rs Klinkenberg, Gabri & Lulofs; à Liſbone, par M. Chevalier; à Vienne en Autriche, par le P. Hell; à Rome, par les PP. le Sueur & Jacquier, &c.[a].

Nous donnons huit théories de l'orbite de cette Comète; nous comptons celle de M. Meſſier pour la première, non que nous prétendions décider qu'elle eſt la plus parfaite de toutes, mais parce qu'elle a été calculée ſur une bien plus grande étendue d'obſervations que la plupart des autres, M. Meſſier ayant obſervé la Comète en quarante-ſept jours différens, depuis le 21 Janvier juſqu'au 3 Juin, en-deçà & au-delà du périhélie[b].

[a] *Ac. Sc. 1759, p. 1.re & ſuiv. p. 279 & ſuiv. 1760, p. 53 & ſuiv. p. 425 & ſuiv. 1767, p. 241 & ſuiv. Mém. étr. t. V, p. 16 & ſuiv. t. VI, p. 240, 383 & ſuiv. Phil. Tranſ. t. LIII, p. 3.*

[b] *Acad. des Sc. 1760, p. 425.*

La deuxième orbite a été calculée par M. de la Lande, ſur une obſervation faite à Toulouſe le 16 Avril par M. Darquier, une ſeconde faite à Londres le 1.er Mai par Bradley, & une troiſième faite à Paris le 21 Mai par M. de la Lande[a]. M. Caſſini de Thury ſoupçonne qu'il s'eſt gliſſé quelque erreur dans l'obſervation du 1.er Mai[b], & nous croyons ce ſoupçon fondé. Telle eſt ſans doute la raiſon pour laquelle la théorie de M. de la Lande s'écarte un peu de toutes les autres. On ne trouve dans les Tranſactions, ni l'obſervation ſuſdite, ni aucune autre obſervation de Bradley.

[a] *Ibid. 1759, p. 34.*

[b] *Ibid. 1767, p. 242.*

La troiſième orbite eſt de M. Maraldi; elle eſt fondée ſur une obſervation de l'Abbé de la Caille du 13 Avril, & ſur celles des 1.er & 18 Mai de M. Maraldi. Cet Aſtronome, du 1.er au 28 Mai, avoit obſervé vingt-quatre fois la Comète: il compare ces vingt-quatre obſervations avec le réſultat de ſa théorie; le calcul s'accorde vingt-trois fois avec l'obſervation mieux que dans la préciſion d'une minute; dix-huit autres fois, la différence entre l'obſervation & le réſultat du calcul eſt au-deſſous de deux minutes.

Acad. des Sc. 1759, p. 286 & 287.

La quatrième & la cinquième orbite ſont attribuées l'une & l'autre à l'Abbé de la Caille, dans le même volume des

Mémoires de l'Académie; il les a calculées, du moins la ſeconde, ſur ſes propres obſervations. *Acad. des Sc. 1760, p. 53, & ſuiv. & p. 425.*

La ſixième & la ſeptième ſont l'une & l'autre de M. Klinkenberg, & calculées ſur les obſervations de l'Abbé de la Caille. Dans la première, M. Klinkenberg a ſuppoſé la révolution périodique de la Comète connue, & il a fait en conſéquence les réductions convenables de l'ellipſe à la parabole. Dans la ſeconde il n'a fait aucune ſuppoſition; il a traité la Comète, comme ſi on l'eût obſervé en 1759 pour la première fois. Quelque différentes que ſoient ces deux théories, elles repréſentent également bien l'une & l'autre les vingt-deux obſervations de l'Abbé de la Caille. Ces obſervations fourniſſent quarante-quatre comparaiſons, vingt-deux de longitudes & vingt-deux de latitudes. Par la première théorie, le calcul s'accorde avec l'obſervation trente-une fois mieux qu'à une minute près; la différence entre l'obſervation & le calcul eſt douze fois entre une & deux minutes, elle n'excède qu'une ſeule fois deux minutes. Suivant la ſeconde théorie, cette différence ne va jamais à deux minutes, & elle eſt trente-deux fois au-deſſous d'une minute. On auroit ſans doute trouvé & admis cette théorie, ſi l'on n'eût pas connu préalablement le temps de la révolution périodique de la Comète, & qu'on n'eût pas voulu tenir compte des obſervations faites par M. Meſſier, avant le paſſage de la Comète par ſon périhélie: on ſe ſeroit alors trompé de plus de deux degrés ſur le lieu du périhélie de la Comète. J'ai voulu m'aſſurer par le calcul, ſi ces deux théories, qui s'accordoient ſi bien avec les obſervations faites d'un ſeul côté de l'axe, repréſenteroient avec une égale préciſion les obſervations faites de l'autre côté; j'ai choiſi la première obſervation de M. Meſſier, celle du 21 Janvier. J'ai trouvé, ce à quoi je m'attendois, que cette obſervation ne pouvoit être repréſentée par la théorie parabolique de M. Klinkenberg; l'erreur a été de $1^d\ 14'\ 50''$ ſur la longitude, & de $42'\ 25''$ ſur la latitude de la Comète. *Ibid. 1760; p. 437 & ſuiv.*

La huitième théorie a été calculée par M. Bailly ſur les

vingt-deux obſervations de l'Abbé de la Caille : M. Bailly a comparé ces obſervations avec le calcul déduit de ſa théorie; dans dix-huit comparaiſons, le calcul & l'obſervation ne diffèrent pas d'une minute; dans dix-huit autres, la différence eſt entre une & deux minutes; dans ſix, elle eſt entre deux & trois minutes; enfin, elle excède deux fois trois minutes.

Mém. étr. t. V, p. 16.

Il nous a paru que la théorie de l'Abbé de la Caille, eſt de toutes ces théories celle qui repréſente le mieux les obſervations faites par M. Meſſier avant le paſſage au périhélie; les différences entre le calcul & l'obſervation excèdent cependant quelquefois 7 minutes. Nous pourrons revenir ſur cet objet dans la quatrième partie de cet Ouvrage, en rendant compte de notre travail ſur cette même Comète.

1759. Deuxième Comète.

Cette Comète n'a paru qu'en 1760, ainſi que la ſuivante, qui a même été obſervée avant celle-ci : mais on a coutume de ſuivre l'ordre du paſſage des Comètes par leur périhélie; ces deux Comètes y ont paſſé en 1759, & celle-ci a paſſé la première.

La Comète ſuivante paroiſſoit encore, lorſque M. Meſſier en découvrit une nouvelle dans le Lion, le 25 Janvier 1760 : elle fut obſervée à Paris par M.rs Caſſini de Thury, le Monnier, de la Caille, Chappe, &c. mais à dater ſeulement du 8 Février, jour auquel de l'Iſle voulut bien permettre que l'Académie fût informée de cette apparition : l'attention que les autres Aſtronomes apportoient à obſerver l'autre Comète, fut cauſe ſans doute que celle-ci leur échappa ſi long-temps. Comme les obſervations de M. Caſſini de Thury n'ont pas encore été publiées, j'en rapporte ici le réſultat, tel qu'il eut la complaiſance de me le communiquer dans le temps même des obſervations.

Acad. des Sc. 1760, Hiſt. p. 112 & ſuiv. Mém. p. 147 & ſuiv. 152, 153, 167, &c. 1772, p. 433, 434.

MOIS & JOURS.	TEMPS VRAI.	ASCENSION droite de la COMÈTE.	DÉCLIN. boréale de la COMÈTE	LONGITUDE de la COMÈTE.	LATITUDE boréale de la COMÈTE.
	H. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
1760.					
Févr. 9	11. 57. 58	142. 40. 55	19. 58. 38	4. 18. 36. 30	4. 57. 30
11	12. 35. 0	140. 37. 10	23. 18. 20		
12	6. 16 0	139. 57. 50	24. 24. 40	4. 14. 33. 14½	8. 34. 17
	11. 34. 34	139. 45. 55	24. 40. 0		
13	7. 14. 0	139. 0. 50	25. 54. 40		
14	8. 2. 0	138. 3. 13	27. 15. 20	4. 12. 16. 25	10. 33. 23
17	10. 58. 1	135. 27. 45	30. 49. 40	4. 8. 58. 27	13. 18. 23½
20	7. 32. 0	133. 23. 35	33. 34. 30	4. 6. 25. 38½	15. 26. 9
22	7. 26. 0	132. 6. 25	35. 5. 45		
	10. 25. 17	132. 1. 35	35. 15. 45	4. 4. 48. 25	16. 44. 10
25	7. 18. 0	130. 24. 50	37. 11. 20		
Mars. 5	9. 24. 0	126. 43. 50	41. 21. 30		
6	8. 23. 0	126. 26. 50	41. 40. 15	3. 28. 32. 25	21. 44. 55
7	12. 18. 0	126. 8. 40	42. 2. 45		

Dès le 16 Février, j'avois présenté à l'Académie une théorie approchée de l'orbite de cette Comète, calculée sur les observations faites jusqu'alors. Les observations s'étant multipliées, je perfectionnai cette théorie, & je la présentai de nouveau à l'Académie le 27 du même mois. J'avois comparé le résultat de cette théorie avec huit observations, faites à des intervalles de temps à peu-près égaux, par M.^rs le Monnier, Cassini de Thury & Messier : de seize comparaisons que ce travail m'avoit procurées, il en étoit treize où la différence entre l'observation & le calcul n'atteignoit pas une minute. Comme la Comète continua d'être visible en Mars, j'ai depuis comparé cette même théorie avec les observations faites les 4 & 10 Mars par l'Abbé de la Caille, & le 16 Mars par l'Abbé Chappe : l'accord de la

Acad. des Sc. 1760, Hist. p. 115.

Ibid. Mém. p. 152, 153.

théorie avec l'obſervation ne s'eſt pas démenti ; la différence entre l'une & l'autre a toujours été au-deſſous de deux minutes, & le plus ſouvent au-deſſous d'une minute. Je donne à cette théorie le premier rang, tant à cauſe de ſon antériorité de date, qu'à cauſe de ſon exactitude & de ſa préciſion. J'aurois pu en dire autant de pluſieurs autres Comètes de ce ſiècle, que j'ai calculées.

Dans une lettre en date du 18 Février 1760, l'Abbé de la Caille envoya à la Société Royale de Londres ſes obſervations, depuis le 8 juſqu'au 14 Février; il y joignoit une obſervation de Marſeille du 1.er du même mois ; & du total, il concluoit une orbite ſenſiblement différente de celle qu'il détermina depuis : il ne donnoit au reſte cette orbite que comme un eſſai ſuſceptible de perfection. Ayant terminé ſes obſervations le 10 Mars, il les communiqua à l'Académie le 26 Mars (& non le 26 Février, comme il eſt marqué par erreur d'impreſſion en marge du Mémoire). Il y joignit une théorie de l'orbite de la Comète, fort approchante de la mienne, mais moins exacte, puiſqu'elle ne repréſente la première obſervation de M. Meſſier qu'à 4 minutes près pour la longitude, & à 3′ 28″ près pour la latitude. Cette orbite eſt la ſeconde de la Table.

Philoſ. Tranſ. t. LI, part. II, p. 635.

Acad. des Sc. 1760, p. 147 & ſuiv.

La troiſième a été calculée par l'Abbé Chappe, ſur une obſervation de M. Meſſier du 25 Janvier, & ſur celles que l'Abbé Chappe avoit faites lui-même les 22 Février & 16 Mars.

1759. Troiſième Comète.

Le ciel avoit été pluſieurs jours perſévéramment couvert; il ſe découvrit le 8 Janvier 1760; & tous les Aſtronomes de l'Académie découvrirent ce même jour une Comète. Elle fut obſervée ſur-tout par M.rs Caſſini de Thury, Maraldi, la Caille, Chappe, Meſſier, à Paris[a]; par le P. Pézenas à Marſeille[b]; on l'obſerva dès le 7 Janvier à Liſbone[c]; elle fut auſſi vue à Londres[d] & ailleurs. Struyck m'écrivit en date du 17 Janvier 1760, à Amſterdam; il

[a] *Acad. des Sc. 1760, p. 98, 101 & ſuiv. 157, 166, &c. 1772, p. 339.*
[b] *Ibid. 1772, p. 103.*
[c] *Mém. étrang. t. V, p. 44 & ſuiv. 1772, p. 341.*
[d] *Phil. Tranſ. t. LI, part. II, p. 465 & ſuiv.*

m'envoyoit quelques obſervations groſſières, qu'il croyoit faites à la Haie; il en avoit conclu une orbite approchée de la Comète, & il trouvoit qu'elle avoit beaucoup de rapport avec l'orbite de la Comète de 1664. Je fis part à l'Académie, le 6 Février, de la lettre de Struyck, & je remarquai en général que la Comète avoit paſſé en 1758 aſſez près de Jupiter, pour que cette Planète eût pu occaſionner quelque variation dans les élémens de ſon orbite. Mais cette action de Jupiter pouvoit-elle altérer de 16 degrés & demi l'inclinaiſon de l'orbite de la Comète à l'écliptique? D'ailleurs, comme l'a très-bien obſervé dans le temps l'Abbé de la Caille, dans la poſition reſpective de la Comète & de Jupiter, l'inclinaiſon de l'orbite de la Comète auroit dû plutôt augmenter que diminuer : or l'inclinaiſon de l'orbite de la Comète de 1664, étoit de 16^d 27′ plus grande que celle de la Comète dont il s'agit actuellement. *Acad. des Sc. 1760, p. 105.*

On a remarqué la promptitude du mouvement de cette Comète : durant les deux premières heures de ſon apparition, elle a parcouru 2^d 25′ d'un grand cercle de la ſphère; c'étoit ſur le pied de 29 degrés par jour. Ce mouvement auroit paru encore plus précipité, ſi l'on eût pu obſerver la Comète dès le 7 Janvier, comme on a fait à Liſbone.

La première orbite de cette Comète a été calculée par l'Abbé de la Caille, ſur ſes obſervations des 8 & 16 Janvier & 3 Février; elle fut communiquée à l'Académie le 26 Mars. *Ibid. p. 104.*

La ſeconde eſt de l'Abbé Chappe, calculée ſur une obſervation de M. Maraldi du 8 Janvier, & ſur deux de l'Abbé Chappe lui-même, faites le 12 & le 16 du même mois. *Ibid. p. 167;*

La dernière obſervation de cette Comète, qui ſoit venue à ma connoiſſance, eſt de M. Caſſini de Thury : le 8 Février, à 7^h 59′, la Comète avoit 28^d 35′ 49″ d'aſcenſion droite, & 12^d 8′ 0″ de déclinaiſon boréale. *1772, p. 340.*

1762.

M. Klinkenberg découvrit le premier cette Comète le

17 Mai; M. Messier l'observa depuis le 29 Mai jusqu'au 2 Juillet, M. Maraldi du 1.er Juin au 2 Juillet.

Des cinq théories que nous donnons de cette Comète, M. Maraldi a calculé la première sur ses propres observations, au nombre de seize. Dans la comparaison qu'il a faite du calcul avec la théorie, la différence entre l'un & l'autre n'est que treize fois au-dessous de 2 minutes, elle excède sept fois 4 minutes, elle s'étend même une fois à 8′ 7″ [a].

La seconde théorie est de M. de la Lande, telle qu'il l'a communiquée à M. Messier [b], & telle qu'il l'a envoyée à la Société Royale de Londres [c]. On la trouve aussi dans les Mémoires de l'Académie [d], avec quelques changemens, mais très-légers. Cette orbite est calculée sur une observation de M. Messier du 31 Mai, & sur deux de M. de la Lande des 12 & 24 Juin. En comparant avec l'observation le calcul déduit de cette théorie, M. Messier a trouvé quelquefois des différences un peu fortes.

Mém. étrang. t. V, p. 93.

M. Bailly a calculé la troisième orbite sur ses observations; elles sont au nombre de neuf, du 4 au 25 Juin. Sur dix-huit comparaisons qu'elles fournissent, la différence entre l'observation & le calcul est neuf fois au-dessous de 2 minutes; elle excède deux fois 5 minutes.

Acad. des Sc. 1763, p. 233 & 234.

La quatrième orbite a été calculée par M. Klinkenberg sur son observation du 17 Mai, & sur vingt observations de M. Messier. Toutes ces observations comparées avec le calcul, on trouve vingt-trois différences au-dessous de 2 minutes, dix-sept entre 2 & 5 minutes, une de 5′ 0″, une de 7′ 14″.

Mém. étrang. t. V, p. 175 & 176.

La cinquième théorie est de Struyck : il en a comparé les résultats avec vingt-six observations de M.rs Messier, Klinkenberg & autres; l'observation s'accorde le plus souvent avec le calcul mieux qu'à 2 minutes près, la plus grande différence est de 4′ 40″. On pourroit en conclure que cette théorie est la plus exacte de toutes.

Acad. des Sc. 1763, p. 15.

[a] *Acad. des Sc. 1762, p. 557, 561.*
[b] *Mém. étrang. t. V, p. 92.*
[c] *Philos. Transf. t. LII, part. II, p. 581.*
[d] *Ann. 1762, p. 566.*

1763,

1763.

Je n'ai connoiſſance que des obſervations de M. Meſſier, ſur la Comète de 1763 ; il la découvrit le 28 Septembre au ſoir : ce même jour, le lendemain 29 Septembre, & le 2 Octobre, il ne put faire autre choſe que d'eſtimer ſa poſition dans le ciel ; le 30 Septembre, le 3 Octobre & divers autres jours juſqu'au 25 Octobre, il détermina ſon lieu par des obſervations en forme. La Comète fut périhélie le 2 Novembre matin, les nuages ne permirent pas à M. Meſſier de l'obſerver, depuis le 25 Octobre au ſoir juſqu'au 12 Novembre matin ; il en détermina encore pluſieurs poſitions, depuis le 12 juſqu'au 25 Novembre, jour auquel il l'obſerva pour la dernière fois.

De toutes les Comètes dont j'ai calculé l'orbite, la Comète de 1763 eſt une de celles auxquelles j'ai conſacré le plus de temps. J'en ai préſenté les élémens à l'Académie ; ceux que je donne dans la Table générale en diffèrent très-peu. Les premiers ne donnoient aucune différence entre le calcul & l'obſervation du 25 Novembre matin; ceux-ci repréſentent, avec plus de préciſion que les premiers toutes les longitudes obſervées en Octobre & en Novembre, excepté celle du 25 Novembre, ainſi que toutes les latitudes obſervées en Octobre, & celle du 12 Novembre matin ; il eſt très-rare que la différence entre le calcul & l'obſervation excède deux minutes, le plus ſouvent même elle n'atteint pas une minute. Mais & cette théorie, & celle que j'avois donnée d'abord, & pluſieurs autres que j'ai eſſayées, s'accordent à repréſenter fort mal les longitudes & les latitudes déterminées en Septembre, & les latitudes ſeulement obſervées les 14, 15, 16 & 18 Novembre. J'ai ſuppoſé que la Comète pouvoit parcourir une ellipſe fort différente de la parabole, & qu'ayant été obſervée avant & après ſon périhélie, preſque aux deux extrémités du paramètre de ſon orbite, elle avoit pu s'écarter ſenſiblement de la route parabolique que je lui avois aſſignée : cette ſuppoſition ne m'a pas réuſſi ; le fruit de tous mes calculs a

Acad. des Sc. 1764, p. 587. & 1774, p. 36.

été de me perſuader qu'il falloit abandonner les déterminations faites en Septembre. Celles des 28 & 29 de ce mois ne ſouffrent guère de difficulté; en ces deux jours le lieu de la Comète ne fut point obſervé, il ne fut qu'*eſtimé*, mais il me paroît également impoſſible de faire quadrer l'obſervation du 30 Septembre avec celles du mois d'Octobre. Quant aux obſervations de Novembre, les erreurs de calcul ou de l'obſervation ne ſont ſenſibles que pour les latitudes. La différence entre la latitude calculée & la latitude obſervée n'eſt le 12 Novembre que de 1′ 17″; le 14 elle monte à plus de 10 minutes, à plus de 8 minutes & demie le 15, le 16 à près de 7 minutes, le 18 à près de 4 minutes; enfin le 25 elle n'atteint pas une minute. Il ſemble que ſi ces différences avoient pour cauſe une courbure de l'orbite, ſenſiblement différente de la courbure parabolique, elles ne devroient pas ſuivre cette marche. Je crois donc devoir m'en tenir à l'orbite que je propoſe dans la Table générale.

1764.

Acad. des Sc. 1771, p. 506 & ſuiv. Philoſ. Tranſ. t. LIV, p. 151.

C'eſt encore M. Meſſier qui découvrit cette Comète, il l'obſerva depuis le 3 Janvier juſqu'au 11 Février. J'en ai calculé trois fois l'orbite. Le premier calcul n'avoit pour données que les premières obſervatious du 3 au 11 Janvier; je le communiquai à l'Académie le 18 Janvier, & je promis une éphéméride de la Comète. Je donnai en effet dès avant la fin de Janvier cette éphéméride, précédée de *Nouveaux élémens* de l'orbite de la Comète, perfectionnés d'après les obſervations faites par M. Meſſier juſqu'au 22 Janvier. Dans les Mémoires de l'Académie, ces ſeconds élémens ſont imprimés avant les premiers; la communication de ceux-ci eſt datée du 18 Juillet, au lieu du 18 Janvier, la ſeule lecture du Mémoire ſuffit pour ſe convaincre de cette erreur de date; enfin il s'eſt gliſſé une faute d'impreſſion dans ces premiers élémens, on marque le nœud aſcendant en 3^{f} 19^{d} &c. il faut lire 3^{f} 29^{d} &c. je n'étois pas en France, quand on imprimoit ce Mémoire. J'ai cru devoir avertir de ces fautes,

Acad. des Sc. 1764, p. 487.

Ibid. p. 344.

parce qu'elles ont induit en erreur M. de la Lande & l'Éditeur des Tables de Berlin, qui ont donné ces premiers élémens, avec la faute d'impreſſion, pour la vraie théorie de l'orbite de la Comète. M. Meſſier ayant continué ſes obſervations juſqu'au 11 Février, veille du jour du paſſage de la Comète par ſon périhélie, j'ai retouché les ſeconds élémens. La troiſième théorie de l'orbite diffère peu de la ſeconde, mais elle eſt plus préciſe; j'en ai comparé les réſultats avec les obſervations. C'eſt cette théorie que j'ai inſérée dans la Table générale.

Acad. des Sc. 1771, p. 513 & 514.

1766. Première Comète.

Le prétendu ſatellite de Vénus faiſoit quelque ſenſation; M. Meſſier le cherchoit: au lieu du ſatellite il découvrit le 8 Mars 1766, une nouvelle Comète, il l'obſerva durant huit jours conſécutifs. J'ai calculé l'orbite ſur les obſervations de M. Meſſier, & j'ai comparé les réſultats du calcul avec une obſervation de chaque jour, ce qui m'a produit ſeize comparaiſons. La différence entre l'obſervation & le calcul a toujours été au-deſſous de deux minutes, le plus ſouvent même au-deſſous d'une minute. M. Caſſini de Thury obſerva auſſi cette Comète, le 11 Mars & les quatre jours ſuivans, en 1766 (& non pas en 1767, comme on l'a marqué par erreur dans le volume de 1767, *Hiſtoire*, page 105, *Mémoires*, page 315, & dans la *Table des Mémoires*). M. de Thury compara ſes obſervations avec la théorie que j'avois propoſée, & fut ſatisfait de l'accord qu'il y trouva. L'Abbé Chappe obſerva pareillement la Comète les 11, 12, 14 & 15 Mars; nos élémens repréſentent aſſez bien les obſervations des trois premiers jours; celle du 15 Mars s'en éloigne un peu plus, ſur-tout quant à la latitude: mais l'Abbé Chappe donne cette obſervation comme moins préciſe que celles des jours précédens. Nonobſtant l'accord des obſervations avec la théorie, je ne puis donner cette théorie que comme un *à-peu-près*, vu le peu de temps que la Comète a paru, & le peu de chemin qu'elle a parcouru.

Acad. des Sc. 1773, p. 157, & ſuiv.

Acad. des Sc. 1766, p. 424 & 425.

Acad. des Sc. 1767, p. 315, & ſuiv.

Acad. des Sc. 1766, p. 425 & ſuiv.

1766. Deuxième Comète.

Cette Comète n'a été obſervée à Paris que cinq jours conſécutifs, du 8 au 12 Avril, par M. Caſſini de Thury [a] & par M. Meſſier [b]. J'avois calculé l'orbite ſur les obſervations de M. Meſſier [c]; le calcul s'accordoit aſſez bien avec les obſervations: mais ayant eu depuis connoiſſance d'autres obſervations inconciliables avec ma théorie, j'ai été obligé de la proſcrire. Des calculs multipliés m'ont procuré des théories nouvelles, fort différentes de la première, & s'accordant cependant auſſi-bien qu'elle avec les obſervations de M. Meſſier. Tant il eſt vrai qu'il faut ſe défier des orbites Cométaires, calculées ſur des obſervations peu diſtantes les unes des autres; au moins quand la Comète n'a pas compenſé par la promptitude de ſon mouvement apparent le peu de durée de ſon apparition!

[a] *Acad. des Sc. 1767, p. 322 & ſuiv.*

[b] *Mém. étrang. t. VI, p. 92. Acad. des Sc. 1773, p. 163 & ſuiv.*

[c] *Ibid. p. 166.*

Le P. Jean Helfenzriede, Profeſſeur de Mathématiques à Dillingen en Souabe, écrivit à M. Meſſier, le 26 Octobre 1766, qu'il avoit vu cette Comète dès le 1.er Avril, mais que, dépourvu d'inſtrumens, il n'avoit pu eſtimer ſon lieu qu'à la vue ſimple; qu'une ligne droite, tirée d'ω de Perſée à la Comète, lui avoit paru deſcendre au-deſſous des Pléïades; qu'une autre ligne droite, tirée de o près le pied de Perſée à la claire du Bélier, paſſoit à peu-près par la Comète, le tout vers neuf heures & demie du ſoir. Selon la théorie à laquelle nous avons cru devoir nous en tenir, & que nous avons inſérée dans la Table, la Comète étoit alors en $1^{s}\ 53^{d}\ 6'\ 24''$ avec $11^{d}\ 5'\ 30''$ de latitude boréale, ce qui revient à peu-près aux alignemens déterminés par le P. Helfenzriede.

Le même Père ajoute que deux obſervateurs avoient obſervé la Comète le 6 Avril à Ingolſtat. L'ayant appris, il leur écrivit, & les pria de lui communiquer leurs obſervations. La réponſe du premier ſe fit attendre; elle ſe borna à dire que l'obſervation n'étoit pas aſſez exacte, & qu'elle ne méritoit pas d'être communiquée. Le ſecond avoit monté ſur une machine parallactique une lunette de deux pieds,

garnie d'un réticule rhomboïde. Il ſoupçonne que la diagonale verticale du réticule étoit un peu inclinée ; en conſéquence il ne donne pas ſon obſervation comme bien préciſe. Il avoit comparé le paſſage de la Comète par le fil vertical du réticule avec celui de deux Étoiles ; la première étoit certainement la claire ou la plus auſtrale de la Mouche ; il croit, mais ſans en être abſolument aſſuré, que l'autre étoit la plus boréale de la Mouche. Il remarque lui-même que les paſſages de ces deux Étoiles donnent à la Comète deux aſcenſions droites & deux déclinaiſons, qui diffèrent entre elles, les premières de 13′ 7″, les ſecondes de 22′ 15″ ; que ces erreurs ne peuvent être attribuées à ſes obſervations ; qu'en conſéquence il faut que l'Étoile qu'il a priſe pour la boréale de la Mouche, ne ſoit qu'une Étoile téleſcopique, ou que celui qui comptoit à l'horloge ſe ſoit trompé, dans le trouble où il avoue que le nombre des aſſiſtans & le bruit qu'ils faiſoient, l'avoit jeté. Les paſſages de la Comète & de la claire de la Mouche ont donné à 9^h 10′ 48″, temps vrai, 12′ 36″ de temps, ou 3^d 9′ 31″,5 de différence en aſcenſion droite, & 20′ 1″,5 de différence en déclinaiſon entre la Comète & l'Étoile. La Comète ſuivoit l'Étoile & elle étoit plus boréale. L'obſervateur en conclut l'aſcenſion droite de la Comète de 42^d 12′ 59″,5 ; ſa déclinaiſon boréale 26^d 37′ 5″ ; ſa longitude 1^f 17^d 46′ 15″ ; la latitude boréale 9^d 53′ 12″. En prenant une poſition de l'Étoile, mieux autoriſée que celle qu'a employée l'obſervateur, on concluroit 42^d 11′ 42″ d'aſcenſion droite, 26^d 36′ 31″ de déclinaiſon, 1^f 17^d 44′ 57″ de longitude, 9^d 53′ 8″ de latitude : or ſelon nos élémens, la longitude devoit être de 1^f 17^d 38′ 51″, & la latitude de 9^d 51′ 49″. J'aurois pu rapprocher la théorie de cette obſervation ; mais ce n'auroit été qu'aux dépens des obſervations de M. Meſſier, qui me paroiſſent mériter plus de confiance que celle de l'obſervateur d'Ingolſtat.

Dans une éphéméride que j'avois conſtruite ſur ma première théorie, j'avois annoncé que la Comète reparoîtroit après ſon paſſage au périhélie. Elle reparut en effet, mais

dans une position qui ne permit pas de l'obſerver en Europe. La Nux voulut ſuppléer, autant qu'il étoit en lui, à ce qu'il concevoit que nous ne pouvions faire : il ſuivit la Comète depuis le 29 Avril juſqu'au 13 Mai. J'ai déjà dit que ce reſpectable Magiſtrat ne manquoit pas d'intelligence ; mais il n'avoit pas d'inſtrumens ; il y ſuppléoit par des mécaniques ingénieuſes, mais fort équivoques dans la pratique. On ne doit donc pas s'attendre à des obſervations préciſes de ſa part ; mais ſelon mes premiers élémens, ſes obſervations auroient été en erreur de 20 degrés & plus ; c'étoit certainement trop : l'orbite que j'inſère dans la Table générale, ne repréſente pas avec préciſion ces obſervations ; mais au moins elle ne s'en éloigne que de deux degrés en latitude. J'ai bien trouvé d'autres orbites qui s'accordoient mieux avec les obſervations de la Nux ; mais elles introduiſoient des erreurs de 20 à 30 minutes dans les obſervations de M. Meſſier.

La Nux obſervoit à Saint Paul, île de Bourbon ; les temps ſont ceux de ſa montre, réglée ſur le coucher du Soleil.

Le 29 Avril, à $5^h\ 34'\ \frac{3}{4}$ du matin, la Comète étoit à $17^d\ 52'$ de γ de Pégaſe ; à $5^h\ 31'\ \frac{1}{5}$ elle étoit à $27^d\ 39'$ de β de la Baleine. J'ai conclu de cette obſervation que la Comète étoit en $0^s\ 18^d\ 25'$, & que ſa latitude auſtrale étoit de $0^d\ 15'\ 20''$: ſelon nos élémens, la longitude étoit de $0^s\ 17^d\ 2'$, avec $2^d\ 2'$ & demie de latitude auſtrale.

Le 1.er Mai à $5^h\ 18'\ \frac{1}{2}$ du matin, diſtance de la Comète à γ de Pégaſe, $18^d\ 12'$; à $5^h\ 30'$, diſtance à β de la Baleine, un peu douteuſe, $27^d\ 0'$; ce qui donne à la Comète environ $0^s\ 18^d\ 6'$ de longitude, & $1^d\ 0'$ de latitude auſtrale. La Nux remarque que la Comète, à ſa ſortie de derrière les montagnes, qui bornent à l'eſt l'horizon de Saint Paul, étoit ſenſiblement plus orientale, ou moins ſeptentrionale que la veille, ce qui devoit être ſuivant notre théorie.

Le 2 à $5^h\ 19'\ \frac{1}{2}$ du matin, diſtance de la Comète à β de la Baleine, 26 degrés $49'$; à $5^h\ 31'$, diſtance à γ de Pégaſe $18^d\ 24'$: donc la Comète auroit été vers $0^s\ 18^d\ 7'$ de longitude, avec $1^d\ 15'$ de latitude auſtrale. La Comète

à sa sortie de derrière les montagnes s'étoit rapprochée du nord à l'est de 1^d 15 à 16′.

Le 3 à 5^h 14′ $\frac{1}{2}$ du matin, distance de β de la Baleine à la Comète, 26^d 28′ $\frac{1}{2}$; à 5^h 20′, distance d'Algenib (ou γ de Pégase) 18^d 40′ 30″: donc la Comète vers 0^f 18^d 3′, avec 1^d 39′ 30″ de latitude australe.

Le 5 à 5^h 0′ du matin, le noyau de la Comète est sorti de derrière la montagne. Au jour, la Nux s'assura que le point de la montagne, d'où la Comète étoit sortie, étoit à 83^d 40′ de distance du zénith, son azimut étant pour lors de 1^d 38′ $\frac{1}{2}$ plus vers l'est que lorsqu'elle avoit commencé à paroître le 29 Avril. Or la Nux « ayant exactement tracé sur la pierre de sa méridienne, recherché & mesuré les direc- « tions des points de la montagne, où la Comète a paru en « divers jours; il a trouvé que l'angle formé le 29 Avril au « zénith par le méridien & le vertical de la Comète sortant « de la montagne, étoit de 80^d 19′ 34″ du nord à l'est: » donc le 5 Mai l'angle étoit de 81^d 58′ 4″, & la Comète auroit été en 0^d 18′ 54″ avec 2^d 21′ de latitude australe. Mais peut-on beaucoup compter sur une telle observation, où l'heure, devenue un élément essentiel, n'est connue que par une montre réglée sur le coucher du Soleil, où le reste de l'opération est fondé sur une méridienne à petit point, sur d'autres instrumens peut-être encore plus équivoques, & sur la sortie d'une Comète de derrière une montagne? Il est à remarquer que les causes possibles d'erreur agissoient ici beaucoup plus dans le sens de la latitude que dans celui de la longitude.

Le 6 à 5^h 8′ du matin, la distance de la Comète à β de la Baleine, 26^d 21′; à 5^h 14′ $\frac{1}{2}$ distance à Algenib, 19^d 52′: donc la Comète étoit vers 0^f 18^d 50′; latitude 2^d 34′ sud. Le noyau de la Comète s'étoit montré à 4^h 57′ au-dessus de la montagne.

Le 7 à 4^h 57′ du matin, la Comète est sortie de derrière la montagne, à 83^d 57′ de distance du zénith, son vertical étant de 36 à 37′ plus à l'est que le 5, & de 1^d

54′ plus à l'eſt que le 29 Avril. La Nux, par une détermination qu'il regarde comme très-préciſe, trouva ce vertical de 82^d $14'$ $24''$ du nord à l'eſt: donc à 4^h $57'$ la Comète auroit été en 0^s 20^d $24'$ $47''$, avec 2^d $57'$ $46''$ de latitude auſtrale.

Le 8, la Comète ſe montra à 4^h $51'$ du matin, preſque dans le même vertical que la veille. La Nux, voyant la Comète accélérer ſon lever, veut qu'on remarque *cette accélération contre l'ordre des ſignes*. Dans la réalité, la Comète, rétrograde d'abord en apparence, avoit commencé depuis peu, & continuoit néceſſairement à ſe mouvoir ſelon l'ordre des ſignes: donc cette accélération rétrograde, remarquée par la Nux, ne pouvoit être attribuée qu'à ſa montre, qui ne gardoit pas l'heure auſſi fidèlement qu'il ſe le perſuadoit. En ſuppoſant l'obſervation exacte, la longitude de la Comète auroit été de 0^s 19^d $55'$; ſa latitude 2^d $46'$ ſud.

Le même jour, à très-peu de diſtance du noyau, un peu plus ſud & un peu plus oueſt, la Nux aperçut dans le champ de la lunette *une fort petite Étoile, inviſible à la ſimple vue*. Rapportant ſes obſervations précédentes & ſuivantes ſur un zodiaque de d'Heulland, il ſe perſuada que cette Étoile étoit μ des Poiſſons. En effet, ſi les autres obſervations de la Nux ſont exactes, μ des Poiſſons devoit réellement être le 8 Mai matin, un peu plus méridional & un peu plus occidental que la Comète, puiſque ſa longitude moyenne étoit alors 0^s 19^d $51'$ $25''$, & ſa latitude auſtrale 3^d $4'$ $4''$. Mais ſi cette Étoile n'étoit pas μ des Poiſſons, les autres obſervations de la Nux ne ſont point exactes. Or, à 4^h $51'$ le crépuſcule n'étoit pas encore commencé le 8 Mai, la Lune fut nouvelle ce jour même, d'ailleurs la Nux étoit doué d'une vue extrêmement perçante: qu'on juge d'après cela ſi μ des Poiſſons, Étoile de 4.e grandeur, a pu lui paroître dans la lunette une *fort petite* Étoile, & *inviſible à la vue ſimple*: donc μ des Poiſſons & la Comète n'ont pas paru le 8 Mai matin dans le même champ de la lunette; donc la Comète n'étoit pas en 0^s 19^d $55'$ avec 2^d $46'$ de latitude auſtrale: elle étoit ſelon nos élémens

élémens en $0^s\ 19^d\ 56'\ 44''$, & ſa latitude auſtrale étoit de $4^d\ 37'\ 18''$.

Ce même jour 8 Mai, la Comète fut obſervée au cap de Bonne-eſpérance. A $5^h\ 5'$ du matin, on la releva un rhumb précis ($11^d\ 15'$) plus eſt que Vénus, & ſa diſtance à cette Planète fut trouvée de $16^d\ 46'$. On ne donne pas ſans doute cette obſervation comme étant de la préciſion la plus rigoureuſe. Comment s'eſt-on aſſuré de l'heure de l'obſervation? La différence d'un rhumb précis entre les verticaux des deux aſtres eſt-elle bien préciſe? Quoi qu'il en ſoit, j'ai calculé l'obſervation. Vénus étoit en $0^s\ 5^d\ 11'\ 41''$ avec une latitude auſtrale de 8″ & demie ſeulement; ſon aſcenſion droite étoit de $4^d\ 46'\ 6''$, ſa déclinaiſon boréale $2^d\ 3'\ 49''$, ſa hauteur ſur l'horizon du Cap $20^d\ 29'\ 25''$, ſon amplitude $17^d\ 18'\ 59''$ de l'eſt au nord: donc hauteur de la Comète $7^d\ 49'\ 7''$ *(d)*, ſon amplitude $6^d\ 3'\ 59''$ de l'eſt au nord, ſon aſcenſion droite $21^d\ 28'\ 44''$, ſa déclinaiſon boréale $0^d\ 40'\ 32''$, enfin ſa longitude $0^s\ 20^d\ 6'\ 4''$, & ſa latitude auſtrale $7^d\ 45'\ 35''$. Au même inſtant la Comète étoit ſelon nos élémens en $0^s\ 20^d\ 3'\ 4''$ avec une latitude auſtrale de $4^d\ 38'\ 1''$. Ainſi la longitude que l'on conclut de nos élémens n'excédoit que de $1'\ 44''$ celle qui avoit été obſervée à l'île de Bourbon, & elle étoit de 3 minutes moindre que celle qui eſt déterminée par l'obſervation du Cap. La différence des latitudes eſt plus forte; celle de l'île de Bourbon eſt de $1^d\ 51'$ plus boréale que la nôtre; mais la nôtre eſt plus boréale de $3^d\ 7'\ 34''$ que celle du Cap: nous ne pouvions nous accorder avec deux obſervations auſſi différentes, nous tenons le milieu, nous approchant cependant plus de l'obſervation de La Nux que de celle du Cap.

Enfin ce même jour 8 Mai, La Nux ſoupçonna que l'amplitude de la Comète, qui juſque-là s'étoit toujours accrue

(d) On pourroit auſſi conclure des données une hauteur de $33^d\ 58'\ 46''$; mais cette ſolution mettroit manifeſtement la Comète trop au ſud. Dans les calculs ſuivans, on a tenu compte de l'effet de la réfraction.

du nord vers l'eſt, commençoit à rétrograder de l'eſt vers le nord. Pour s'en aſſurer, il prit le ſage parti de laiſſer d'un jour à l'autre ſon inſtrument en place, & le lendemain 9, il reconnut en effet un léger mouvement vers le nord. Sur cet article La Nux n'a pu ſe tromper. Il faut donc que ſelon la vraie théorie du mouvement de la Comète, ſa déclinaiſon boréale, après avoir diminué juſqu'au 7 Mai, ait commencé à augmenter le 8 : or c'eſt ce qui a dû réellement arriver, ſuivant notre théorie.

Le 9, le 10, le 11 & le 13 La Nux marqua à ſa montre les inſtans auxquels il vit la Comète & l'Etoile téleſcopique, qu'il croyoit être μ des Poiſſons, pointer au-deſſus de la montagne, obſervations dont on ne pourroit tirer aucune lumière, quand même on connoîtroit parfaitement la poſition de l'Étoile.

Le 13, la Comète n'étoit plus viſible que dans la lunette; elle ſortit de derrière la montagne à $4^h\ 47'$, diſtante du zénith de $83^d\ 57'$, & déclinant en azimut de $81^d\ 40'\ 24''$ du nord à l'eſt, ce qui donneroit $23^d\ 0'\ 16''$ pour ſon aſcenſion droite, $5^d\ 37'\ 10''$ pour ſa déclinaiſon boréale, $0^f\ 23^d\ 21'\ 53''$ pour ſa longitude, & $3^d\ 43'\ 27''$ pour ſa latitude auſtrale. De nos élémens on conclut $0^f\ 22^d\ 33'\ 40''$ pour longitude, & $5^d\ 25'\ 0''$ pour latitude; l'erreur ſur la latitude eſt par-tout à peu-près la même, & dans le même ſens, ce qui doit naturellement être, puiſque l'on a toujours ſuivi à peu-près la même marche dans les obſervations.

J'ai rapporté dans quelque détail les obſervations de M. de la Nux, parce qu'elles m'ont réellement ſervi à trouver une orbite de la Comète plus exacte que celle que j'avois propoſée d'abord. L'accord entre le calcul & l'obſervation n'eſt pas auſſi parfait qu'on pourroit le deſirer : eſt-ce la faute des obſervations? Je le crois. Si cependant quelqu'un plus heureux, ou plus habile que moi, pouvoit extraire de ces obſervations une théorie plus ſatisfaiſante que celle que je propoſe, j'applaudis d'avance de bon cœur à ſon ſuccès.

1769.

Cette belle Comète a été observée par-tout où il y a eu des observateurs. Voyez le nom des observateurs, & les observations même dans nos Mémoires : celles de M. Maskelyne à Greenwick se trouvent dans le recueil de ses Observations, imprimé à Londres en 1776, *in-fol.* Ces observations s'étendent depuis le 8 Août, jour auquel elle fut découverte à Paris par M. Messier, jusqu'au 15 Septembre, avant le périhélie de la Comète, & après son périhélie, depuis le 24 Octobre jusqu'au 1.er Décembre. La Nux l'observa à l'île de Bourbon, depuis le 26 Août jusqu'au 26 Septembre. Nous l'observames en mer, faisant voile des Canaries à Cadiz, depuis le 27 Août jusqu'au 16 Septembre. Je ne rapporte ici ni les observations de La Nux, ni celles que nous fimes, M. de Fleurieu, commandant alors la frégate du Roi l'*Isis*, & moi; nous en avons de beaucoup meilleures; notre dessein n'étoit que de suppléer, autant qu'il étoit en nous, au défaut des observations Européennes, si elles eussent été malheureusement contre-carrées par le mauvais temps & les nuages. Je remarquerai seulement 1.° que j'ai cru voir très-distinctement, sur-tout le 4 Septembre, des ondulations dans la queue, analogues à celles que l'on aperçoit dans les aurores boréales; telles Étoiles que j'avois vues décidément renfermées dans la queue, en étoient peu après sensiblement distantes. 2.° La queue étoit sensiblement arquée, sa partie convexe tournée vers le nord; quelquefois même elle formoit vers son extrémité un second arc plus petit, dont la convexité regardoit le sud, phénomènes que La Nux observa pareillement à l'île de Bourbon. 3.° Il paroît que nous avons vu, La Nux & nous, la queue beaucoup plus longue qu'on ne l'a observée ailleurs. La Nux la mesura le 11 Septembre matin, & lui trouva 97 degrés & demi de longueur: le même jour, avec ma vue très-myope, je remarquai que de 23 degrés de l'Écrevisse, où la tête étoit alors, avec environ 23 degrés & demi de latitude australe, la queue s'étendoit jusque sous

Acad. des Sc. 1769, p. 49 & suiv. 1770, p. 24 & suiv. 1775, p. 392 & suiv.

a des Poiſſons, & quelques degrés même au-delà; ſa longueu étoit donc d'environ 90 degrés. Le 28 Août, M. Maskelyne jugea la queue de 7 degrés, M. Meſſier de 15, La Nux & nous de 19 à 20. Le 9 Septembre, la longueur de la queue étoit de 43 degrés ſelon M. Maskelyne, de 55 ſuivant M. Meſſier, de 60 & plus au jugement de La Nux, de 75 ſelon nous. Il en eſt de même de pluſieurs autres jours.

On a propoſé un grand nombre d'orbites de cette Comète. M. de la Lande a calculé la première ſur les obſervations des 14 Août, 15 Septembre & 4 Novembre de M. Meſſier. La ſeconde a été calculée, à la prière de M. de la Lande, par M. Wallot, ſur les mêmes obſervations des 14 Août & 15 Septembre, & ſur une du 1.er Décembre.

Acad. des Sc. 1769, p. 55, 56.

M.rs Caſſini père & fils, & M. Maraldi avoient obſervé cette Comète en vingt-un jours différens, entre le 21 Août & le 1.er Décembre; c'eſt ſur ces obſervations que M. Caſſini fils, a calculé la troiſième orbite : il en a comparé les réſultats avec les obſervations; ſur quarante-deux comparaiſons, l'erreur eſt vingt-cinq fois au-deſſus de 3 minutes, elle excède quelquefois 4 & même 5 minutes.

Ibid. 1770, p. 24 & ſuiv.

M.rs Proſperin, Audiffredi, Slop & Zanotti ont calculé les quatre orbites ſuivantes, le premier ſur les obſervations de M. Wargentin, les autres ſur les leurs propres : tous ont comparé leur théorie avec les obſervations. Sur quarante-quatre combinaiſons de M. Slop, la différence entre l'obſervation & le calcul eſt trente-huit fois moindre que 2 minutes; elle n'excède que deux fois 3 minutes. Sur trente-cinq comparaiſons de M. Proſperin, ſix différences excèdent 4 minutes. Les combinaiſons du P. Audiffredi ſont encore moins ſatisfaiſantes, l'erreur excède quelquefois 9 & même 10 minutes. Quant à l'orbite de Zanotti, elle diffère prodigieuſement de toutes les autres : eſt-ce parce que cet Aſtronome n'a obſervé la Comète que dans une branche de ſa trajectoire ? Cette ſeule cauſe ne devroit pas produire de ſi grandes différences. D'ailleurs, dans la comparaiſon que fait Zanotti de ſes

obſervations avec les réſultats de ſa théorie, l'erreur excède trop ſouvent 8, 9, 10 & même 11 minutes. *Acad. 1775, p. 430 & ſuiv.*

Les trois orbites qui ſuivent ont été données par M.rs Aſclepi, Lambert & Widder.

Les deux orbites ſuivantes ſont elliptiques, calculées par M.rs Euler & Lexell. Celui-ci, en ſuppoſant la poſſibilité d'une minute d'erreur dans les obſervations qu'il a choiſies, pour y aſſeoir ſes calculs, détermine la durée de la révolution périodique de la Comète entre quatre cents quarante-neuf & cinq cents dix-neuf ans. Les calculs de M. Lexell ne peuvent certainement être qu'abſolument exacts & précis: mais toutes les obſervations d'une Comète, dont l'atmoſphère étoit auſſi étendue que celle de la Comète de 1769, peuvent-elles être dans la préciſion d'une minute? Dans nos Mémoires *Ibid. p. 430.* & dans le recueil des *Tables* aſtronomiques de Berlin, d'après le *Recueil pour les Aſtronomes, tome I, page 225*, le périhélie de la Comète, déterminé par M. Euler, eſt marqué en 4^s 29^d $16'$; c'eſt probablement une faute d'impreſſion dans le *Recueil*; il faut lire 4^s 24^d $16'$; la théorie de M. Euler eſt d'ailleurs trop ſemblable à celle de M. Lexell & à la nôtre, pour ſoupçonner qu'elle puiſſe différer ici de 5 degrés.

La dernière orbite eſt auſſi elliptique; nous l'avons calculée ſur les obſervations de M. Meſſier, des 21 Août, 25 Octobre & 1.er Décembre: elle diffère peu de celle qui a été calculée par M. Lexell; mais nous trouvons d'un autre côté douze cents trente-un ans & un tiers pour la durée de la révolution périodique: cette différence entre le réſultat des calculs de M. Lexell & le nôtre ne peut avoir d'autre cauſe que la différence des obſervations ſur leſquelles nous avons calculé M. Lexell & nous cette orbite. Douze cents trente ans avant l'apparition de cette Comète, ou en l'an 539, il en a paru une bien analogue à celle de 1769; mais je ſuis fort éloigné de décider que ce fût la même Comète.

1770. Première Comète.

M. Meſſier découvrit cette Comète le 14 Juin, & l'ob-

ſerva aſſiduement juſqu'au 2 Octobre. Beaucoup d'autres Aſtronomes l'ont obſervée; les obſervations qui nous ſont parvenues, ſont raportées dans un Mémoire de M. Meſſier, qu'on peut conſulter. Voyez celles de M. Maskelyne dans le Recueil de ſes obſervations.

Acad. des Sc. 1776, p. 597 & ſuiv.

Cette Comète a eu cela de particulier, qu'elle a beaucoup tourmenté ceux qui ont entrepris d'en calculer l'orbite. Je l'avois fait d'abord ſur les premières obſervations de M. Meſſier; la théorie que je préſentai à l'Académie, les repréſentoit aſſez bien *(e)*: c'eſt la première de la Table. J'avois cru devoir négliger les obſervations des 14 & 30 Juin, & celles des premiers jours de Juillet: M. Meſſier déclare dans ſon Mémoire, qu'en ces jours-là il n'avoit point obſervé, mais ſeulement eſtimé le lieu de la Comète. Les premières obſervations du mois d'Août ne ſe lièrent point du tout à ma théorie; j'en calculai d'autres à pure perte. Quand la Comète eut ceſſé de paroître au mois d'Octobre, j'eſſayai fort inutilement de nouvelles théories; toutes celles qui ſatisfaiſoient aux dernières obſervations, ſe refuſoient aux premières; celles qui s'accordoient avec celles-ci, ne pouvoient ſe concilier avec les autres, ni même avec celles du mois d'Août. Je faiſois entrer dans mes calculs les effets de la réfraction, de la parallaxe, de l'aberration même; je n'obtenois pas un ſuccès plus heureux. Enfin ayant pris pour termes les obſervations des 2, 8 & 14 Août, faites au voiſinage du ſommet de la courbe, je trouvai juſqu'à ſept orbites différentes, qui ſatisfaiſoient également bien aux obſervations choiſies, & j'en aurois pu trouver un bien plus grand nombre. La première de ces orbites étoit preſque la même que la ſeconde de M. Proſperin: j'en donne une autre qui en diffère beaucoup plus; c'eſt la ſeconde de la

Ibid. 1770, p. 255. 1776, p. 632.

(e) M. Proſperin ayant calculé ſur mes élémens les lieux de la Comète, a trouvé entre le calcul & l'obſervation des différences plus grandes que celles que j'ai trouvées: cela ne peut venir que des différens lieux du Soleil que nous avons déterminés l'un & l'autre. Le 30 Juin, une différence de 10 ſecondes ſur le lieu du Soleil, en occaſionnoit une de près de 15 minutes ſur le lieu géocentrique de la Comète. Cet effet étoit moindre les jours précédens; mais il étoit cependant très-ſenſible.

Table. Cette théorie, aussi-bien que les six autres, se soutenoit jusqu'au 19 Août, mais point au-delà: dès le 31 Août, la différence entre le calcul & l'observation étoit, sur la longitude, de 26 minutes; le 2 Octobre, de $3^d 23'$: le 15 Juin l'erreur en longitude n'étoit que de 14 minutes, mais l'erreur en latitude étoit de $1^d 15'$.

Ce que je faisois à Paris, M. Prosperin, savant Astronome Suédois, le faisoit à Upsal. Il s'arrêta d'abord à rechercher des élémens qui satisfissent aux observations faites dans la seconde branche de l'orbite de la Comète, depuis le 10 Août jusqu'au 2 Octobre; il ne put réussir à accorder les observations avec des élémens paraboliques. Il se borna à un moindre intervalle de temps, il trouva des élémens qui représentent les observations faites depuis le 26 & sur-tout depuis le 30 Août jusqu'au 2 Octobre: il les appelle ses *troisièmes élémens*, ce sont les cinquièmes de la Table. Revenant sur les observations de Juin, & y comprenant celle du 14 Juin, que M. Messier lui-même n'a pas jugé à propos de joindre à ses autres observations, quand il les a réduites en une seule Table, il a déterminé ses *premiers élémens;* ce sont les troisièmes de notre Table générale. Ces élémens, comme le remarque M. Prosperin, diffèrent peu de ceux que nous avions donnés; mais il les trouve plus conformes aux observations. Enfin les *seconds élémens* de M. Prosperin, quatrièmes de notre Table, ont été calculés sur les observations faites depuis le 2 jusqu'au 19 Août. M. Prosperin a comparé les observations de M. Messier avec leurs élémens correspondans, & tout s'est trouvé suffisamment d'accord, au moins quant à la première & la dernière partie de l'orbite. Pour ce qui regarde celle du milieu, la correspondance n'est pas aussi parfaite; M. Prosperin observe, avec raison, que c'est vers le sommet de l'orbite que la parabole diffère le plus de l'ellipse. *Acad. des Sc. 1776, p. 630 & suiv.*

Mais pourquoi trois sortes d'élémens pour une même Comète? M. Prosperin croit que la différence entre les premiers & les troisièmes, pourroit venir de quelque perturbation

occaſionnée par la proximité de la Terre. M. Widder, Profeſſeur de Philoſophie en l'Univerſité de Groningue, n'ayant pu faire accorder toutes les obſervations avec une ſeule théorie, penſe pareillement que l'orbite a été altérée, vers la fin de Juin & le commencement de Juillet, par l'action de la Terre. Nonobſtant cela, M. Widder a calculé une ſeule orbite ſur les obſervations de M. Meſſier des 25 & 29 Juin, 14 & 19 Septembre; c'eſt la ſixième de la Table. La moindre diſtance de la Comète à la Terre fut, vers la fin de Juin, de ſept cents cinquante mille lieues: je penſe, avec M. du Séjour, que cette diſtance étoit encore trop forte, pour occaſionner dans les mouvemens de la Comète des altérations auſſi ſenſibles que celles qu'il faudroit y admettre, pour autoriſer la multiplicité des théories propoſées par M. Proſperin. D'ailleurs, pourquoi les élémens diffèrent-ils en Août & en Septembre? L'action de la Terre devoit avoir produit ſon entier effet dès les premiers jours de Juillet. Je conviens qu'il n'eſt quelquefois pas facile de trouver avec préciſion le lieu du périhélie d'une Comète, par des obſervations faites près de ce périhélie; mais ici on a deux mois d'obſervations, & les dernières ont été faites à une diſtance conſidérable du périhélie. Combien n'avons-nous pas de Comètes, qui, après avoir paru dans de ſemblables circonſtances, ont été calculées avec ſuccès dans une orbite parabolique, de manière que les théories ont fort bien repréſenté les obſervations faites, tant au voiſinage du périhélie, que dans une branche au moins de la parabole?

Acad. des Sc. 1776, p. 637.

Eſſai ſur les Com. p. 126.

Je n'ai point douté dès le commencement, que ces irrégularités apparentes dans les mouvemens de la Comète, n'euſſent pour cauſe une différence ſenſible entre la véritable orbite de la Comète & l'orbite parabolique que je lui ſuppoſois. J'étois donc réſolu à calculer ces mouvemens dans une orbite elliptique, lorſque j'en ſerois à cette partie de mon ouvrage. J'appris, avec le plus grand plaiſir, que ce travail venoit d'être exécuté par une main toute autrement habile que la mienne à manier ces ſortes de calculs. M. Lexell, célèbre

célèbre Académicien de Péterſbourg, après avoir inutilement tenté de repréſenter les obſervations de cette Comète par une orbite parabolique, a réuſſi à les accorder avec une orbite elliptique; cette orbite eſt la ſeptième de la Table générale : il faut y ajouter que le demi-grand axe eſt 3,1478606, & par conſéquent la révolution périodique de 5,58513, ou d'environ cinq ans ſept mois. Cependant, à la première nouvelle que j'ai eue de ce réſultat, je me ſuis récrié ſur cette courte durée, & je n'ai probablement pas été le ſeul. « Comment, a-t-on dit, ſe peut-il faire qu'une Comète qui revient à nous tous les cinq ans & « demi, ait été obſervée pour la première fois en 1770? » Mais enfin les calculs de M. Lexell ſont déciſifs; il en a comparé les réſultats avec toutes les obſervations de M. Meſſier: mettant à part les obſervations, ou plutôt les eſtimes des 30 Juin, 1.er & 3 Juillet, il reſte quatre-vingt-douze comparaiſons, ſur leſquelles il en eſt quatre-vingt-quatre où la différence entre le calcul & l'obſervation n'atteint pas une minute & demie; & des huit autres, il en eſt pluſieurs où la différence, aſſez petite d'ailleurs, peut être attribuée à l'imperfection de l'obſervation. Sans me défier en aucune manière de la préciſion & de l'exactitude des calculs de M. Lexell, j'ai eu la curioſité de calculer auſſi les mouvemens de cette Comète dans une orbite elliptique; j'ai choiſi pour cela les obſervations faites par M. Meſſier, les 15 Juin, 19 Août & 2 Octobre, & j'ai trouvé l'orbite qui eſt la huitième de la Table: elle diffère aſſez peu de celle de M. Lexell. Quant au demi-grand axe, il ne ſe trouve dans notre théorie que de 3,0889149, & la révolution périodique de 5,4288625, ou de cinq ans cent cinquante-ſix jours deux tiers; c'eſt encore cinquante-ſept jours de moins que n'a trouvé M. Lexell. Revenons à ſa théorie. Il eſt donc certain qu'une orbite de nature à être parcourue en cinq ans & demi, ſatisfait aux obſervations: M. Lexell prouve qu'une période de plus longue durée introduiroit dans les obſervations de plus grandes erreurs. Il conclut donc

Ac. Sc. 1776, p. 638 & ſuiv.

Ibid. p. 640.

qu'il faut s'en tenir à une période de cinq ans & demi, ou du moins à une orbite qui soit parcourue en cinq ans au moins, au plus en six ans.

Mais encore une fois, comment n'a-t-on pas observé cette Comète avant 1770? Pourquoi n'a-t-elle pas reparu depuis? M. Lexell pense que son orbite peut avoir été totalement changée par l'action de Jupiter. Selon les élémens de M. Lexell, le 27 Mai 1767, la distance de la Comète à Jupiter n'étoit que $\frac{1}{58}$ de celle de la Comète au Soleil *(f)*: donc l'action de Jupiter sur la Comète étoit trois fois plus forte que celle du Soleil: cette action étoit d'autant plus capable d'altérer sensiblement l'orbite de la Comète, que son mouvement étant alors fort lent, il la laissoit plus longtemps exposée à l'action de Jupiter. Selon les mêmes élémens, la Comète revenant à nous en 1779, a été le 23 Août en conjonction avec Jupiter, sa distance à cette Planète n'étant que $\frac{1}{491}$ de sa distance du Soleil, l'action du Soleil étant par conséquent deux cents vingt-quatre fois moindre que celle de Jupiter. Quel changement une telle proximité n'a-t-elle pas dû occasionner dans l'orbite de la Comète! Quant au retour de la Comète en 1776, il a pu avoir lieu; mais il aura dû être invisible, si la Comète a été périhélie vers le mois de Mars. Voilà, je pense, ce qu'on peut dire de mieux sur cette singulière Comète.

Les neuvièmes élémens sont de M. Slop, qui avoit observé cette Comète à Bologne; & les dixièmes, du célèbre Lambert, Académicien de Berlin. Les onzièmes sont attribués à M. Rittenhouse, dans les Tables astronomiques de Berlin.

De toutes les Comètes connues, la première de 1770 est celle qui s'est approchée le plus près de la Terre.

1770. Deuxième Comète.

Cette Comète n'a paru qu'en Janvier 1771; nous la

(f) Dans nos Mémoires de 1776, *p. 648*, il est dit que la distance à Jupiter étoit $\frac{1}{580}$ de celle au Soleil: c'est une faute d'impression; il faut lire $\frac{1}{58}$.

rapportons à l'année 1770, parce que c'est en cette année qu'elle a passé par son périhélie. Elle n'a été observée, par M. Messier, que les 10, 16, 17 & 20 Janvier; mais en ce peu de temps elle a parcouru 40 degrés en ascension droite, & près de 21 en déclinaison: ainsi, l'on peut avoir quelque confiance dans les élémens de son orbite; nous les avons calculés sur les observations de M. Messier. M. l'Abbé Boscowich avoit vu cette Comète à Milan le 10 & le 11 Janvier. Le P. de la Grange l'avoit observée dans la même ville le 9 & le 10; ses observations du 10 ne s'accordent point du tout avec celles que M. Messier fit le même jour. Enfin, cette Comète fut observée les 9, 10, 11 & 13 Janvier par La Nux à l'île de Bourbon.

Acad. des Sc. 1771, p. 423, & suiv.

1771.

M. Messier découvrit cette Comète le 1.er Avril & l'observa jusqu'au 19 Juin. M. Wargentin ne l'observa à Stockolm que le 18 Avril, & la force des crépuscules en Suède, ne lui permit pas de la suivre au-delà du 16 Mai. M. de Saint-Jacques de Silvabelle, sous un ciel très-pur & dont les crépuscules ont toujours un terme, continua ses observations depuis le 22 Avril jusqu'au 17 de Juillet; mais il ne paroît pas que les observations qu'il a communiquées, soient aussi précises que celles de M. Messier. Il en avoit fait beaucoup d'autres, mais il n'a pu les réduire, faute d'un bon catalogue d'Étoiles[a]. M.rs Bouin & du Lague observèrent aussi cette Comète à Rouen, depuis le 12 Avril jusqu'au 24 Mai[b]. Les observations de M. Maskelyne à Greenwich, rapportées dans son grand Recueil, s'étendent du 14 Avril au 30 Mai.

Acad. des Sc. 1777, p. 154 & suiv.

Ibid. p. 177 & suiv.

[a] *Ibid. p. 179, & suiv.*

[b] *Ibid. p. 184. Mém. étr. t. VII, p. 422.*

J'ai calculé sur les premières observations de M. Messier les élémens de l'orbite de cette Comète; je ne les insère dans la Table que parce qu'ils sont imprimés dans nos Mémoires & ailleurs. Ils diffèrent assez peu de ceux de M. Prosperin, comme M. Prosperin le remarque lui-même; mais ceux-ci sont plus exacts. M. Prosperin les a calculés sur les observations de M. Wargentin, & a comparé le résultat du calcul, fait d'après

Acad. des Sc. 1777, p. 175. Astronomie de la Lande. Essai sur les Com. de du Séjour. Tables de Berlin, &c.

ces élémens, avec les obſervations : il auroit été difficile de trouver, de deſirer même une plus grande conformité, d'autant plus que M. Wargentin témoigne qu'il n'étoit pas également content de toutes ſes obſervations. Sur quarante comparaiſons, il n'en eſt que deux où la différence entre le calcul & l'obſervation excède une minute. J'ai comparé cette même théorie de M. Proſperin avec quelques obſervations de M. Meſſier, & je n'ai pas trouvé un accord auſſi ſatisfaiſant, du moins dans les premières & les dernières obſervations ; mais la plus grande différence que j'ai trouvée entre l'obſervation & le calcul, ayant à peine excédé trois minutes, je penſe qu'on peut s'en tenir à l'orbite de M. Proſperin.

Acad. des Sc. 1777, p. 178 & 179.

1772.

M. Montagne découvrit cette Comète le 8 Mars à Limoges ; il l'obſerva, mais fort imparfaitement, faute d'inſtrumens convenables, juſqu'au 20 du même mois. L'Académie eut connoiſſance de cette apparition le 17 Mars ; mais le mauvais temps ne permit pas de chercher la Comète avant le 26. M. Meſſier l'obſerva les 26, 27, 30 Mars & 3 Avril. Dans cet intervalle de temps, elle ne parcourut qu'environ onze degrés d'un grand cercle. Vu la lenteur de ſon mouvement, le peu de temps qu'il fut poſſible à M. Meſſier de l'obſerver, & l'imperfection des obſervations de M. Montagne, on ne peut donner que comme un *à peu-près* la théorie de l'orbite de cette Comète : c'eſt M. de la Lande qui s'eſt donné la peine de la calculer.

Ibid. p. 345 & ſuiv.

1773.

La Comète de cette année fut obſervée par M. Meſſier, durant plus de ſix mois, depuis le 12 Octobre 1773 juſqu'au 14 Avril 1774. On trouve dans le Recueil des Obſervations de M. Maskeline deux obſervations faites par cet Aſtronome, les 7 & 13 Novembre 1773.

Acad. des Sc. 1774, p. 271 & ſuiv.

J'ai calculé la première orbite de la Table ſur les obſervations de M. Meſſier des 20 Octobre, 26 Novembre 1773 & 19 Janvier 1774 au matin. La ſeconde orbite eſt de

Ibid. p. 327.

M. Lambert, la troisième de M. Schultz[a]. La quatrième a été calculée par M. Lexell; elle est elliptique[b]. J'ai calculé la cinquième, qui est pareillement elliptique, sur les observations faites par M. Messier les 12 Octobre, 30 Décembre 1773 & 13 Avril 1774 : cette orbite, calculée sur les observations les plus distantes, s'accorde beaucoup mieux que la première avec les dernières observations de M. Messier. Le demi-grand axe de cette orbite seroit 173,18673 ; la révolution périodique de deux mille deux cents soixante-dix-neuf ans & plus ; mais cette Comète, durant sa longue apparition, n'a parcouru qu'environ 68 degrés d'anomalie vraie ; M. Lexell en conclut avec raison qu'il n'est pas possible de déterminer la durée de sa révolution périodique, la plus légère erreur dans les observations pouvant en occasionner une très-considérable dans la durée de la révolution.

[a] *Acad. des Sc. 1774, p. 328.*
[b] *Ibid. 1777, p. 357, 358.*

1774.

C'est encore M. Montagne qui découvrit le premier cette Comète, le 11 Août à Limoges. Sur l'avis qu'il en donna à l'Académie, M. Messier la chercha la nuit du 17 au 18 Août, il ne put la découvrir. Il fut plus heureux la nuit suivante, il vit la Comète & l'observa presque toutes les nuits jusqu'au 25 Octobre. Un Président, aussi respectable par ses lumières que par son intégrité, & qui se délasse quelquefois avec Uranie des pénibles fonctions de Thémis, a calculé les premiers & les seconds élémens de la Table ; les premiers d'après les observations de M. Messier des 19 Août, 4 & 20 Septembre, les seconds sur celles des 23 Août, 11 Septembre & 1.er Octobre. Les troisièmes ont été calculés par M. l'Abbé Boscowich. M. Mechain a calculé l'orbite quatre fois consécutives ; les quatre théories diffèrent peu, on peut les voir dans le Mémoire de M. Messier : nous n'insérons dans la Table que la dernière à laquelle il paroît que M. Mechain a voulu finalement s'en tenir.

Ibid. 1775, p. 445 & suiv.

On trouve aussi dans le Mémoire de M. Messier quelques autres observations de la Comète de 1774.

Ibid. p. 472, 473.

1779.

La petite Comète de 1779 a été obſervée à Paris par M. Meſſier, depuis le 18 Janvier (ou 19 matin) juſqu'au 17 Mai, & par M. Mechain, depuis le 30 Janvier juſqu'au même jour 17 Mai. Ces obſervations ſeront ſans doute imprimées dans les Mémoires de l'Académie; on y joindra peut-être les obſervations faites à l'Obſervatoire royal. Le Mémoire de M. Meſſier contient de plus quelques obſervations faites hors de France.

Nous donnons dans la Table trois théories de l'orbite de cette Comète. La première a été calculée ſur les obſervations de M. Meſſier, par le reſpectable Magiſtrat, qui avoit déjà calculé la précédente. La deuxième a été déterminée par M. Mechain, ſur ſes propres obſervations, auxquelles il en a comparé les réſultats. Sur cinquante-deux comparaiſons, la différence entre le calcul & l'obſervation eſt quarante fois au-deſſous d'une minute, onze fois entre une & deux minutes; une ſeule différence de latitude eſt de 2′ 4″; mais cette ſeule obſervation avoit été faite avec un réticule rhomboïde, dont la bonté étoit un peu équivoque. M. Mechain a appliqué ſes élémens aux obſervations de M. Meſſier des 18 Janvier & 11 Mai, & le calcul s'eſt pareillement accordé avec les obſervations. Enfin il a eſſayé cette même théorie ſur une obſervation antérieure à toutes celles de M. Meſſier, mais dont M. Meſſier n'eut connoiſſance que huit jours après qu'il eut découvert lui-même la Comète. Cette obſervation avoit été faite à Berlin le 6 Janvier par M. Bode, qui avoit pris à 7 heures $\frac{3}{4}$ la diſtance de la Comète à deux Étoiles, entre leſquelles elle ſe trouvoit à peu-près directement placée. On ne doit pas être ſurpris qu'une telle obſervation ne ſoit repréſentée par les élémens de M. Mechain qu'à douze minutes près pour la longitude, & à ſix minutes près pour la latitude.

La troiſième orbite a été calculée, ſur les obſervations de M. Meſſier, par M. le Chevalier d'Angos, Correſpondant de l'Académie, qui conſacre à l'Aſtronomie les momens

dont le ſervice militaire lui permet de diſpoſer. M. d'Angos a calculé ſur ſes élémens les ſoixante-trois obſervations de M. Meſſier, ce qui produit cent vingt-ſix comparaiſons, ſoixante-trois de longitudes & autant de latitudes. Le calcul & l'obſervation s'accordent quatre-vingt-treize fois à mieux qu'une minute près; la différence entre l'une & l'autre eſt trente-une fois entre une & deux minutes, elle s'étend une ſeule fois à 2′ 1″ ſur la longitude, & pareillement une ſeule fois à 2′ 4″ ſur la latitude : on ne peut guère eſpérer de trouver des élémens plus précis.

1780. Première Comète.

Le 18 Octobre 1780, vers 7 heures du ſoir, M. Montagne découvrit à Limoges une Comète à l'occident de τ du Serpentaire, dont elle étoit très-voiſine: ſon noyau étoit mal terminé, elle paroiſſoit comme une petite nébuleuſe, un peu alongée vers l'eſt; elle étoit inviſible à la vue ſimple; ce fut avec une lunette achromatique de Ramsden, de dix-huit pouces de foyer, que M. Montagne la découvrit. Le 20 Octobre à 7 heures, la Comète étoit au-deſſous de ν du Serpentaire; M. Montagne, en la comparant à cette Étoile, lui trouva 266^d 40′ d'aſcenſion droite, & 10^d 35′ de déclinaiſon auſtrale. En deux jours elle s'étoit avancée d'environ 2^d 30′ du nord au ſud par une direction preſque perpendiculaire à l'Écliptique & à l'Équateur. Je ne connois aucune autre obſervation de cette Comète.

1780. Deuxième Comète.

M. Meſſier chercha la Comète précédente, dès qu'il fut inſtruit de ſon apparition; ce fut inutilement, ſa déclinaiſon étoit ſans doute devenue trop auſtrale. Mais au défaut de cette Comète, M. Meſſier en découvrit une autre fort petite au-deſſous de β du Lion, le 27 Octobre à 4 heures & demie du matin. Depuis ce même jour juſqu'au 28 Novembre (ou 29 au matin) il l'obſerva quatorze fois; durant cet intervalle, le mouvement apparent de la Comète fut de

21 degrés en longitude & de 22 en latitude. M. Mechain poussa ses observations jusqu'au 4 Décembre matin. Toutes ces observations seront sans doute imprimées dans nos Mémoires. Nous donnons trois théories de l'orbite de cette Comète; les deux premières sont de M. Lexell, qui a confronté les résultats de l'une & de l'autre avec les observations de M. Messier. Sur vingt-huit comparaisons faites de la première théorie, la différence entre le calcul & l'observation est vingt-six fois au-dessous d'une minute, elle est une fois de 1′ 0″, & une autre fois de 1′ 46″. La seconde théorie donne 1′ 24″ pour plus forte différence; mais les différences atteignent ou surpassent cinq fois une minute. On peut remarquer d'ailleurs que les deux plus fortes différences des deux théories tombent dans le même sens sur les mêmes observations, ce qui nous porteroit à attribuer ces différences à l'imperfection des observations plutôt qu'à celle des théories proposées par M. Lexell. La troisième orbite a été calculée par M. Mechain sur ses propres observations; elle les représente toutes à mieux qu'une minute près.

1781. Première Comète.

Cette Comète ou Planète (car il n'est pas encore décidé si elle est l'une ou l'autre) fut découverte en Angleterre par M. Herschel, Astrophile, dit-on, plutôt qu'Astronome, le 17 Mars 1781. Elle a été observée à Greenwich par M. Maskelyne, depuis le 1.er Avril; à Paris par M. Messier, depuis le 16 Avril de la même année, & ensuite par M. Mechain & par plusieurs autres Astronomes. M. Lexell ayant tenté d'expliquer le mouvement apparent de cet astre dans une orbite parabolique ou elliptique, & n'ayant pu y réussir, conjectura que le nouvel astre étoit une Planète; & en effet les observations faites jusqu'alors, se prêtèrent passablement bien à l'hypothèse d'une orbite circulaire, dont le rayon seroit de 18,9283, la distance moyenne de la Terre au Soleil étant toujours prise pour l'unité: la révolution de la Planète seroit alors de 82,350718 ans. Nous avons pareillement trouvé que

que dans la ſuppoſition d'un mouvement circulaire, la diſtance de la Planète au Soleil ſeroit preſque dix-neuf fois plus grande que celle du Soleil à la Terre, & que la révolution périodique excéderoit quatre-vingt-deux ans. Ce réſultat a été pareillement confirmé par les calculs de M. de la Lande ; ſuivant cet Aſtronome, le rayon de l'orbite eſt 18,931 ; le temps de la révolution excède quatre-vingt-deux ans, le lieu du nœud aſcendant eſt environ en 2^{s} 13^{d}; il y avoit environ quatre ans que la Planète y avoit paſſé ; enfin l'inclinaiſon de ſon orbite à l'Écliptique eſt de 0^{d} $46'$, & le mouvement eſt direct, ainſi que celui des autres Planètes. Le lieu du nœud ſeroit ſelon M. Lexell en 2^{s} 12^{d} $26'$, l'inclinaiſon de 0^{d} $45'$ $28''$.

On demandera peut-être comment ce nouvel Aſtre, s'il eſt une vraie Planète, a pu échapper ſi long-temps aux obſervations des Aſtronomes? On peut répondre qu'il eſt fort petit, preſque inviſible à la ſimple vue, & que ſon mouvement apparent eſt très-lent, nul même en quelques circonſtances; il ne traîne pas de queue après lui, il n'eſt point environné d'une atmoſphère aſſez ſenſible pour le faire reconnoître. Des Aſtronomes l'auront ſans doute rencontré quelquefois dans le champ de leur lunette; mais ils l'auront pris pour une Étoile téleſcopique, & s'ils l'ont obſervé pluſieurs jours de ſuite, ſon immobilité apparente les aura confirmés dans leur première opinion.

Au reſte comme nous l'avons déjà dit, il n'eſt pas irrévocablement décidé que cet Aſtre ſoit une Planète : pluſieurs le regardent comme une Comète, & ont même eſſayé d'ébaucher la théorie de l'orbite qu'elle décrit. M. l'Abbé Boſcowich en a donné une théorie complète, c'eſt la première de la Table générale. La ſeconde eſt dûe à M. de la Place ; il l'a fondée ſur une théorie neuve & très-ingénieuſe, dont nous parlerons dans la quatrième partie de cet ouvrage : ce ſavant Géomètre travaille actuellement à perfectionner cette méthode, & par conſéquent la théorie même de l'orbite de la Comète, celle que nous donnons d'après lui ne devant paſſer que pour une ébauche. Il n'a pas cru que les obſervations faites

jusqu'à présent fussent suffisantes pour calculer le lieu du nœud & l'inclinaison de l'orbite de la Comète.

Nous rapportons cette Comète à l'an 1781, parce qu'elle a commencé à être observée en 1781; elle ne sera cependant périhélie qu'en 1790; mais notre Table générale ne peut s'étendre jusqu'à cette année.

1781. Deuxième Comète.

M. Mechain découvrit cette petite Comète le 28 Juin 1781, vers onze heures du soir dans la tête de la grande Ourse; il l'observa pour la dernière fois le 15 Juillet entre θ & δ du Lion. Elle fut toujours invisible à la vue simple; le diamètre de sa chevelure n'excéda pas trois ou quatre minutes. Son mouvement vers le sud étoit très-rapide. M. Mechain observa douze fois cette Comète; il en a calculé l'orbite; les élémens qu'il a déterminés paroissent très-exacts; la différence entre le calcul & la théorie excède rarement une minute, jamais une minute & demie.

1781. Troisième Comète.

Ce fut encore M. Mechain qui découvrit cette Comète, le 9 Octobre vers quatre heures du matin, près de δ de l'Écrevisse. Son cours, très-lent d'abord, s'est ensuite accéléré; elle traversa l'Écrevisse, la grande & la petite Ourse, le Dragon, l'aîle & le cou du Cygne, le Renard, la Flèche; elle passa entre l'Aigle & le Dauphin; elle fut observée pour la dernière fois le 25 Décembre, sous la main d'Antinoüs. Le 9 Novembre à 6 heures & demie du soir, sa distance au Pôle de l'Écliptique n'étoit que de quarante-deux minutes, & sa distance à la Terre de 0,2527: elle étoit alors visible à la vue simple; sa chevelure avoit quatre à cinq minutes de diamètre, sa queue trois à quatre degrés de longueur. Les élémens de son orbite, calculés par M. Mechain, représentent bien toutes les observations que la mauvaise saison lui a permis de faire.

TABLE générale des Comètes dont l'orbite a été calculée.

Dans la première colonne on a numéroté les Comètes en chiffres Romains. Les chiffres Arabes qui interrompent quelquefois cet ordre, dénotent que la Comète qui en est affectée, est la même qu'une autre Comète qui a précédé & qui est cotée du chiffre Romain, correspondant à ce chiffre Arabe. Par exemple, le chiffre 7 qui est vis-à-vis des Comètes de 1531, 1607, &c. désigne que ces Comètes sont censées n'être qu'une seule & même Comète avec celle de 1456, qui est affectée du chiffre Romain VII.

La seconde colonne est celle de la date des Comètes, & nous avons pris pour cette date l'année où chaque Comète a passé par son périhélie, quoique quelques-unes n'aient pas été observées en cette même année: ainsi les deux dernières Comètes de 1759 n'ont paru qu'en 1760; celle de 1747 au contraire avoit disparu avant la fin de 1746.

Les colonnes suivantes contiennent les élémens de l'orbite des Comètes; savoir: 1.° le lieu ou la longitude de leur nœud ascendant; 2.° l'inclinaison du plan de leur orbite au plan de l'Écliptique; 3.° la longitude de leur périhélie, comptée sur l'orbite de la Comète. Pour avoir cette longitude sur l'écliptique, il suffit de dire: le sinus total est au cosinus de l'inclinaison de l'orbite, comme la tangente de la distance du nœud au périhélie sur l'orbite, est à la tangente de la même distance sur l'Écliptique: cette distance sur l'Écliptique est toujours dans le même sens & de la même espèce que la distance sur l'orbite de la Comète. Le quatrième élément est la distance périhélie de la Comète ou sa plus courte distance au Soleil; nous ne donnons pas cette distance même, mais son logarithme, le seul presque dont on fasse usage. Nous prenons toujours pour unité la moyenne distance du Soleil à la Terre. On trouve 5.° le temps du passage de la Comète par son périhélie, toujours réduit, autant qu'il nous a été possible, au temps moyen, méridien de l'Observatoire de Paris. Nous marquons 6.° le sens du mouvement de la Comète autour du Soleil; la lettre D indique que son mouvement est direct, ou selon l'ordre des signes; la lettre R marque qu'il est rétrograde, ou contre l'ordre des signes du Zodiaque; le signe : : marqué plusieurs fois après les lettres D & R, signifie que les élémens de la Comète ne sont calculés qu'à peu-près, soit à cause de l'imperfection des observations, soit à cause du peu de temps que la Comète a paru, & de la lenteur de son mouvement apparent.

Enfin, dans la dernière colonne on a marqué les noms de ceux qui ont calculé chaque orbite.

ORDRE.	Année du Passage.	LONGITUDE du NŒUD ascendant. S. D. M. S.	INCLINAIS. de L'ORBITE. D. M. S.	LIEU du PÉRIHÉLIE. S. D. M. S.
I.	837	6.26.33. 0	10 à 12^d	9.19. 3. 0
II.	1231	0.13.30. 0	6. 5. 0	4.14.48. 0
III.	1264	5.19. 0. 0	36.30. 0	9.21. 0. 0
		5.28.45. 0	30.25. 0	9. 5.45. 0
IV.	1299	3.17. 8. 0	68.57. 0	0. 3.20. 0
V.	1301	0.15. *environ.*	70. *environ.*	9. *environ.*
VI.	1337	2.24.21. 0	32.11. 0	1. 7.59. 0
		2. 6.22. 0	32.11. 0	0.20. 0. 0
VII.	1456	1.18.30. 0	17.56. 0	10. 1. 0. 0
VIII.	1472	9.11.46.20	5.20. 0	1.15.33.30
7.	1531	1.19.25. 0	17.56. 0	10. 1.39. 0
IX.	1532	2.20.27. 0	32.36. 0	3.21. 7. 0
X.	1533	4. 5.44. 0	35.49. 0	4.27.16. 0
3.	1556	5.25.42. 0	32. 6.30	9. 8.50. 0
XI.	1577	0.25.52. 0	74.32.45	4. 9.22. 0
XII.	1580	0.18.57.20	64.40. 0	3.19. 5.50
		0.19. 7.37	64.51.50	3.19.11.55
XIII.	1582	7.21. 7.20	61.27.50	8. 5.23.10
		7. 4.42.35	59.29. 5	9.11.26.45
XIV.	1585	1. 7.42.30	6. 4. 0	0. 8.51. 0
XV.	1590	5.15.30.40	29.40.40	7. 6.54.30
XVI.	1593	5.14.15. 0	87.58. 0	5.26.19. 0
XVII.	1596	10.12.12.30	55.12. 0	7.18.16. 0
		10.15.36.50	52. 9.45	7.28.30.50
7.	1607	1.20.21. 0	17. 2. 0	10. 2.16. 0
XVIII.	1618	9.23.25. 0	21.28. 0	10.18.20. 0
XIX.	1618	2.16. 1. 0	37.34. 0	0. 2.14. 0
XX.	1652	2.28.10. 0	79.28. 0	0.28.18.40
9.	1661	2.22.30.30	32.35.50	3.25.58.40
XXI.	1664	2.21.13.55	21.18.40	4.10.41.25
XXII.	1665	7.18. 2. 0	76. 5. 0	2.11.54.30
XXIII.	1672	9.27.30.30	83.22.10	1.16.59.30
XXIV.	1677	7.26.49.10	79. 3.15	4.17.37. 5
XXV.	1678	5.11.40. 0	3. 4.20	10.27.46. 0
XXVI.	1680	9. 2. 2. 0	60.56. 0	8.22.39.30
		9. 2. 2. 0	61. 6.48	8.22.44.25
		9. 2.59. 9	58.39.50	8.23.26.48

LOGARITH. de la DISTANCE périhélie.	TEMPS du PASSAGE AU PÉRIHÉLIE. Jours.	H. M. S.	MOUVEMENT.	NOMS de ceux qui ont calculé L'ORBITE.
9,763428	1.er Mars....	... .	R ::	Pingré.
9,976698	30 Janvier. .	7. 22. 0	D ::	Pingré.
9,648360	6 Juillet...	8. 0. 0	D ::	Dunthorn.
9,613640	17 Juillet...	6. 10. 0	D ::	Pingré.
9,502330	31 Mars....	7. 38. 0	R ::	Pingré.
9,66 *environ*	22 Octobre..	*environ.*	R ::	Pingré.
9,609236	2 Juin....	6. 35. 0	R ::	Halley.
9,809240	1.er Juin....	0. 40. 0	R ::	Pingré.
9,767540	8 Juin....	22. 10. 0	R ::	Pingré.
9,734584	28 Février. .	22. 33. 0	R ::	Halley.
9,753583	24 Août...	21. 28. 0	R ::	Halley.
9,706803	19 Octobre.	22. 22. 0	D ::	Halley.
9,307068	16 Juin....	19. 40. 0	R ::	Douwes.
9,666424	21 Avril...	20. 13. 0	D ::	Halley.
9,263447	26 Octobre.	18. 55. 0	R.	Halley.
9,775450	28 Novemb.	15. 10. 0	D ::	Halley.
9,774903	28 Novemb.	13. 54. 0	D.	Pingré.
9,353522	6 Mai....	16. 9. 0	R ::	Pingré.
8,602754	7 Mai....	8. 30. 0	R ::	Pingré.
	Nouveau	*Style.*		
0,038850	7 Octobre.	19. 30. 0	D.	Halley.
9,760882	8 Février..	3. 55. 0	R.	Halley.
8,949926	18 Juillet..	13. 48. 0	D ::	La Caille.
9,710058	10 Août...	20. 5. 0	R ::	Halley.
9,739908	8 Août...	15. 43. 0	R.	Pingré.
9,768490	16 Octobre.	4. 0. 0	R.	Halley.
9,710100	17 Août....	3. 12. 0	D ::	Pingré.
9,579498	8 Novemb.	12. 33. 0	D.	Halley.
9,928140	12 Novemb.	15. 50. 0	D.	Halley.
9,651772	26 Janvier..	23. 51. 0	D.	Halley.
0,011044	4 Décemb..	12. 2. 0	R.	Halley.
9,027309	24 Avril...	5. 25. 10	R.	Halley.
9,848476	1.er Mars...	8. 47. 0	D.	Halley.
9,448027	6 Mai....	0. 47. 10	R.	Halley.
0,092724	26 Août...	14. 13. 0	D ::	Douwes.
7,787106	18 Décemb.	0. 15. 0	D.	Halley.
7,790285	17 Décemb.	23. 19. 0	.....	Halley.
7,817202	17 Décemb.	20. 48. 0	.....	Euler.

ORDRE.	Année du Passage.	LONGITUDE du NŒUD ascendant.	INCLINAIS. de L'ORBITE.	LIEU du PÉRIHÉLIE.
		S. D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.
		9. 1.53. 0	61. 20. 20	8.23.43. 0
		9. 1.57.13	61. 22. 55	8.22.40.10
7.	1682	1.21.16.30	17. 56. 0	10. 2.52.45
		1.20.48. 0	17. 42. 0	10. 1.36. 0
XXVII.	1683	5.23.23. 0	83. 11. 0	2.25.29.30
XXVIII.	1684	8.28.15. 0	65. 48. 40	7.28.52. 0
XXIX.	1686	11.20.34.40	31. 21. 40	2.17. 0.30
XXX.	1689	10.23.45.20	69. 17. 0	8.23.44.45
XXXI.	1698	8.27.44.15	11. 46. 0	9. 0.51.15
XXXII.	1699	10.21.45.35	69. 20. 0	7. 2.31. 6
XXXIII.	1702	6. 9.25.15	4. 30. 0	4.18.41. 3
XXXIV.	1706	0.13.11.40	55. 14. 10	2.12.29.10
		0.13.11.23	55. 14. 5	2.12.36.25
XXXV.	1707	1.22. 8. 0	88. 50. 0	2.17. 4. 0
		1.22.46.35	88. 36. 0	2.19.54.56
		1.22.50.29	88. 37. 40	2.19.58. 9
XXXVI.	1718	4. 8.43. 0	30. 20. 0	4. 1.30. 0
		4. 7.55.20	31. 12. 53	4. 1.26.36
XXXVII.	1723	0.14.16. 0	49. 59. 0	1.12.52.20
XXXVIII.	1729	10.10.35.15	77. 1. 58	10.22.16.53
		10.10.32.37	76. 58. 4	10.22.40. 0
		10.10.16.46	76. 52. 45	10.27.21.38
		10.10.51.43	77. 18. 54	10.16.26.48
		10.10.32.55	77. 1. 0	10.22.37. 3
XXXIX.	1737	7.16.22. 0	18. 20. 45	10.25.55. 0
XL.	1739	6.27.18. 0	55. 53. 0	3.12.34. 0
		6.27.25.14	55. 42. 44	3.12.38.40
XLI.	1742	6. 5.34.45	67. 4. 11	7. 7.33.14
		6. 5.32.57½	... .	7. 7.32. 7½
		6. 5.38.29	66. 59. 14	7. 7.35.13
		6. 5.42.41	66. 52. 4	7. 7.39.10
		6.16. 8.55	56. 35. 7	7.16.41.50
		6. 9.32. 7	61. 43. 44	7.10.49.23
		6. 5.47.22	68. 14. 0	7. 7.33.28
		6. 5.29.28	67. 11. 9	7. 7.26.23
		6. 5.41.32	66. 51. 0	7. 7.37.50
XLII.	1743	2. 8.10.48	2. 15. 50	3. 2.58. 4
		2. 8.21.15	2. 19. 33	3. 2.41.45

LOGARITH. de la DISTANCE périhélie.	TEMPS du PASSAGE AU PÉRIHÉLIE. Jours.	H. M. S.	MOUVEMENT.	NOMS de ceux qui ont calculé L'ORBITE.
7,7723	18 Décemb..	0. 4. 0	.....	Newton.
7,780295	18 Décemb..	0. 10. 22	.....	Pingré.
9,765877	14 Septemb .	7. 49. 0	R.	Halley.
9,765296	14 Septemb .	21. 31. 0	.....	Halley.
9,748347	13 Juillet. . .	2. 59. 0	R.	Halley.
9,982339	8 Juin. . . .	10. 26. 0	D.	Halley.
9,511883	16 Septemb..	14. 43. 0	D.	Halley.
8,227604	1.er Décemb..	15. 5. 0	R : :	Pingré.
9,839660	18 Octobre.	17. 7. 0	R : :	Halley.
9,877573	13 Janvier. .	8. 32. 0	R.	La Caille.
9,810165	13 Mars. . .	14. 22. 0	D : :	La Caille.
9,629216	30 Janvier. .	4. 32. 0	D.	La Caille.
9,630290	30 Janvier. .	5. 6. 0	.....	Struyck.
9,936262	....	... .	D.	Houttuyn.
9,934367	11 Décemb..	23. 39. 0	.....	La Caille.
9,934013	11 Décemb..	23. 52. 47	.....	Struyck.
0,011380	14 Janvier. .	23. 48. 0	R.	La Caille.
0,010999	15 Janvier. .	1. 24. 36	.....	Douwes.
9,999413	27 Septemb..	16. 20. 0	R.	Bradley.
0,609573	23 Juin. . .	6. 45. 22	D.	Douwes.
0,629552	25 Juin. . . .	11. 16. 0	.....	La Caille.
0,620060	22 Juin. . . .	23. 54. 20	.....	Maraldi.
0,596517	22 Mai. . . .	10. 52. 14	.....	Kies.
0,610835	25 Juin. . . .	9. 21. 0	.....	De l'Isle.
9,347964	30 Janvier. .	8. 30. 0	D.	Bradley.
9,827111	17 Juin. . . .	11. 7. 0	R.	Zanotti.
9,828389	17 Juin. . . .	10. 9. 0	.....	La Caille.
9,883976	8 Février. .	4. 30. 30	R.	Struyck.
9,883945	8 Février. .	4. 18. 0	.....	Le Monnier.
9,884050	8 Février. . .	4. 48. 0	.....	La Caille.
9,883832	8 Février. . .	7. 40. 0	.....	Zanotti.
9,867858	1.er Février. . .	22. 2. 0	.....	Euler.
9,876276	7 Février. . .	4. 24. 0	.....	Euler.
9,885870	7 Février. . .	22. 0. 0	.....	Wrigt.
9,884342	8 Février. . .	5. 28. 0	.....	Klinkenberg.
9,883917	8 Février. . .	7. 22. 0	.....	Houttuyn.
9,923303	10 Janvier. . .	21. 24. 57	D : :	Struyck.
9,921692	10 Janvier. . .	20. 35. 0	: :	La Caille.

ORDRE.	Année du Passage.	LONGITUDE du NŒUD ascendant.	INCLINAIS. de L'ORBITE.	LIEU du PÉRIHÉLIE.
		S. D. M. S.	*D. M. S.*	*S. D. M. S.*
XLIII.	1743	0. 5.16.25	45.48.21	8. 6.33.52
XLIV.	1744	1.15.45.20	47. 8.36	6.17.12.55
		1.15.46.51	47. 3.35	6.17. 5.49
		1.15.46.11	47. 5.18	6.17.10. 0
		1.15.51. 0	47.18. 0	6.17.17.30
		1.16. 5.24	47.49.53	6.17.19.26
		1.15.46. 6	47.10.53	6.17.11.58
		1.15.47.53	47. 8.29	6.17.13. 4
		1.15,49.27	47.17.38	6.17.14.36
		1.15.49.30	47.14.10	6.17.16.16
XLV.	1747	4.26.58.27	77.56.55	9.10. 5.41
		4.27.18.42	79. 6.45	9. 7. 2. 5
		4.27.18.50	79. 6.20	9. 7. 2. 0
XLVI.	1748	7.22.52.16	85.26.57	7. 5. 0.50
		7.22.45.46	85.35.17	7. 4.38.40
		7.22.51.50	85.28.23	7. 5.23.29
XLVII.	1748	1. 4.39.43	56.59. 3	9. 6. 9.24
XLVIII.	1757	7. 4.12.50	12.50.20	4. 2.58. 0
		7. 4. 5.50	12.39. 6	4. 2.39. 0
		7, 4. 4. 0	12.48. 0	4. 2.49. 0
		7. 4. 7.11	12.41.17	4. 2.36.29
XLIX.	1758	7.20.50. 0	68.19. 0	8.27.38. 0
7.	1759	1.23.48. 0	17.38. 0	10. 3.14. 0
		1.23.45.35	17.40.14	10. 3. 8.10
		1.23.49.21	17.35.20	10. 3.16.20
		1.23.49. 0	17.38. 0	10. 3.15.30
		1.23.49. 0	17.39. 0	10. 3.16. 0
		1.23.45.35½	17.40. 5	10. 3.19.18
		1.24. 7.20½	17.28.55	10. 1. 0.24
		1.23.44.55	17.41.20	10. 3.23. 0
L.	1759	4.19.39.41	79. 6.38	1.23.34.19
		4.19.39.24	78.59.22	1.23.24.20
		4.19.40.15	79. 3.19	1.23.38. 4
LI.	1759	2.19.50.45	4.51.32	4.18.24.35
		2.19.20.24	4,42.10	4.19. 3.52
LII.	1762	11.18.55.31	85.22.21	3.15.22.23
		11.19.20. 0	84.45. 0	3.15.15. 0
		11.18.57.44	85.12.20	3.14.24. 0

LOGARITH.

LOGARITH. de la DISTANCE périhélie.	TEMPS du PASSAGE AU PÉRIHÉLIE. Jours.	H. M. S.	MOUVEMENT.	NOMS de ceux qui ont calculé L'ORBITE.
9,717310	20 Septemb.	21. 26. 0	R : :	Klinkenberg,
9,346470	1.er Mars. . .	8. 26. 20	D.	Bets. Bliſs.
9,348733	1.er Mars. . .	8. 6. 0	. . . . .	Maraldi.
9,347330	1.er Mars. . .	8. 13. 0	. . . . .	La Caille.
9,345491	1.er Mars. . .	8. 8. 0	. . . . .	Zanotti.
9,346196	1.er Mars. . .	9. 8. 0	. . . . .	Chéſeaux.
9,346783	1.er Mars. . .	8. 2. 0	. . . . .	Euler.
9,346801	1.er Mars. . .	8. 3. 3	. . . . .	Pingré.
9,346353	1.er Mars. . .	7. 51. 30	. . . . .	Klinkenberg.
9,345875	1.er Mars. . .	9. 6. 40	. . . . .	Hiorter.
0,360573	28 Février. .	11. 54. 19	R.	Chéſeaux.
0,342144	3 Mars. . .	10. 7. 40	. . . . .	Maraldi.
0,342146	3 Mars. . .	7. 20. 0	. . . . .	La Caille.
9,924620	28 Avril. . .	19. 34. 45	R.	Maraldi.
9,925054	29 Avril. . .	0. 34. 24	. . . . .	Le Monnier.
9,924486	28 Avril. . .	18. 53. 30	. . . . .	La Caille.
9,816407	18 Juin. . .	1. 33. 0	D : :	Struyck.
9,528328	21 Octobre.	8. 4. 0	D.	Bradley.
9,530288	21 Octobre.	9. 42. 0	. . . . .	La Caille.
9,528875	21 Octobre.	9. 56. 0	. . . . .	Pingré.
9,530610	21 Octobre.	9. 23. 0	. . . . .	De Ratte.
9,333148	11 Juin. . . .	3. 27. 0	D.	Pingré.
9,766080	12 Mars. . .	13. 33. 0	R.	Meſſier.
9,767085	12 Mars. . .	13. 59. 24	. . . . .	De la Lande.
9,766115	12 Mars. . .	12. 57. 36	. . . . .	Maraldi.
9,766264	12 Mars. . .	13. 30. 0	. . . . .	La Caille.
9,766039	12 Mars. . .	13. 41. 0	. . . . .	La Caille.
9,765650	12 Mars. . .	13. 7. 35	. . . . .	Klinkenberg.
9,776029	13 Mars. . .	10. 11. 31½	. . . . .	Klinkenberg.
9,765176	12 Mars. . .	13. 22. 0	. . . . .	Bailly.
9,903844	27 Novemb.	0. 11. 57	D.	Pingré.
9,902280	27 Novemb.	2. 28. 20	. . . . .	La Caille.
9,904218	27 Novemb.	0. 43. 19	. . . . .	Chappe.
9,984972	16 Décemb.	21. 13. 0	R.	La Caille.
9,983064	16 Décemb.	12. 58. 12	. . . . .	Chappe.
0,006103	29 Mai. . . .	0. 27. 48	D.	Maraldi.
0,005389	28 Mai. . . .	15. 27. 0	. . . . .	De la Lande.
0,004600	29 Mai. . . .	1. 57. 0	. . . . .	Bailly.

ORDRE.	Année du Passage.	LONGITUDE du NŒUD ascendant. S, D. M. S.	INCLINAIS. de L'ORBITE. D. M. S.	LIEU du PÉRIHÉLIE. S. D. M. S.
		11.,18.35.24	85. 40. 10	3.13.42.38
		11.19. 2.22	85. 3. 2	3.14.29.46
LIII.	1763	11.26.23.26	72. 40. 40	2.24.51.54
LIV.	1764	4. 0. 4.33	52. 53. 31	0.15.14.52
LV.	1766	8. 4.10.50	40. 50. 20	4.23.15.25
LVI.	1766	2.14.22.50	11. 8. 4	8. 2.17.53
LVII.	1769	5.25. 0.43	40. 37. 33	4.24. 5.54
		5.25. 2.25	40. 42. 38	4.24.14.22
		5.25. 3.18	40. 46. 32	4.24.11. 8
		5.25. 6.33	40. 48. 49	4.24.11. 7
		5.25. 3.27	40. 41. 13	4.24. 9.24
		5.25.11.13	41. 1. 6	4.24.32.54
		5.19.41.11	29. 40. 49	4.13.15.16
		5.25. 4.47	40. 40. 48	4.24. 7. 0
		5.24.42. 0	41. 28. 0	4.25.46. 0
		5.25.13.40	40. 42. 30	4.24.22. 0
		5.25. 3. 0	40. 50. 0	4.24.16. 0
		5.25. 4.41	40. 49. 33	4.24.10.51
		5.25. 6. 4	40. 46. 42	4.24.15.53
LVIII.	1770	4.16.39. 5	1. 44. 29	11.26. 7.16
		4.13.38.44	1. 40. 48	11.25. 4.36
		4.15.28.43	1. 46. 31	11.26. 6.40
		4.15. 3.42	1. 44. 35	11.22.51.22
		4.14.30. 0	1. 23. 0	0. 7.13.46
		4.12.56. 0	1. 46. 0	11.29.45. 0
		4.12. 0. 0	1. 33. 40	11.26.16.26
		4.12.17. 3	1. 34. 30	11.26.26.13
		4.16.14. 0	1. 45. 20	11.26.12.50
		4.12. 0. 0	1. 55. 0	11.25.57. 0
		4.14.21.45	1. 49. 5	11.26.19.28
LIX.	1770	3.18.42.10	31. 25. 55	6.28.22.44
LX.	1771	0.27.51. 0	11. 15. 29	3.13.28.13
		0.27.49.37½	11. 16. 44	3.13.48.21
LXI.	1772	8.12.43. 5	18. 59. 40	3.18. 6.22
LXII.	1773	4. 1.15.37	61. 25. 21	2.15.35.43
		4. 3.15. 0	62. 33. 0	2.21.40. 0
		4. 3.35. 0	62. 36. 0	2.20.43. 0
		4. 1.12.11	61. 20. 57	2.15.15.50

LOGARITH. de la DISTANCE périhélie.	TEMPS du PASSAGE AU PÉRIHÉLIE. Jours.	H. M. S.	MOUVEMENT.	NOMS de ceux qui ont calculé L'ORBITE.
0,002969	28 Mai....	2. 1. 55	.....	Klinkenberg.
0,004259	28 Mai....	7. 0. 49	.....	Struyck.
9,697895	1.er Novemb.	19. 52. 58	D.	Pingré.
9,744462	12 Février. .	13. 51. 36	R.	Pingré.
9,703570	17 Février. .	8. 50. 0	R : :	Pingré.
9,522112	22 Avril...	20. 55. 40	D.	Pingré.
9,092580	7 Octobre.	12. 30. 0	D.	De la Lande.
9,089434½	7 Octobre.	12. 26. 17	.....	Wallot.
9,088420	7 Octobre.	13. 13. 8	.....	Cassini, *fils.*
9,088915	7 Octobre.	13. 58. 40	.....	Prosperin.
9,089516½	7 Octobre.	13. 58. 23	.....	Audiffrédi.
9,082785	7 Octobre.	12. 13. 25	.....	Slop.
9,200850	16 Octobre.	10. 21. 23	.....	Zanotti.
9,090187	7 Octobre.	14. 0. 8	.....	Asclépi.
9,065953	7 Octobre.	11. 17. 0	.....	Lambert.
9,089198	7 Octobre.	17. 46. 0	.....	Widder.
9,088632	7 Octobre.	15. 6. 0	.....	Euler.
9,088809	7 Octobre.	15. 37. 37	.....	Lexell.
9,089002	7 Octobre.	15. 51. 23	.....	Pingré.
9,799056	9 Août...	0. 19. 17	D.	Pingré.
9,818222	10 Août...	21. 45. 24	.....	Pingré.
9,799030	9 Août...	0. 3. 46	.....	Prosperin.
9,809263	8 Août...	9. 9. 16	.....	Prosperin.
9,855622	25 Août ..	2. 8. 53	.....	Prosperin.
9,812552	12 Août...	20. 50. 0	.....	Widder.
9,828906	13 Août...	13. 5. 0	.....	Lexell.
9,830520	14 Août...	0. 13. 24	.....	Pingré.
9,798457	9 Août...	0. 32. 48	.....	Slop.
9,800029	9 Août...	3. 38. 0	.....	Lambert.
9,797666	8 Août...	19. 26. 0	.....	Rittenhouse.
9,722833	22 Nov....	5. 48. 0	R.	Pingré.
9,957013	18 Avril...	22. 14. 27	D.	Pingré.
9,955148	19 Avril...	0. 39. 36	.....	Prosperin.
0,007807	18 Février.	20. 50. 35	D : :	La Lande.
0,054576	5 Septemb.	11. 18. 45	D.	Pingré.
9,092721	2 Septemb.	12. 0. 0	.....	Lambert.
0,084755	2 Septemb.	19. 0. 0	.....	Schultz.
0,053115	5 Septemb.	5. 55. 0	.....	Lexell.

ORDRE.	Année du Passage.	LONGITUDE du NŒUD ascendant. S. D. M. S.	INCLINAIS. de L'ORBITE. D. M. S.	LIEU du PÉRIHÉLIE. S. D. M. S.
		4. 1. 4. 49	61. 13. 19	2. 14. 57. 41
LXIII.	1774	6. 0. 57. 26	82. 47. 40	10. 16. 27. 57
		6. 0. 50. 13	82. 48. 38	10. 16. 48. 24
		6. 1. 22. 0	82. 21. 0	10. 17. 26. 0
		6. 0. 49. 48	83. 0. 25	10. 17. 22. 4
LXIV.	1779	0. 25. 3. 1	32. 26. 14	2. 27. 14. 0
		0. 25. 5. 51	32. 24. 0	2. 27. 13. 11
		0. 25. 3. 57	32. 25. 30	2. 27. 13. 40
LXV.	1780	4. 4. 0. 0	53. 56. 28	8. 6. 30. 14
		4. 4. 30. 0	53. 15. 20	8. 6. 19. 21
		4. 4. 9. 19	53. 48. 15	8. 6. 21. 18
0.	1781	2. 25. 13. 0	5. 16. 0	5. 22. 17. 0
				5. 28. 12. 30
LXVI.	1781	2. 23. 0. 38	81. 43. 26	7. 29. 11. 25
LXVII.	1781	2. 17. 22. 52	27. 13. 8	0. 16. 3. 28



LOGARITH. de la DISTANCE périhélie.	TEMPS du PASSAGE AU PÉRIHÉLIE. Jours.	H. M. S.	MOUVEMENT.	NOMS de ceux qui ont calculé L'ORBITE.
0,051272	5 Septemb.	9. 12. 1	.....	Pingré.
0,153900	14 Août...	4. 20. 0	D.	De Saron.
0,153900	14 Août...	17. 56. 0	.....	De Saron.
0,154121	15 Août...	5. 17. 0	.....	Boſcowich.
0,154906	15 Août...	10. 55. 35	.....	Mechain.
9,853222	4 Janvier..	2. 30. 0	D.	De Saron.
9,853167	4 Janvier..	2. 12. 0	.....	Mechain.
9,853203	4 Janvier..	2. 24. 30	.....	D'Angos.
8,990371	30 Septemb.	20. 16. 22	R.	Lexell.
9,002026	30 Septemb.	16. 8. 24	.....	Lexell.
8,996755	30 Septemb.	18. 12. 50	.....	Mechain.
1,011807	13 Mars 1790	... .	D.	Boſcowich.
0,974990	27 Janv. 1790	6. 19. 0	.....	La Place.
9,889784	7 Juillet..	4. 41. 20	D.	Mechain.
9,982729	29 Novemb.	12. 41. 46	R.	Mechain.



TROISIÈME PARTIE.

Diverſes Queſtions ſur les Comètes.

ON peut réduire ces queſtions à cinq chefs principaux. Quelle eſt la nature, quelles ſont les propriétés des Comètes? Quelle eſt la qualité de leur trajectoire? Quelles ſont les Comètes dont on connoît le retour périodique? Quels effets les Comètes peuvent-elles produire? Enfin, quelle eſt la nature de leur atmoſphère?

CHAPITRE PREMIER.

De la nature & des propriétés des Comètes.

Nature des Comètes.

LES Comètes ſont des corps céleſtes auſſi anciens que le monde, aſſujettis dans leurs mouvemens aux mêmes loix que les Planètes; elles ſont donc de vraies Planètes. C'eſt une vérité qu'on a dû aſſez naturellement conclure de tout ce que nous avons dit dans la première Partie de cet ouvrage; il n'eſt aucun Aſtronome, aucun Phyſicien éclairé qui n'en convienne maintenant; cinq retours conſécutifs de la Comète d'Halley portent cette vérité à un degré d'évidence à laquelle il n'eſt pas poſſible de ſe refuſer.

De cette définition il ſuit que ce n'eſt qu'abuſivement que quelques Écrivains ont donné le nom de *Comètes* à quelques météores ſublunaires & de peu de durée. Ces météores n'ont aucun cours réglé; on tenteroit vainement d'expliquer leurs mouvemens par quelque cauſe phyſique: les vraies Comètes au contraire règlent les leurs ſur les deux célèbres loix de Képler.

Quelques Auteurs ſont tombés dans un excès bien plus révoltant: Fortunius Licetus, par exemple, dans ſon Traité

de Cometâ annorum 1652, 1653, cap. VII, met au nombre des Comètes la nuée qui conduisoit les Israëlites dans le désert; comme si une Comète pouvoit briller durant quarante ans consécutifs. La nuée qui enveloppa les Apôtres, le jour de la Transfiguration de J. C. les Etoiles qui tomberont du Ciel pour annoncer le dernier jugement; les armées qu'on crut voir dans le Ciel avant la persécution d'Antiochus & avant la destruction de Jérusalem; tous ces phénomènes sont des Comètes, suivant Licetus. Rapporter de telles rêveries, c'est les réfuter suffisamment.

Nulle différence essentielle entre les Comètes & les Planètes.

Quelques Écrivains, ayant peine à se détacher des préjugés de leur enfance, ont cru trouver entre les Planètes & les Comètes des différences qui ne permettoient pas de les confondre sous une même dénomination. Ils ont eu sans doute raison, si ces différences rouloient sur quelques propriétés essentielles des Planètes. Une Planète est un corps céleste qui se meut autour d'un autre corps placé à un des foyers de son orbite; voilà ce qui constitue essentiellement la Planète; or ces propriétés essentielles conviennent aux Comètes. Du principe de l'attraction universelle des corps célestes, en raison directe de leurs masses, & inverse du quarré de leur distance, il s'ensuit que les Planètes sont agitées par deux forces; par l'une, nommée *centrifuge* ou *tangentielle*, la Planète tend à s'écarter du centre de son mouvement dans la direction d'une ligne tangente à son orbite: par l'autre force, dite *centripète* ou *centrale*, la Planète est sans cesse attirée vers le centre de son mouvement, où est placé le Soleil; & la combinaison de ces deux forces retient la Planète dans l'orbite curviligne qu'elle parcourt. Tout cela est encore commun aux Planètes & aux Comètes. Quelles sont donc les différences entre les unes & les autres? Nous allons les exposer; la saine critique jugera si elles peuvent passer pour essentielles.

Leurs orbites ne diffèrent qu'en

1.° Les orbites des Planètes sont, il est vrai, elliptiques, mais presque circulaires; celles des Comètes sont extrêmement alongées, presque paraboliques, si même il n'en est pas

ce qu'elles sont plus ou moins alongées.

quelques-unes qui soient véritablement paraboliques, ou même hyperboliques. Eh bien ! qu'en peut-on conclure ? La différence n'est que du plus au moins. Il faut distinguer entre les deux forces qui agissent sur une Planète, pour la retenir dans son orbite. La force centrale suit une loi générale, constante, uniforme, toujours relative au quarré de la distance au Soleil; les Comètes y sont assujetties comme les Planètes. Quant à la force tangentielle, on ne connoît encore aucune loi qui détermine son intensité, & probablement il n'y en a pas d'autre que la volonté libre du Créateur; en projetant les Planètes & les Comètes dans l'espace, il leur a imprimé un mouvement de projectile, ou de force tangentielle, tel qu'il l'a jugé à propos. Ce mouvement n'est pas le même pour toutes les Planètes, pourquoi le seroit-il pour les Comètes ? Supposons les Comètes & les Planètes projetées perpendiculairement à leur rayon vecteur, c'est-à-dire à la ligne tirée de la Planète, ou de la Comète au Soleil; dès le premier instant de leur mouvement, chaque Planète & chaque Comète aura été sollicitée par deux forces, l'une centrale, qui l'aura poussée vers le centre, l'autre tangentielle, qui l'aura écartée du centre. Si ces deux forces eussent été égales, c'est-à-dire, si la première eût autant approché la Planète du centre, que la seconde l'en écartoit, l'orbite eût été circulaire; nous ne connoissons aucune Planète, aucune Comète, aucun Satellite qui soit dans ce cas. Si le rapport de la première force à la seconde eût été de 1 à la racine quarrée de 2, ou de 1 à 1,4142 &c. l'orbite eût été parabolique; la Comète ou la Planète se seroit continuellement écartée du Soleil, pour ne jamais s'en approcher. La Planète ou la Comète se seroit pareillement écartée à l'infini du Soleil, mais dans une orbite hyperbolique, si l'action de la première force étant 1, celle de la seconde eût excédé la racine de 2; nous examinerons dans le chapitre suivant si l'orbite des Comètes peut être parabolique ou hyperbolique. Enfin si la première force étant représentée par l'unité, l'action de la seconde excède l'unité, de manière cependant

cependant qu'elle n'atteigne pas à la racine de 2 ou à 1,4142, &c. l'orbite ſera une ellipſe, d'autant plus approchante du cercle, que l'action de la ſeconde force excédera moins l'unité; d'autant plus alongée au contraire, ou d'autant plus approchante de la parabole, que cette action excédera plus l'unité, ou approchera plus de la racine de 2. On conçoit que dans cet intervalle on peut imaginer une infinité d'ellipſes, & que toutes ces ellipſes ne diffèrent entre elles que par le plus ou moins de force tangentielle qui aura été imprimée à chaque Planète à l'inſtant de ſa création. L'excès de cette force ſur la force centrale eſt preſque nul par rapport à Vénus, fort petit dans l'orbite de la Terre, un peu plus grand dans celles de Jupiter & de Saturne, plus grand encore dans celle de Mars, très-ſenſible dans celle de Mercure, & beaucoup plus ſenſible enfin dans celles des Comètes. Donc cette différence n'eſt que du plus au moins; & puiſque la grande différence d'excentricité entre les orbites de Vénus & de Mercure n'empêche pas que Mercure ne ſoit une Planète, auſſi-bien que Vénus, la grande différence d'excentricité entre l'orbite de Mercure & celles des Comètes ne doit pas empêcher que les Comètes ne ſoient des Planètes auſſi-bien que Mercure.

Inclinaiſon à l'écliptique, & direction du mouvement.

On objecte en ſecond lieu que les Planètes ſuivent l'Écliptique ou s'en écartent peu, & que leur mouvement eſt uniformément d'occident en orient: les Comètes au contraire s'écartent de l'Écliptique & ſe meuvent vers toutes les parties du Ciel. Le fait eſt conſtant, & comme les Comètes ne rencontrent aucun obſtacle à leur mouvement, quelle qu'en ſoit la direction, nous en concluons que l'eſpace qu'elles traverſent eſt vide, ou du moins que le fluide qui le remplit eſt incapable d'aucune réſiſtance, d'aucune action ſenſible. Or ſi cela eſt, qui peut empêcher que cet eſpace ne ſoit traverſé dans tous les ſens? On avoit propoſé la même objection dès le temps de Sénèque: ſi la Comète, diſoit-on, étoit une Étoile errante, elle ſeroit dans le Zodiaque. « Mais, répond ce Philoſophe, qui a poſé ces bornes aux Planètes? Qui oſe « reſſerrer les ouvrages de Dieu dans ces étroites limites? Ces «

» Aſtres que vous croyez être les ſeuls en mouvement, n'ont » pas tous la même orbite, pourquoi n'en exiſteroit-il pas d'autres » qui ſe ſeroient tracé des routes particulières? Y a-t-il donc » quelque endroit du Ciel inacceſſible aux Planètes? Ne paroît-il » pas digne de la grandeur de l'Univers, de le conſidérer » comme diſtingué par un nombre preſque infini d'orbites pla- » nétaires plutôt que de n'en admettre qu'une ſeule, le reſte » de l'étendue languiſſant en quelque ſorte dans une oiſive inutilité *(a)*! »

Lumière des Comètes.

On dit enfin que la lumière des Planètes n'eſt pas la même que celle des Comètes; celle-ci eſt terne, environnée d'une nébuloſité qui ne permet pas ordinairement de bien diſtinguer le corps même de la Comète. La cauſe de cette différence n'eſt autre que l'atmoſphère épaiſſe qui environne la Comète. Cette propriété d'ailleurs n'appartient pas excluſivement aux ſeules Comètes; une ſemblable atmoſphère environne la Terre, & la Terre eſt généralement réputée une véritable Planète.

Autres objections.

On me diſpenſera ſans doute de réfuter en détail quelques autres objections d'Hévélius, qui prétend que le corps ou le noyau de la Comète n'eſt pas exactement rond, que ce noyau ſouffre des accroiſſemens & des décroiſſemens réels & très-ſenſibles; que vers la fin de ſon apparition il ſe diviſe quelquefois en pluſieurs petits noyaux; que la plus grande vîteſſe réelle d'une Comète ne concourt pas avec ſon périhélie; qu'à diſtances égales de ſon périhélie les vîteſſes réelles ne ſont pas les mêmes, &c. Toutes les obſervations faites avec ſoin, depuis plus d'un ſiècle, démentent abſolument ces prétendus phénomènes.

Opacité des Comètes.

Les Planètes ſont des corps opaques, elles ne nous renvoient que la lumière qu'elles reçoivent du Soleil. Il ne faudroit peut-être pas en conclure définitivement que les Comètes ſont pareillement des corps opaques; il n'eſt pas rigoureuſement

---

(a) *Senec. Natur. Quæſt.* lib. VII, cap. XXIV, XXV. *Voyez* ce paſſage plus étendu au Chapitre IV de la première partie.

démontré qu'un corps lumineux ne puiſſe pas circuler autour d'un autre corps. Mais la lumière des Comètes eſt foible & terne, ſon intenſité varie, on y aperçoit des inégalités ſenſibles, des vides même *(b)*. Il ne paroît pas qu'on puiſſe expliquer ces phénomènes autrement qu'en ſuppoſant les Comètes des corps opaques, n'ayant d'autre lumière que celle qu'ils reçoivent du Soleil, & environnés d'une atmoſphère ſemblable à celle de la Terre; il ſe forme dans cette atmoſphère des nuages analogues aux nôtres, ces nuages affoibliſſent, ou même interceptent totalement les rayons du Soleil, & nous privent ſucceſſivement de la vue d'une partie de la Comète. Tout s'explique dans cette hypothèſe, ſimple d'ailleurs & très-vraiſemblable: nous y ſouſcrivons donc volontiers. Nous entrerons ailleurs dans un plus grand détail ſur ce qui concerne l'atmoſphère des Comètes.

Nous conjecturons que les Comètes ont très-peu de denſité, & voici quels ſont nos fondemens. 1.° La Comète de 1680 s'eſt approchée fort près du Soleil, on ne s'eſt aperçu d'aucun dérangement dans le ſyſtème ſolaire. 2.° La Comète de 1454 a encore paſſé bien plus près de la Terre & de la Lune, puiſqu'elle a paſſé entre l'une & l'autre; il ne paroît pas cependant qu'elle ait perturbé ſenſiblement l'orbite de ces deux Planètes. 3.° La première Comète de 1770 a parcouru autour du Soleil une partie d'une orbite elliptique, telle que la révolution entière auroit dû s'achever en cinq ans & demi; mais comment une Comète, dont la révolution totale ſeroit bornée à cinq ans & demi, auroit-elle été obſervée pour la première fois en 1770 ? Ce qu'on a dit de mieux à ce ſujet, c'eſt que la Comète ayant été aſſez long-temps voiſine de Jupiter en 1767, & beaucoup plus voiſine encore en 1779, elle aura éprouvé des perturbations extrêmement ſenſibles. Mais comment Jupiter & ſes Satellites n'auront-ils pas participé à ces perturbations, ſi ce n'eſt parce que la

Denſité.

(b) *Voyez* ſur-tout les Mémoires de l'Académie des Sciences, *année 1744, pages 303 & 304.*

quantité de matière de la Comète est extrêmement petite relativement à celle de ces Planètes? Nous reviendrons sur cette matière au Chapitre IV.

Masse. *Struyck, 1740, p. 5.*

Struyck pensoit que la tête ou le noyau des Comètes est ordinairement plus petit que les Planètes: c'est ce qu'il n'est pas facile de déterminer, vu l'épaisseur de l'atmosphère, qui ne permet pas de distinguer clairement le disque de la Comète. La Comète de 1729, qui fut observée pendant six mois à une distance presque égale à celle de Jupiter, étoit sans doute au moins aussi grosse que Mercure. Guillelmini croyoit au contraire que les Comètes étoient plus grosses que le Soleil *(c)*, ce qui est démenti par les observations.

Les Comètes sont-elles habitables? [a] *Nova Telluris Theoria, Lemm. 59.*

Whiston ne croit pas que les Comètes soient habitables [a]. Il paroît en effet que les Comètes doivent être sujettes à de grandes vicissitudes de chaud & de froid, de lumière & de ténèbres. La Comète de 1680 éprouva en son périhélie, suivant Newton, une chaleur deux mille fois plus grande que celle d'un fer rouge; & quelle lumière éblouissante le Soleil ne devoit-il pas répandre sur le corps de cette Comète? Son diamètre y devoit paroître sous un angle d'environ soixante-treize degrés; mais cette même Comète en son aphélie ne voit plus le Soleil que sous un angle de quatorze secondes *(d)*; une aussi foible lumière suffit-elle pour l'éclairer, & quel froid rigoureux ne doit-elle pas éprouver alors? Whiston pense qu'une Comète en son périhélie peut acquérir une telle intensité de chaleur, que plusieurs milliers d'années ne suffiront pas pour la dissiper : mais cela ne remédie qu'à une partie du mal. Je ne prétends point borner la puissance du Créateur; je me contenterai de dire que s'il lui a plu de créer des animaux sur les Comètes, il leur aura donné sans doute des organes f rt différens de ceux des animaux terrestres.

Ibid. Lemm. 65.

Leur nombre.

Il n'est pas possible pour le présent de déterminer le nombre

(c) Epistolica dissertatio de Cometarum naturâ. Bononiæ, 1681, fol.

(d) Nous supposons ici avec Newton & Halley, que la révolution périodique de cette Comète est de cinq cents soixante quinze ans; nous examinerons au Chapitre III les fondemens de cette supposition.

des Comètes. Depuis le commencement de notre ère vulgaire jusqu'à la présente année 1783, nous avons trouvé environ trois cents quatre-vingts Comètes dont l'apparition nous a paru pour le moins assez probable. Il en est plusieurs autres dont l'apparition, sans atteindre à un grand degré de probabilité, n'est cependant pas destituée de tout fondement. Ajoutez-y les Comètes qui ont paru, mais dont il ne nous reste aucune mention dans les histoires; joignez-y celles qu'on a laissé passer sans les apercevoir, soit à cause de leur petitesse apparente, soit à cause de leur proximité du Soleil, soit à cause de l'éclat de la Lune, soit parce que le mauvais temps n'aura pas permis de les observer, soit enfin parce qu'elles auront été invisibles sur l'horizon de l'Europe; & l'on conviendra que le nombre des Comètes doit être très-considérable. Il faut cependant convenir que dans ce grand nombre d'apparitions de Comètes, il en est plusieurs qui ne sont que des retours périodiques de la même Comète. Struyck bornoit le nombre des Comètes à cent ou environ. On peut supposer, disoit-il, que les Comètes, l'une portant l'autre, reparoissent tous les deux cents vingt-deux ans : depuis 1647 jusqu'en 1736, on en a vu vingt-sept; ajoutez-en douze qui ont pu n'être visibles que dans les pays méridionaux; cela fait trente-neuf Comètes en quatre-vingt-huit (ou plutôt en quatre-vingt-dix) ans, c'est sur le pied de neuf cents Comètes en deux mille ans. Or selon notre hypothèse, en deux mille ans, chaque Comète a dû paroître neuf fois, l'un portant l'autre; il n'existe donc qu'environ cent Comètes. Struyck conclut que dans six cents ans on pourra connoître toutes les Comètes. On conçoit facilement combien les fondemens de cette conjecture sont incertains. *Struyck, 1740, p. 24.*

Division des Comètes.

Les Anciens distinguoient plusieurs espèces de Comètes. Pline les séparoit en douze classes, comme on peut le voir au chapitre premier de la première partie; & nous croyons que toutes les Comètes n'étoient pas encore renfermées dans cette division. Au reste, toutes ces espèces de Comètes ne diffèrent entre elles que par la couleur, la forme, la direction

& les autres modifications de leur atmoſphère; différence qui n'étant point eſſentielle, ne peut être le fondement d'une diviſion légitime des Comètes. En l'admettant, on rapporteroit à différentes claſſes les Comètes de 1531, de 1607 & de 1682; & il eſt démontré que ce n'étoit individuellement qu'une ſeule & même Comète, qui a paru en ces trois années. La diviſion de Pline a été admiſe comme un principe par tous les Écrivains qui ont parlé des Comètes, juſque vers le milieu du ſeizième ſiècle.

Au ſiècle ſuivant, Fortunius Licetus diſtinguoit trois ſortes de Comètes; les Comètes naturelles, formées ſelon lui par des exhalaiſons centrales, ſulfureuſes & bitumineuſes, que les volcans vomiſſent, &c. les Comètes non naturelles, que les démons raſſemblent dans l'air, & les Comètes ſurnaturelles, que Dieu produit quelquefois, pour avertir les hommes de détourner par une ſincère converſion les malheurs que leurs péchés méritent.

Licet. de Comet. anni 1652.

Vers le même temps, Hévélius poſoit les fondemens d'une nouvelle diviſion de Comètes, relative aux Planètes qui les avoient engendrées. Ainſi il y auroit eu des Comètes Saturniennes, des Comètes Joviennes, des Comètes Solaires, &c. & il auroit toujours été facile de décider, à la ſeule inſpection de la couleur de la Comète, quelle étoit la Planète à laquelle elle étoit redevable de ſa génération. Il cite pour exemple les Comètes de 1531 & de 1607; dans la réalité, c'eſt la même Comète qui eſt devenue viſible en ces deux années; mais ſuivant Hévélius, non-ſeulement ces deux Comètes ſont différentes, elles ſont même de différente eſpèce, vu que la première étoit d'un beau jaune, imitant la couleur de l'or, & que la ſeconde étoit pâle, obſcure & livide. L'exemple n'étoit pas heureuſement choiſi; il étoit digne de venir à l'appui d'un ſyſtème encore plus malheureuſement imaginé.

Hév. Cométogr. p. 388.

A ces fauſſes diviſions des Comètes, Struyck en a ſubſtitué deux, fondées, il eſt vrai, ſur la vérité, mais arbitraires, & qui ne nous paroiſſent d'aucune utilité réelle. La première

division, relative à la distance périhélie des Comètes, est en quinze classes. Supposant la distance moyenne de la Terre au Soleil = 1, la première classe comprendra les Comètes dont la distance périhélie sera au-dessous de 0,1. Celles dont la distance périhélie sera entre 0,1 & 0,2 appartiendront à la seconde classe, ainsi des autres. La onzième classe s'étend entre 1 & 1,5; la douzième entre 1,5 & 2; la treizième entre 2 & 3; la quatorzième entre 3 & 4; la quinzième enfin entre 4 & 5. On ne connoît pas de Comète dont la distance périhélie ait excédé 5.

La seconde division de Struyck est en neuf classes, & elle est fondée sur l'inclinaison des orbites cométaires à l'Écliptique: cette inclinaison dans la première classe est entre 0 & 10 degrés; dans la seconde entre 10 & 20, &c.

On pourroit aussi distinguer les Comètes relativement au lieu de leur périhélie, ou à celui de leur nœud ascendant. Il est cependant vrai que ces dernières divisions seroient sujettes à varier plus que les deux premières. On pourroit encore mettre de la distinction entre les Comètes directes & les Comètes rétrogrades. Mais, comme nous l'avons dit, toutes ces divisions sont arbitraires, elles ne nous apprennent rien, elles sont absolument étrangères à la nature & aux propriétés des Comètes. Nous ne reconnoissons donc qu'une seule espèce de Comètes; *ce sont des corps célestes aussi anciens que le monde, assujettis dans leurs mouvemens aux loix générales de l'Univers*, en un mot de vraies Planètes, qui ne diffèrent des Planètes anciennement reconnues pour telles, que par la quantité de leur excentricité.

CHAPITRE II.

De la Trajectoire des Comètes.

LA nature de la trajectoire d'un corps qui se trouve dans la sphère d'activité d'un autre corps, vers lequel il est sans

Des différentes trajectoires possibles.

ceſſe attiré, dépend du rapport de ſa force tangentielle à ſa force centrale, comme nous l'avons dit dans le Chapitre précédent. Si la force tangentielle étoit nulle, le corps ſe porteroit directement, par un mouvement rectiligne & accéléré vers le corps qui l'attire. Si dans l'hypothèſe que les directions des deux forces ſont perpendiculaires l'une ſur l'autre, les deux forces ſont comme 1 eſt à 1, c'eſt-à-dire égales, la trajectoire ſera un cercle, dont le corps attirant occupera le centre. Si dans la même hypothèſe, la force centrale étant toujours 1, la force tangentielle eſt égale à la racine quarrée de 2, ou plus grande, ou moindre que cette racine, la trajectoire ſera une parabole, une hyperbole, ou une ellipſe, au foyer de laquelle le corps attirant ſera néceſſairement placé. Si l'on ſuppoſoit la force centrale entièrement annullée, ou, ce qui revient au même, la force tangentielle infiniment plus grande que la force centrale, la trajectoire redeviendroit rectiligne, mais perpendiculaire au premier rayon vecteur, & le corps parcourroit cette trajectoire par un mouvement toujours égal & uniforme. Ainſi la nature de la trajectoire des Comètes ne dépend que du rapport de la force tangentielle de la Comète à ſa force centrale.

Quelle eſt la trajectoire des Comètes?

La trajectoire des Comètes ne peut être rectiligne; pour qu'elle le fût, il faudroit qu'une des deux forces fût abſolument nulle. La force centrale, étant fondée ſur une loi générale de l'Univers, ne peut être ſuppoſée nulle. Si donc une Comète ſe mouvoit dans une direction rectiligne, ce ne pourroit être qu'au défaut de toute force centrifuge; ſon mouvement la porteroit directement vers le centre du Soleil. Je ne nie point que cela ne ſoit phyſiquement poſſible; mais je ne penſe pas qu'il y ait actuellement de telles trajectoires de Comètes. On n'a jamais vu de Comètes tomber dans le Soleil, & quant à l'avenir, ſi l'on ſuppoſoit qu'une Comète eſt actuellement en chemin pour y tomber, je ferois les réflexions ſuivantes. Cette Comète, à l'inſtant de ſa création, aura ſans doute reçu un mouvement de projectile, ainſi que tous les autres corps céleſtes; ce mouvement l'aura portée

directement

directement vers le Soleil, j'y consens. Mais depuis que le monde existe, combien de millions de lieues cette Comète n'a-t-elle pas dû parcourir? Et peut-on supposer que dans cette route immense, elle ne se sera pas trouvée engagée dans la sphère d'activité de quelqu'Étoile, qui en accélérant son mouvement, aura rendu sa trajectoire hyperbolique, parabolique ou elliptique, de rectiligne qu'elle étoit auparavant? Je ne nie cependant pas qu'une Comète ne puisse tomber dans le Soleil. La Comète de 1680 a passé fort près de cet astre: qu'à son prochain retour son mouvement soit un peu accéléré par la rencontre de quelque Planète ou de quelqu'autre Comète, ce mouvement la porteroit non pas vers le centre, mais du moins vers quelque partie de la circonférence du Soleil. C'est un article sur lequel nous reviendrons au Chapitre IV.

La trajectoire des Comètes n'est pas circulaire; si elle l'étoit, on mettroit les Comètes au rang des Planètes.

La trajectoire de quelques Comètes est certainement elliptique, puisqu'on les a vus périodiquement reparoître.

Mais l'orbite de toutes les Comètes est-elle elliptique, ou y en a-t-il dont les trajectoires soient paraboliques ou hyperboliques? C'est ce qu'il n'est pas aisé de déterminer. On peut faire usage dans cette recherche, ou du raisonnement, ou des observations; & par l'un & l'autre moyen, il ne sera pas facile de réussir. Est-elle toujours elliptique?

On ne peut observer les Comètes que dans une très-petite partie de leur orbite; or une parabole, une ellipse extrêmement alongée, & une hyperbole peu aplatie ne diffèrent pas bien sensiblement, lorsqu'on ne les compare que dans une très-petite partie de leur orbite, au voisinage de leur foyer commun. Je dis qu'elles diffèrent *peu sensiblement*; leur différence est cependant réelle, mais pour l'apprécier, il faudroit des observations de la plus extrême précision; l'erreur de quelques secondes dans une observation suffiroit souvent pour convertir en parabole ou en hyperbole une orbite véritablement elliptique. Or peut-on se flatter d'observer avec une

grande précision des astres aussi mal terminés que le sont ordinairement les Comètes? Croit-on distinguer assez clairement les bords de leur limbe? Est-on assuré que le point, que l'on juge être au milieu de leur partie la plus claire, est réellement le centre de leur disque? J'admire les méthodes savantes, délicates, élégantes que d'habiles Géomètres nous ont données, pour déterminer la nature de la trajectoire d'une Comète, par trois observations peu distantes les unes des autres; mais je doute que ces théories puissent réussir dans la pratique. Plus les observations seront voisines, plus les moindres erreurs qui s'y seront glissées influeront sur la nature de la courbe. En 1733, feu M. Bouguer donna à l'Académie une de ces savantes méthodes: pour résoudre le problème, il vouloit que les trois observations fussent très-exactes, & que d'ailleurs elles fussent assez peu distantes les unes des autres, pour que dans l'intervalle on pût supposer le mouvement de la Comète rectiligne & uniforme, c'est-à-dire qu'il demandoit l'impossible. Bouguer appliquoit sa méthode à la Comète de 1729, & concluoit que l'orbite de cette Comète étoit hyperbolique. Le célèbre M. Euler a pareillement proposé une méthode pour résoudre le même problème. Il applique cette méthode à la Comète de 1680; le résultat est que la Comète achève sa révolution en dix-sept mille soixante-dix-sept ans. La méthode de M. Euler est plus parfaite que celle de M. Bouguer, en ce qu'on n'y suppose aucun mouvement rectiligne & uniforme de la Comète, & que par conséquent on peut choisir les observations les plus distantes entre elles: mais il faut toujours supposer les observations très-précises. M. Euler entreprend de déterminer par sa méthode les élémens & la nature de l'orbite de la Comète de 1744; il choisit pour cela trois observations faites à Berlin par Kirch; il trouve que l'orbite est hyperbolique. Il reçoit cependant de Paris les observations de Jacques Cassini, il les confronte avec sa théorie, il refond celle-ci, & trouve enfin pour dernier résultat que la trajectoire de la Comète est une ellipse extrêmement alongée, que la Comète ne

Mémoires de l'Acad. des Sc. 1733, p. 331 & suiv.

peut parcourir qu'en plusieurs siècles. Tant il est vrai qu'il faut ordinairement une grande précision dans les observations, pour pouvoir les employer à déterminer la nature des orbites cométaires! Il n'est donc pas facile de décider par les observations, si l'orbite de toutes les Comètes est elliptique, parabolique ou hyperbolique. On ne pourroit le faire avec quelque précision que dans deux cas particuliers; le premier, lorsqu'une orbite elliptique seroit peu alongée; le second, lorsqu'une orbite hyperbolique seroit fort aplatie: en ces deux cas, il ne seroit pas possible de faire cadrer les observations avec l'hypothèse d'une orbite parabolique. On a vu un exemple du premier en 1770; le second ne s'est pas encore présenté.

Theoria motuum Planetarum & Cometarum.

On croit assez communément que l'orbite de toutes les Comètes est elliptique, & cette opinion est assez vraisemblable, mais elle n'est pas certaine. Les Étoiles fixes étant des Soleils, ont probablement leurs Planètes & leurs Comètes; l'espace immense qui est entre Saturne & les Étoiles fixes n'est pas inutile, comme on le reprochoit aux défenseurs du système de Copernic; il sert de réceptacle aux Comètes, tant à celles de notre système solaire, qu'à un grand nombre de celles qui font leur révolution autour des Étoiles les plus voisines du Soleil. Mais qui empêcheroit que les mêmes Comètes ne servissent à ces différens systèmes? Une Comète aura tourné autour du Soleil dans un orbe parabolique ou hyperbolique, elle s'éloignera donc du Soleil, jusqu'à ce qu'elle entre dans la sphère d'activité de quelqu'Étoile; alors son mouvement sera accéléré, & souffrira une inflexion vers cette Étoile; son orbite variera & formera autour de l'Étoile une nouvelle parabole ou une nouvelle hyperbole, qui la conduira à la sphère d'activité de quelqu'autre Étoile. Elle passera ainsi de système en système, & pourra enfin être rendue au système solaire, mais après un nombre infini de siècles. Quand on supposeroit que toutes les Comètes ont été primitivement créées pour décrire des orbites elliptiques, quelques-unes de ces orbites ont pu devenir paraboliques ou hyperboliques. S'il'action de Jupiter & de Saturne a pu altérer l'orbite de

la Comète de 1759, de manière à augmenter d'environ un quarantième la durée de sa révolution, si, comme il y a lieu de le penser, l'action de Jupiter seul a tellement influé sur une orbite cométaire, qu'une Comète, qu'on observoit pour la première fois en 1770, a paru décrire une orbite qu'elle devoit achever en cinq ans & demi ; qui peut douter qu'une semblable perturbation ne puisse rendre la trajectoire des Comètes parabolique ou hyberbolique, d'elliptique qu'elle étoit auparavant ? Dans cette hypothèse, on pourroit penser que les Comètes seroient des canaux de communication entre notre système solaire & les divers systèmes des Étoiles fixes. Mais de quelle utilité seroit cette communication ?

Durée de l'apparition des Comètes.

On a demandé combien de temps peut durer l'apparition d'une Comète ? Je réponds d'abord qu'il peut y avoir des Comètes qui nous sont & nous seront peut-être toujours invisibles, vu leur grande distance. Le plus grand nombre des Comètes, dont on a calculé l'orbite, se sont approchées du Soleil à une distance moindre que celle de la Terre au Soleil ; la distance périhélie de quelques-unes a excédé, mais de peu la distance du Soleil à la Terre : toutes ces Comètes sont visibles, pourvu qu'elles passent dans des circonstances favorables. La distance périhélie de la Comète de 1747 excédoit le double de celle du Soleil à la Terre, & celle de la Comète de 1729 étoit encore deux fois plus grande : on a cependant vu ces deux Comètes ; mais elles étoient bien petites. Or peut-on assurer que la distance périhélie de la Comète de 1729 soit le dernier terme où puisse se porter la distance périhélie des Comètes ? N'est-il pas plus naturel de penser qu'il y en a d'autres dont le périhélie est entre les orbes de Jupiter & de Saturne, ou même au-delà de celui de Saturne ? On ne les voit pas, à cause de leur grande distance; ou, si on les rencontre par hasard dans le télescope, leur petitesse & leur immobilité apparente, suite nécessaire de leur grande distance, les fait prendre pour des Étoiles télescopiques ou pour des nébuleuses ; on ne se donne pas la peine de les suivre. M. Messier n'a pu retrouver dans le

Ciel des Étoiles nébuleuses observées par les Astronomes qui l'avoient précédé; ces Étoiles n'étoient peut-être que des Comètes, elles s'étoient éloignées.

Quant à la plus longue durée de l'apparition des Comètes, Hévélius & plusieurs autres Écrivains la bornent à six ou à huit mois, parce que de fait on a vu des Comètes paroître durant cet intervalle de temps: de nos jours même la Comète de 1729 a été vue près de six mois, la première de 1759 durant plus de cinq, & la durée de l'apparition de la Comète de 1773 a excédé six mois. Avant la prise de Jérusalem par Titus, on vit durant un an entier une Comète au-dessus de cette ville, suivant le témoignage de l'historien Josephe. Plusieurs ont regardé cette Comète comme surnaturelle. Il n'est cependant pas impossible qu'une Comète paroisse durant une année entière, mais ce ne sera pas vers le même lieu du Ciel. Voyez d'ailleurs ce que nous avons dit de cette Comète sur l'an 69.

Vîtesse apparente des Comètes.

Les Cométographes ont aussi traité de la vîtesse apparente des Comètes; ils ont remarqué que celle de 1472 décrivit en un seul jour 120 degrés, ayant rétrogradé depuis la fin du signe de la Vierge jusqu'au commencement de celui des Gemeaux. La troisième Comète de 1759 a parcouru $41^{d}\frac{1}{2}$ de longitude, & près de 4 degrés en latitude, depuis le 7 Janvier 1760 à 9 heures du soir, jusqu'au 8 du même mois à pareille heure. Ce mouvement, si précipité en apparence, ne doit point étonner, sur-tout dans des Comètes dont le mouvement vrai est rétrograde, tel que l'étoit celui des Comètes de 1472 & de 1759. L'Abbé de la Caille suppose une Comète rétrograde, ne quittant point le plan de l'Écliptique; périhélie, en opposition avec le Soleil, & distante de quatre-vingt-six mille deux cents lieues (de 25 au degré) de la Terre, pareillement périhélie; & il prouve qu'une telle Comète sembleroit parcourir $141^{d}\ 40'$ de grand cercle en une heure, $160^{d}\ 14'\ 54''$ en deux heures, $178^{d}\ 20'\ 30''$ en vingt-quatre heures. La vîtesse apparente de la Comète, durant une heure seroit encore plus grande, si en conservant

Mémoires de l'Acad. des Sc. 1760, p. 106 & suiv.

les autres ſuppoſitions de l'Abbé de la Caille, on rapprochoit la Comète de la Terre; mais elle ne pourroit jamais atteindre 180 degrés. L'Abbé de la Caille remarque que ſi au lieu de ſuppoſer la Comète en oppoſition avec le Soleil, on la ſuppoſoit au contraire en conjonction inférieure, & d'ailleurs dans les mêmes circonſtances, on trouveroit à peu-près les mêmes vîteſſes, mais augmentées de quelques ſecondes. Il ajoute que cette vîteſſe prodigieuſe ſeroit encore augmentée de 15 degrés par heure, par l'effet du mouvement diurne; elle le ſeroit encore par la parallaxe, ſi la Comète étoit à l'occident du méridien. Il pourroit arriver de-là qu'un obſervateur placé entre les Tropiques verroit la Comète s'élever en moins de trois quarts d'heure de l'Horizon au Zénith, puis employer plus de quatre heures à regagner l'Horizon pour ſe coucher[a].

[a] *Mémoires de l'Acad. des Sc. 1760, p. 108 & ſuiv.*

Étendue de la route apparente des Comètes.

Une Comète peut ſembler parcourir huit ſignes du Zodiaque; nous en avons eu un exemple dans la Comète de 1769; ſon cours apparent pourroit même s'étendre quelques degrés au-delà; mais il ne me paroît pas poſſible que le mouvement apparent d'une Comète embraſſe les douze ſignes du Zodiaque.

On convient maintenant que les Comètes n'ont point de Zodiaque particulier, ou, ſi l'on veut, que le Ciel entier eſt leur Zodiaque; il n'eſt point de conſtellation, où l'on n'ait vu briller des Comètes.

J'ai traité toutes ces dernières queſtions, pour me conformer à l'uſage des Cométographes. Je les termine par obſerver que toutes les ſingularités, toutes les irrégularités que l'on remarque dans le mouvement apparent des Comètes, ne ſont qu'un effet optique de la parallaxe de l'orbe annuel de la Terre. Il en eſt de ces irrégularités, comme des ſtations & des rétrogradations des Planètes; dépouillez les obſervations de l'effet du mouvement annuel de la Terre, & vous trouverez les mouvemens des Planètes & des Comètes exactement réguliers, & aſſujettis à des loix ſimples & conſtantes.

CHAPITRE III.

Du retour des Comètes.

NOUS ne parlerons point ici des prédictions du retour des Comètes, fondées sur des hypothèses maintenant abandonnées : telles ont été les prédictions faites par Jean-Dominique Cassini, Jacques Bernoulli & d'autres Savans, plus éclairés sur la nature des Comètes que sur les loix de leur mouvement. Voyez ce que nous en avons dit dans la première Partie, Chap. VII & X. Prédictions du retour des Comètes.

Ceux qui en admettant les vrais principes du mouvement des Comètes, ont entrepris de déterminer le temps auquel ces astres devoient reparoître, ont suivi trois routes pour arriver à ce but. La première est celle du *calcul direct*. Plusieurs observations d'une Comète étant données (trois suffisent à la rigueur) on calcule les élémens de la courbe que l'astre a décrite : si l'on trouve que cette courbe est une parabole ou une hyperbole, on conclut que la Comète ne reparoîtra plus ; mais si la courbe est elliptique, le calcul fera connoître la longueur du grand axe de l'ellipse, en demi-diamètres de l'orbite terrestre ; extrayant la racine quarrée du cube de la moitié de cette longueur, on aura par la seconde règle de Képler la durée de la révolution périodique de la Comète. C'est par cette méthode que Bouguer détermina que l'orbite de la Comète de 1729 étoit hyperbolique. M. Euler avoit décidé la même chose de la Comète de 1744 ; mais ayant reçu des observations plus précises que celles sur lesquelles il avoit d'abord appuyé ses calculs, il trouva que l'orbite étoit, il est vrai, elliptique, mais si alongée que la Comète ne pouvoit revenir qu'après une révolution de plusieurs siècles. La Comète de 1680, à laquelle on a coutume d'accorder cinq cents soixante-quinze ans de révolution périodique, achève sa route en cent soixante-dix ans & demi, selon les calculs du même M. Euler. La Comète de 1742 achève

Moyens de s'assurer de ces retours ; 1.° le calcul.

ſa courſe en quarante-deux ans; ſi cela étoit, nous ne tarderions pas à la voir reparoître: mais M. Euler a paru douter lui-même de la préciſion de cette dernière détermination.

Les principes ſur leſquels ces ſavans Géomètres ſe ſont fondés, ſont ſans doute excellens dans la théorie; mais ils ſuppoſent dans les obſervations une préciſion dont elles ne ſont pas ſuſceptibles. Les Comètes ſont ordinairement entourées d'une atmoſphère épaiſſe & inégale, qui ne permet ni de voir le limbe de leur diſque, ni d'eſtimer avec quelque préciſion leur centre. Cette nébuloſité doit ordinairement occaſionner dans l'obſervation des erreurs, légères en elles-mêmes, mais cependant aſſez fortes pour donner une forme hyberbolique à une orbite qui eſt véritablement elliptique; à plus forte raiſon peut-elle faire trouver le grand axe d'une ellipſe plus ou moins long qu'il ne l'eſt réellement. Ces ſortes d'erreurs ſont d'autant plus à craindre, que la Comète, pendant la durée de ſon apparition, aura décrit une moindre partie de ſon orbite autour du Soleil. La Comète de 1773 a paru durant plus de ſix mois; mais pendant cette longue apparition, elle n'a parcouru qu'environ 68 degrés de ſon orbite; M. Lexell en a conclu qu'il n'y avoit pas moyen de déterminer par le calcul la durée de ſa révolution. Au contraire la Comète de 1769, avoit parcouru, durant les quatre mois de ſon apparition, 295 degrés de ſon orbite; c'étoit l'occaſion la plus favorable d'employer le calcul à la recherche de la durée de la révolution. M. Lexell l'a fait; il a conclu qu'en ſuppoſant les obſervations ſuſceptibles d'une minute d'erreur, la révolution de la Comète devoit être au moins de quatre cents quarante-neuf ans, au plus de cinq cents dix-neuf. Mais voilà d'abord une incertitude de ſoixante-dix ans; & de plus pourroit-on garantir qu'il n'y a pas plus d'une minute d'erreur dans les obſervations? Parmi les Comètes qui ont paru dans les ſiècles précédens, je n'en trouve aucune qui vienne bien décidément à l'appui de l'hypothèſe de M. Lexell. Mais la détermination la plus ſingulière qui ait été faite en ce genre, eſt celle qui a eu pour objet la première Comète de 1770;

ſa révolution

ſa révolution périodique a été trouvée de cinq ans & demi ſeulement, & l'on ne peut étendre à plus de ſix ans la durée de cette révolution, ſans introduire dans les obſervations des erreurs de pluſieurs minutes. Il eſt bien vrai que ſi cette révolution eſt bornée à cinq ans & demi, on auroit dû obſerver cette Comète pluſieurs fois, avant l'année 1770 : mais on ne peut ſe refuſer à l'évidence d'une démonſtration géométrique; il eſt déciſivement certain que la route tenue par cette Comète, durant le temps de ſa dernière apparition, appartient à une orbite de cinq ans & demi. La révolution étoit probablement beaucoup plus longue avant 1770; mais la Comète ayant paſſé en 1768 fort près de Jupiter, ſon orbite aura été ſenſiblement altérée par l'action de cette Planète. La Comète n'a pas reparu en 1776, & comme elle n'a pas non plus été obſervée en 1781 ou 1782, il faut dire avec M. Lexell qu'ayant repaſſé en 1772 dans la ſphère d'activité de Jupiter, une nouvelle perturbation qu'elle y a éprouvée a détruit l'effet del a perturbation précédente. Voyez ce que nous avons dit à ce ſujet dans la ſeconde Partie, ſur l'an 1770.

La ſeconde méthode pour s'aſſurer du retour des Comètes eſt celle de la *comparaiſon*. On a calculé dans une orbite parabolique l'orbite de toutes les Comètes dont on a recueilli un nombre d'obſervations ſuffiſant pour ce calcul. En comparant toutes ces orbites, on en trouve dont les élémens ſont à peu-près les mêmes; on conclut qu'il faut attribuer ces orbites ſemblables, non à autant de Comètes différentes, mais à une ſeule & même Comète qui a paru pluſieurs fois. Connoiſſant ainſi le temps de la révolution périodique de cette Comète, il ſera facile de connoître les dimenſions de l'ellipſe qu'elle décrit, & d'annoncer ſes retours. C'eſt par cette méthode qu'Edmond Halley a déterminé que la Comète de 1682 ne différoit pas de celles de 1607 & de 1531; que ſa période étoit de ſoixante-quinze ou ſoixante-ſeize ans, & qu'elle reparoîtroit en 1758 ou au commencement de 1759, prédiction que l'événement a pleinement juſtifiée. 2.° La comparaiſon des obſervations.

C'eſt par la même méthode que le même Halley a ſoupçonné que la Comète de 1661 ne différoit pas de celle de 1532, que ſa période moyenne étoit de cent vingt-huit à cent vingt-neuf ans, & qu'elle pourroit reparoître vers 1789 ou 1790. Enfin c'eſt en ſuivant la même méthode que nous avons cru que la Comète de 1556 pouvoit être la même que celle de 1264, qu'elle achevoit ſa révolution dans environ deux cents quatre-vingt-douze ans, & qu'elle reparoîtroit vers 1848. M. Dunthorne l'avoit ſoupçonné avant nous; quelques ſecours qu'il n'avoit pu ſe procurer, nous ont facilité le moyen de fortifier le ſoupçon.

3.° La conjecture. La troiſième méthode, à laquelle je puis donner le nom de méthode de *conjecture*, conſiſte à compulſer les faſtes cométaires; ſi à des intervalles de temps, à peu-près égaux, on trouve des apparitions de Comètes qui aient entre elles des traits marqués de reſſemblance, on conjecture que ce pourroit bien être la même Comète. Ainſi Halley a cru que la belle Comète de 1680 avoit paru en 1106, en 531, & en l'an 43 avant l'ère chrétienne. Struyck a ſaiſi cette idée & a cru trouver des retours de la même Comète dans les années 619, 1194 & 1769 avant notre ère vulgaire. Enfin Whiſton eſt remonté encore plus haut; c'eſt, ſelon lui, cette même Comète, qui cinq cents ſoixante-quinze ans auparavant, vers l'an 2340 ou 2345 avant Jéſus-Chriſt, a occaſionné le déluge. Voyez dans la ſeconde Partie ce que nous diſons ſur toutes ces Comètes, d'après les partiſans de leur identité avec celle de 1680.

Feu M. Struyck, dans le premier volume de ſes Opuſcules, imprimé en 1740, a donné une hiſtoire de l'apparition des Comètes, la meilleure qui eût paru juſqu'alors: il y a ajouté un ſupplément dans ſon ſecond volume publié en 1753. Comparant enſemble les Comètes qu'il avoit recueillies, & faiſant uſage de la méthode de conjecture, il a cru reconnoître les retours de pluſieurs Comètes. « Les Anglois, diſoit-il en » 1740, ont déterminé l'orbite de trois Comètes; je crois avoir découvert la durée de la révolution de huit autres. »

Ces huit autres ſont celles de 1580, 1585, 1596, 1652, 1664, 1665, 1677 & 1686. De ces huit déterminations Struyck en regardoit trois comme certaines, trois comme très-probables, deux comme moins certaines. En 1753 il a multiplié ſes conjectures; mais ce ne ſont que des conjectures, & elles ne ſont données que comme telles. Parmi ces conjectures cependant, il peut y en avoir de bien fondées, & que le retour des Comètes juſtifiera quelque jour. Struyck les a publiées dans une langue peu répandue en Europe; il ne ſeroit pas juſte de le priver de la gloire dûe à ſes recherches, ſi quelques-unes de ſes conjectures venoient à être confirmées par l'événement. Mais avant que d'apprécier les fondemens ſur leſquels ſe ſont appuyés ceux qui ont annoncé des retours de Comètes, il eſt à propos de faire deux remarques.

1.° Il ne faut pas s'attendre à trouver tous les retours d'une même Comète mentionnés dans les anciens Écrivains. Il n'eſt guère de Comète dont le retour n'ait ſon côté foible, s'il eſt permis de le dire. Telle Comète aura paru belle, grande, éclatante, traînant après elle une queue majeſtueuſe; c'eſt que la Terre ſe trouvoit alors dans la partie de ſon orbite qui avoiſinoit de plus près la Comète. Après une révolution périodique achevée, la Comète ſe retrouvera dans la même poſition; mais la Terre ſe trouvera dans la partie oppoſée de ſon orbite, la diſtance de la Terre à la Comète ne permettra pas d'obſerver celle-ci, elle ſera inviſible à la vue ſimple, l'hiſtoire n'en ſera pas mention. Ajoutez à cela que l'hiſtoire ancienne ne parloit guère des apparitions de Comètes, qu'autant qu'elles étoient comme liées aux faits civils & politiques, dont on regardoit ces aſtres comme les avant-coureurs. Enfin une Comète pouvoit s'approcher du Soleil & de la Terre en des circonſtances favorables, & cependant ne point être obſervée, ſoit à cauſe du mauvais temps, ſoit parce que ſa déclinaiſon étoit trop méridionale. Donc le ſilence des Hiſtoriens ne prouve rien contre le retour d'une Comète en une année, en laquelle ſa révolution périodique devoit la ramener vers nous.

Les Comètes ne ſont pas viſibles dans tous leurs retours.

Leurs révolutions peuvent être inégales.

2.° La révolution périodique d'une Comète n'eſt pas toujours la même; & comment pourroit-elle l'être, les révolutions de nos Planètes ne l'étant pas elles-mêmes? Ces inégalités ſont dûes aux perturbations que les Comètes éprouvent, ſoit de la part des Planètes, lorſqu'elles viennent à paſſer dans leur ſphère d'activité, ſoit peut-être auſſi de la part d'autres Comètes au voiſinage deſquelles elles peuvent paſſer, dans l'étendue de l'eſpace qu'elles parcourent. Ainſi la Comète de Halley a achevé ſa révolution périodique en ſoixante-quinze ans deux mois & demi entre 1456 & 1531; la révolution ſuivante a été de ſoixante-ſeize ans & près de deux mois; celle de 1607 à 1682 a été bornée à ſoixante-quatorze ans dix mois dix-huit jours; enfin la dernière, entre 1682 & 1759, s'eſt étendue à ſoixante-ſeize ans ſix mois moins deux jours. Donc lorſqu'on dit que la révolution périodique d'une Comète eſt d'un certain nombre d'années, un ou deux ans de plus ou de moins ne ſont pas cenſés interrompre la ſuite de ces révolutions.

Cela poſé, venons à l'examen des révolutions périodiques aſſignées à différentes Comètes.

Comète de 1682.

La période de la Comète de 1682, déterminée par Halley, eſt de ſoixante-quinze à ſoixante-ſeize ans. Ce grand Aſtronome voyant beaucoup de rapport entre les élémens des orbites des Comètes de 1531, 1607 & 1682, qu'il avoit calculées, *ſoupçonna* que ce pouvoit être une même Comète qui avoit été obſervée en ces trois années. Ayant eu enſuite connoiſſance des Comètes qui avoient paru en 1456, en 1380, & en 1305 à des intervalles à peu-près égaux, il ne balança plus, & annonça le retour de cette Comète pour la fin de 1758 ou le commencement de 1759. Ainſi Halley pour faire cette prédiction ne ſe contenta pas de la méthode de *comparaiſon*, il y joignit celle de *conjecture*, nous l'imiterons ſur les deux Comètes ſuivantes. Celle de 1682 avoit certainement paru en 1456; ce que l'on connoît de cette apparition nous a ſuffi pour calculer l'orbite de la Comète; & cette orbite eſt ſuffiſamment ſemblable à celle de la Comète de 1682,

pour que l'on puiſſe aſſurer que ce n'eſt qu'une ſeule & même Comète. Il a paru une Comète en 1380, c'eſt tout ce qu'on en ſait. Rien ne s'oppoſe à ce qu'on reconnoiſſe la Comète de 1682 dans celles de 1305, de 1230, de 1155, & ſur-tout de 1080. Il a paru en 1006 une Comète dont on a une bonne obſervation, & cette obſervation ne permet guère de méconnoître ici un retour de la Comète de 1682. Nous ne remontons pas plus haut, les Écrivains antérieurs ne nous ont point laiſſé de Mémoires ſuffiſans pour reconnoître d'autres retours de cette Comète. Strüyck cependant croit en trouver des veſtiges dans les années 930, 400, ou 402, ou 405 de notre ère vulgaire; & dans les années 53, 128, 203, 354, 428 & 502 avant cette ère; on pourroit y ajouter les années de notre ère 855, 556 & 248. Voyez ce que nous diſons ſur chacune de ces années.

Halley a le premier ſoupçonné que la Comète de 1661 pouvoit être la même que celle de 1532, obſervée par Apien, & qu'en conſéquence ſa révolution périodique étoit de cent vingt-huit ou cent vingt-neuf ans environ; quelques autres Aſtronomes, & ſur-tout Struyck, ont parlé plus affirmativement. Suivant l'exemple de ce dernier, j'ai recherché ſi je ne trouverois pas, antérieurement à 1532, des retours probables de cette Comète, & je crois avoir réuſſi à convertir le ſoupçon d'Halley en certitude. Comète de 1661.

En 1402, cent trente ans avant 1532, il parut deux belles Comètes, l'une en hiver & au printemps, l'autre en été. En 1740, Struyck ne doutoit point que la première ne fût un retour de la Comète de 1661 : mais depuis, ayant voulu trop multiplier ces retours de Comètes, il s'aperçut ou crut s'apercevoir de quelque reſſemblance entre cette Comète & celle de 1702, il renonça à ſon premier ſentiment, & ſe perſuada que c'étoit la ſeconde Comète de 1402, qui ne différoit pas de celle de 1661. Cette ſeconde Comète, ſelon le témoignage de Ducas, auteur contemporain, & de pluſieurs hiſtoriens Italiens, parut durant trois mois, depuis la mi-Juin juſqu'à la mi-Septembre, jetant un éclat extraordinaire. Or, durant cette

ſaiſon, la Comète de 1661 ne pouvoit paroître que très-petite, ſans éclat, & viſible à peine à la vue ſimple. Au contraire, aux mois de Février, Mars & Avril, temps de l'apparition de la première Comète de 1402, celle de 1661 a pu paroître avec un éclat extraordinaire; que l'on ſuppoſe qu'elle ait été périhélie vers le commencement de Mars, le 8 de Février ſa diſtance à la Terre étoit déjà moindre que lorſqu'on la perdit de vue après le 4 Décembre 1532; dans tout le cours du mois de Février, elle ſera devenue de jour en jour plus viſible, le ſoir, après le coucher du Soleil; on l'aura vue au commencement de Mars dans le Bélier; elle aura paru entre le midi & l'occident durant le mois de Février, entre l'occident & le nord durant celui de Mars. Le 19 Mars & les jours ſuivans, elle ſe ſera aſſez approchée de la Terre, pour qu'on ait aperçu des accroiſſemens conſidérables dans l'apparence de ſa queue, & pour qu'on l'ait vu même en plein jour; elle aura enſuite précédé le Soleil, qu'elle avoit ſuivi juſqu'alors; dans ſa conjonction inférieure avec le Soleil, elle ſe ſera levée avant cet aſtre & couchée après lui; peu après elle aura paru toute la nuit. Or, tels ſont les caractères que les Écrivains contemporains attribuent à la première Comète de 1402; il y a donc tout lieu de croire que cette Comète ne diffère pas de celle de 1661.

Cent vingt-huit ans auparavant, ou en 1274, on vit une Comète, ſur laquelle nous n'avons aucun détail.

La révolution précédente, de cent vingt-neuf ans, tombe ſur l'an 1145; il parut alors une Comète, & ce que l'on en ſait convient fort bien à celle de 1661, qui aura été périhélie le 20 Avril 1145.

Les Hiſtoriens ne font point mention du retour précédent, la Comète aura pu être périhélie vers le mois de Juillet, & alors elle aura été preſque inviſible à la vue ſimple. La Comète vue en 1018 ne peut être celle de 1661.

En 891, ou deux fois cent vingt-ſept ans avant 1145, on vit une Comète, dans laquelle il ſeroit difficile de ne

pas reconnoître celle de 1661, qui auroit paſſé par ſon périhélie vers la fin de Mars.

On vit en 762, en 632, en 504 & en 375 des Comètes, ſur leſquelles on n'a aucun détail; rien n'empêche de croire que c'étoient autant de retours de notre Comète.

En 245, on obſerva en Chine une Comète; ce que les annales Chinoiſes nous en apprennent s'applique facilement à la Comète de 1661, périhélie vers la fin d'Octobre.

Il en faut dire autant de la Comète qui fut auſſi obſervée à la Chine au commencement de l'an 117; mais en cette année la Comète aura été périhélie vers le 18 Février.

Enfin cent vingt-huit ans auparavant, ou l'an 11 avant notre ère vulgaire, on vit en Europe & en Chine une Comète qui a encore beaucoup d'analogie avec celle de 1661. Elle aura été périhélie vers le 5 Octobre, & dans cette ſuppoſition elle aura été vue le 26 Août au ſud des pieds des Gémeaux, elle aura été obſervée les jours ſuivans au ſud de δ des Gémeaux, entre l'Écreviſſe & Procyon; elle aura traverſé le Lion & la Vierge, aura paſſé quelques degrés au ſud d'*Arcturus*, qu'elle aura même preſque touché de l'extrémité de ſa queue, & aura diſparu dans la partie du Ciel que les Chinois nomment le *Tien-che.*

Struyck reconnoît tous ces retours de la Comète de 1661, excepté ceux des années 245 & 117 dont il n'avoit aucune connoiſſance; il ajoute d'un autre côté deux retours que j'ai omis, l'un en l'an 1018 de l'ère Chrétienne, l'autre en l'an 524 avant cette ère. La Comète de 1661 ne peut paroître au mois d'Août près du Chariot, ni le 15 Juillet près du pôle, & c'eſt cependant ce qu'on nous apprend de la Comète de 1018. Il ſeroit auſſi aſſez difficile d'adapter à la Comète de 1661 le peu que nous ſavons ſur la Comète de l'an 524 avant notre ère vulgaire.

Il y a donc tout lieu de croire que la révolution périodique de la Comète de 1661 eſt d'environ cent vingt-huit à cent vingt-neuf ans; & il y a lieu d'eſpérer de la revoir vers l'an 1789 ou 1790.

Comète de 1556.

Les Comètes de 1264 & de 1556 ont été fort imparfaitement obſervées. On a cependant calculé l'une & l'autre, & les élémens des deux orbites ſe reſſemblent aſſez, pour qu'on puiſſe ſoupçonner que ce n'eſt qu'une ſeule & même Comète; les différences entre les deux orbites pouvant être facilement rejetées ſur l'imperfection des obſervations. Ainſi la révolution périodique de cette Comète ſeroit d'environ deux cents quatre-vingt-douze ans. En admettant que la révolution moyenne eſt de deux cents quatre-vingt-dix à deux cents quatre-vingt-onze ans, on trouve dans l'hiſtoire des Comètes ſur l'an 975 l'apparition d'une Comète, ſur laquelle nous avons quelques détails; & tout ce que nous en ſavons convient aſſez bien à la Comète de 1556. Voyez ce que nous avons dit de cette Comète ſur l'an 975. En remontant deux périodes plus haut, on trouve en 395 une Comète dont on ſait peu de choſe; mais ce peu s'applique facilement à la Comète de 1556. Trois périodes auparavant, ou l'an 874 avant l'ère Chrétienne, il avoit paru une Comète, & c'eſt tout ce que nous en ſavons. Il n'eſt donc pas improbable que la révolution périodique de la Comète de 1556 eſt de deux cents quatre-vingt-dix à deux cents quatre-vingt-douze ans, & qu'elle doit reparoître en 1848 ou un ou deux ans plus tôt. Si elle reparoît, la conjecture ſera convertie en certitude.

Comète de 1680.

Halley a le premier ſoupçonné que la révolution périodique de la Comète de 1680 eſt de cinq cents ſoixante-quinze ans, & tous les Cométographes l'ont répété d'après Halley. Ainſi cette Comète auroit paru en 1106, en 531, en l'an 43 avant l'ère Chrétienne, en 619, 1194 & 1769 avant la même ère, & enfin en l'année du déluge, qu'elle auroit elle-même occaſionné, par ſa proximité à la Terre. Examinons ſucceſſivement tous ces prétendus retours, & comparons à l'orbite de la Comète de 1680 ce que nous ſavons des Comètes qui ont paru dans les années dénommées.

La Comète de 1106 ne peut ſouffrir de difficulté, tout ce que nous ſavons de ſon mouvement s'adapte aſſez bien à la Comète

la Comète de 1680. Dans la ſuppoſition que cette Comète de 1680 ait été périhélie le 13 Février 1106 à huit heures du ſoir, voici la route qu'elle auroit tenue.

JOURS du MOIS.	LONGITUDE de la COMÈTE.				LATITUDE de la COMÈTE.		
	S.	D.	M.	S.	D.	M.	
7 Février.	11.	9.	34.	0	2.	29	*Auſtrale.*
19	11.	26.	43.	30	7.	31	*Boréale.*
4 Mars.	0.	27.	36.	0	10.	32	
14	1.	10.	55.	0	11.	31	
24	1.	20.	43.	0	11.	20	
3 Avril.	1.	27.	46.	0	10.	9	

Cette route de la Comète repréſente aſſez bien les obſervations de 1106, ſauf qu'en l'admettant, il n'eſt pas poſſible qu'on ait vu la Comète le 10 Février à la fin du ſigne des Poiſſons, quoique le fait ſoit conſtaté par les Annales Chinoiſes; on pourroit dire cependant qu'il s'eſt gliſſé dans ces Annales une erreur d'un jour pour l'autre. D'ailleurs, en anticipant le paſſage au périhélie juſqu'aux premiers jours de Février, la Comète auroit pu être le 10 de ce mois vers la fin des Poiſſons. Il eſt vrai qu'alors la latitude de la Comète auroit toujours été boréale, & que quelques Écrivains atteſtent qu'elle étoit d'abord auſtrale; mais, comme nous l'avons remarqué ſur l'an 1106, l'autorité de ces Écrivains eſt fort caduque, & l'on riſque peu en s'en écartant. Concluons donc que rien n'empêche de reconnoître dans la Comète de 1106 un retour de celle de 1680; mais convenons auſſi que rien ne nous y force. Les mouvemens de la Comète de 1106 ſont aſſez bien repréſentés par les élémens de l'orbite de celle de 1680; mais ils le feroient pour le moins auſſi-bien par des élémens abſolument différens.

Il ſemble donc qu'il nous faudroit des motifs ultérieurs, pour nous autoriſer à prononcer affirmativement ſur l'identité de ces deux Comètes. Voyons ſi l'hiſtoire nous en fournira de ſuffiſans.

En 531 il parut une belle Comète, c'étoit cinq cents ſoixante-quinze ans avant 1106, la durée de la révolution eſt préciſe. Cette Comète parut en Septembre le ſoir du côté de l'occident, ſelon le témoignage de Théophanes & de tous les auteurs Byzantins qui l'ont ſuivi. Mais il eſt impoſſible que la Comète de 1680 paroiſſe le ſoir du côté de l'occident en Septembre. Voyez au reſte ce que nous avons dit dans la ſeconde Partie, de cette Comète & de celle de 539. En 530, à la neuvième Lune (commençant le 6 ou 7 d'Octobre), une Comète fut vue à la Chine depuis Arcturus juſqu'aux Étoiles λ & μ de la grande Ourſe. Or, la Comète de 1680 pouvoit avoir cette poſition ou ce mouvement en Octobre 530. Donc il eſt poſſible que la Comète de 1680 ait paru en 530 : mais il eſt également poſſible que cette Comète de 530 ait été une toute autre Comète que celle de 1680.

On termine la période précédente à l'an 44 avant l'ère Chrétienne (ou plutôt à l'an 43, ſelon notre manière de compter.) Il parut en effet alors une très-belle Comète ſous les Étoiles du Chariot; elle ſe levoit, dit-on, à la onzième heure du jour, c'eſt-à-dire, entre quatre & cinq heures du ſoir. Il faut néceſſairement expliquer ce lever de la Comète. On étoit au 23 Septembre; or le 23 Septembre, à l'heure ſuſdite, la Comète placée ſous les ſept Étoiles du grand Chariot devoit être levée depuis long-temps; elle avoit paſſé au Méridien au plus tard vers dix heures du matin. Halley croit ſauver la difficulté en ſubſtituant la onzième heure de la nuit à la onzième heure du jour; mais la Comète devoit ſe lever bien avant la onzième heure de la nuit. D'autres croient que le ſens des paroles d'Auguſte eſt que ſur les quatre ou cinq heures du ſoir, le Soleil approchant de l'horizon & commençant à ſe dépouiller de ſon éclat, la Comète commençoit

à paroître. Comme il nous faut ici néceſſairement une explication, pour ſauver l'eſpèce de contradiction qu'on remarque dans les paroles d'Auguſte, & que d'ailleurs à la onzième heure du jour, on ne pouvoit certainement pas voir les Étoiles de la grande Ourſe, voici comme j'expliquerois ce paſſage. 1.° Par ces mots *circa undecimam horam diei*, j'entendrois la onzième heure du jour ou cinq heures du ſoir, c'eſt le ſens naturel des paroles d'Auguſte. 2.° Par l'expreſſion *ſub ſeptemtrionibus,* je ne vois pas pourquoi on a voulu entendre les ſept Étoiles du grand Chariot, qu'on ne voyoit pas alors: c'eſt principalement cette fauſſe interprétation qui a jeté du louche dans les paroles d'Auguſte, & qui a fait croire à quelques-uns que cette Comète ne pouvoit être la même que celle de 1680. Par *ſub ſeptemtrionibus* j'entends *ſous le ſeptentrion*, c'eſt-à-dire, ſous le pôle. 3.° Enfin par *oriebatur* j'entends qu'elle commençoit à paroître, non pas tout-à-fait à l'horizon, on ne l'auroit pas vue de jour, mais quelques degrés au-deſſus, de manière cependant que ſa queue pouvoit s'étendre vers l'horizon. Cela poſé, tout ſe ſuit dans la narration d'Auguſte, & tout ce que l'on ſait de cette belle Comète s'applique, on ne peut mieux, à celle de 1680. Les jeux que donnoit Auguſte commencèrent le 23 Septembre, & finirent le 29 du même mois. Je ſuppoſe que la Comète de 1680 avoit alors ſon nœud aſcendant vers $8^s\ 10^d$, & ſon périhélie vers $7^s\ 15^d$, & qu'elle avoit paſſé par ſon périhélie le 6 Août; dans cette hypothèſe le 23 Septembre elle étoit en $3^s\ 12^d$ avec 32^d de latitude boréale, & le 29 du même mois en $3^s\ 9^d$ avec 34 degrés & demi de pareille latitude. Donc elle ne ſe couchoit pas ſous l'horizon de Rome; & à cinq heures du ſoir, tous les ſept jours que durèrent les jeux, elle étoit ſous le pôle, aſſez voiſine du Méridien, & élevée de 12 à 15 degrés au-deſſus de l'horizon. Elle étoit d'ailleurs beaucoup plus près de la Terre qu'en 1680; elle devoit donc répandre beaucoup plus d'éclat. Ainſi tout ce que nous ſavons de la Comète de l'an 43 avant l'ère Chrétienne convient fort bien à la Comète de 1680; mais nous n'en ſavons pas aſſez pour prononcer que

ces phénomènes ne puiſſent pas convenir à bien d'autres Comètes. Au reſte, quelque ſentiment que l'on embraſſe à ce ſujet, il ne faut pas ſuppoſer que la durée de l'apparition de la Comète ait été bornée aux ſept jours de la durée des jeux que donnoit Auguſte; ou, ſi on ne l'a pas vue plus long-temps, ce n'a dû être qu'en conſéquence des nuages & du mauvais temps. Cette même cauſe aura auſſi empêché de voir la Comète durant la nuit, ſi c'eſt à l'occaſion de ces jeux que Virgile a compoſé ſon diſtique:

Nocte pluit totâ, redeunt ſpectacula manè;
Diviſum imperium cum Jove Cæſar habet.

« Il pleut toute la nuit; le matin les jeux ſe renouvellent: ainſi Céſar partage l'empire du Ciel avec Jupiter. »

Voyez ce que nous avons dit dans la ſeconde Partie, de la Comète de l'an 619 ou 618 avant J. C. Tout ce qu'on en ſait, c'eſt qu'elle a paru du côté de l'occident; or la Comète de 1680 peut paroître du côté de l'occident.

J'ai dit ſur l'an 1194 avant l'ère vulgaire tout ce qu'on pouvoit dire de plus plauſible, pour déterminer en cette année un retour de la Comète de 1680. Mais ſi dans la fable rapportée par Hygin, Avienus, Ovide, &c. l'on veut reconnoître l'apparition d'une Comète, il faut dire que ſelon ces Auteurs cette Comète a été des Pléïades au cercle polaire arctique: or c'eſt ce qui ne peut abſolument pas conveuir à la Comète de 1680.

On ne ſait rien de la route apparente qu'a tenue la Comète de l'an 1770 avant J. C. On ne peut donc pas décider ſi c'étoit un retour de celle de 1680.

Quant à la Comète qui a occaſionné le déluge, ſelon Whiſton, ſon apparition n'eſt fondée ſur aucun monument hiſtorique; on me diſpenſera d'entrer dans aucune diſcuſſion à ce ſujet.

On a donc vu en 1106, à la Chine en 530, & à Rome en 43 avant l'ère Chrétie ne, des Comètes à des intervalles de temps à peu-près égaux; ce qu'on ſait de ces Comètes peut s'appliquer à la Comète de 1680; il n'eſt donc pas

improbable que ces trois apparitions de Comètes ſoient autant de retours de celle de 1680, qui pour lors achèveroit ſa révolution périodique en cinq cents ſoixante-quinze ans ou environ. Mais comme ces mêmes phénomènes peuvent convenir à beaucoup d'autres Comètes, il n'eſt pas poſſible d'aſſurer bien poſitivement que telle ſoit en effet la révolution de la Comète de 1680.

Comète de 1652.

Struyck ne doutoit abſolument pas que la révolution périodique de la Comète de 1652 ne fût de cent trente-huit ans ou environ. On l'avoit déjà, ſelon lui, obſervée dans preſque tous ſes retours depuis l'an 146 avant l'ère Chrétienne; elle doit reparoître vers l'an 1790. Examinons attentivement ces prétendus retours.

En 1514 ou 1515, on a vu deux Lunes, dit Struyck; une de ces deux Lunes étoit ſans doute la Comète de 1652; celle-ci en effet étoit auſſi grande que la Lune, mais cela ne ſuffit pas pour transformer un paraſélène en Comète. Cavitelli, cité par Struyck, ne fait pas paroître ſeulement deux Lunes, mais deux Soleils & trois Lunes. Il parut au commencement de 1514 une Comète qui ne peut être celle de 1652, celle-ci ne pouvant aller en Janvier & Février de la fin de l'Écreviſſe à la fin de la Vierge. Cette même Comète de 1652 peut encore moins parcourir les douze ſignes du Zodiaque, comme Mizaud l'atteſte d'une Comète dont il marque l'apparition ſur l'an 1514 ou 1515. Vers la fin de 1515 ou au commencement de 1516, il parut une Comète; le peu qu'on en ſait pourroit convenir à celle de 1652.

Struyck a cru voir la Comète de 1652 dans celle de 1378, j'en ſuis étonné: celle-ci a paru vers la fin de Septembre près de la grande Ourſe, or vers la fin de Septembre, la Comète de 1652 ne peut guère être viſible, ou du moins ſi on la voyoit, ce ne ſeroit certainement pas près de la grande Ourſe.

Cette même Comète auroit bien pu être obſervée à l'occident vers le 25 Janvier 1240; mais je doute qu'elle eût pu

paroître durant tout le mois de Février ; elle n'auroit au moins certainement pas atteint le pôle boréal, près duquel Albert le Grand obſerva la Comète de 1240.

Struyck croit reconnoître cette Comète dans une Étoile ſautante qu'Ekkéard vit probablement en 1098 ou 1099 au plus tard ; voyez ce que nous avons dit ſur l'an 1096 & ſur l'an 1099, de ce météore, que Struyck rapporte à l'an 1100.

Conſtantin Porphyrogenète mourut le 9 ou le 15 Novembre 959 ; vers le temps de ſa maladie & de ſa mort on vit une Étoile ſombre & obſcure, elle parut aſſez long-temps. Abſolument parlant, ces caractères peuvent convenir à la Comète de 1652. Il ſeroit à deſirer que les Auteurs Bizantins nous euſſent inſtruits du lieu du Ciel où cette Comète a paru ; nous ſerions plus en état de décider ſi l'on peut la regarder comme un retour de la Comète de 1652.

Struyck ne trouve point de retour de cette Comète vers 821, mais il en remarque un à la fin de 684 : On vit en effet à la fin de cette année, entre Noël & l'Épiphanie, près des Pléïades, une Étoile abſolument obſcure, & reſſemblant à la Lune couverte d'un nuage. Tous ces caractères conviennent réellement, mais non pas excluſivement, à la Comète de 1652.

Struyck paſſe ici trois révolutions & remonte à l'an 132. On vit alors en effet une Comète, & elle paroiſſoit probablement dans Antinoüs ; or la Comète de 1652 ne pouvoit paroître dans cette Conſtellation.

La Comète qui fut obſervée en Chine l'an 4 avant l'ère Chrétienne, fut vue à la première & à la ſeconde Lune (en Février & Mars) avec même aſcenſion droite que la tête du Capricorne ; ſon apparition dura ſoixante-dix jours ; donc ce ne pouvoit être la Comète de 1652.

L'an 146 avant notre ère vulgaire on vit une Comète durant trente-deux jours ; elle étoit auſſi grande que le Soleil, rouge & comme de feu, répandant aſſez de lumière pour diſſiper les ténèbres de la nuit ; peu-à-peu elle diminua, ſon éclat s'affoiblit, enfin elle diſparut. J'accorderai, ſi l'on veut, que ces caractères peuvent convenir à la Comète de 1652 ;

mais comme on ne nous apprend ni en quel temps de l'année, ni dans quelle partie du Ciel cette Comète de l'an 146 a paru, il est impossible de rien prononcer de décisif.

Quant à la Comète *Typhon*, dont j'ai parlé sur l'an 975 avant notre ère vulgaire, Struyck croit bien y remarquer quelques traits de conformité avec celle de 1652; mais il convient qu'il n'est pas possible de déterminer l'année où elle a paru.

Ainsi de neuf Comètes que Struyck croit être autant de retours de la Comète de 1652, il n'en est que deux, ou tout au plus trois, qui aient quelque analogie avec cette Comète. Si l'on étoit bien assuré d'ailleurs de la révolution périodique déterminée par Struyck, on pourroit conjecturer avec quelque probabilité que la Comète de 1652 a été vue l'an 146 avant notre ère vulgaire, l'an 684 de cette ère & peut-être en 1515 ou 1516. Mais comme on n'a d'ailleurs aucune lumière sur la durée de la révolution, & que ce qu'on sait des Comètes, qui ont paru en ces trois années, peut s'appliquer à un nombre infini de Comètes fort différentes de celle de 1652; je ne pense pas qu'on puisse mettre cette Comète au nombre de celles dont les retours soient connus.

La Comète de 1677 est encore une de celles dont Struyck nous donnoit en 1740 la révolution périodique pour certaine; cette révolution est, selon lui, de quatre-vingt-quatorze ans trois quarts; il n'est pas possible de la méconnoître dans celle qui fut observée à Londres au mois de Mai 1582, en 12 degrés des Gémeaux près de la Chèvre. Struyck a calculé que si la Comète de 1677 a été périhélie en 1582 vers le 23 Mai, elle a dû être vue le 16 du même mois, à dix heures du soir, méridien de Londres, en $2^s\ 11^d\ 30'$ avec $17^d\ 29'\ 33''$ de latitude boréale; & c'est assez précisément où la Comète fut observée. Mais 1.° ceci ne formeroit qu'une présomption en faveur du retour de la Comète; beaucoup d'autres Comètes, fort différentes de celle de 1677, auroient pu avoir la même longitude & la même latitude géocentriques. 2.° Struyck auroit bien certainement changé d'avis, s'il eût eu connoissance

Comète de 1677.

des obſervations de Tycho, elles ſont inconciliables avec ſon ſentiment. Nous ne donnons pas comme bien précis les élémens de l'orbite de la Comète de 1582, que nous avons calculés d'après ces obſervations de Tycho; ils ne diffèrent pas extrêmement de ceux de la Comète de 1677, quant au lieu du nœud, à l'inclinaiſon de l'orbite & à la diſtance périhélie; le ſens du mouvement eſt le même, mais il y a plus de 100 degrés de différence entre les lieux du périhélie, c'eſt beaucoup trop, & les obſervations de Tycho ne ſont pas ſuſceptibles d'une telle erreur. Que ſeroit-ce, ſi nous regardions l'obſervation faite par Santucci au mois de Mars, comme appartenant à la même Comète obſervée au mois de Mai par Tycho? Il nous eſt donc impoſſible de regarder la Comète de 1582 comme un retour de celle de 1677.

Si la Comète de 1677 achevoit ſa révolution en quatre-vingt-quatorze à quatre-vingt-quinze ans, elle auroit dû reparoître vers 1772; elle n'a pas reparu. Je penſe qu'après cela il eſt inutile de diſcuter les autres retours que Struyck attribuoit à cette Comète. Elle a été vue, ſelon lui, l'an 30 avant l'ère Chrétienne, & depuis cette ère en 64, 158, 729, 824, 1015, 1109, 1298, 1391, 1582, 1677. L'apparition d'une Comète en 158 & en 824 eſt très-incertaine; on ne ſait rien autre choſe des Comètes de l'an 30 avant J. C. & des années 1015 & 1298, ſinon qu'elles ont paru, ce qu'on ſait des Comètes de 1109 & de 1391, cadre mal avec l'orbite de la Comète de 1677; il ne reſte donc que les Comètes de 64 & de 729 qui peuvent avoir quelque rapport avec celle de 1677, mais qui peuvent pareillement en être abſolument différentes.

Depuis le premier volume que Struyck publia en 1740, ce ſavant Cométographe fit exécuter une machine fort ingénieuſe, à laquelle il donna le nom de *Cometarium*; elle eſt décrite dans ſon ſecond volume imprimé en 1753. C'eſt une eſpèce de ſphère armillaire, dont le Soleil occupe le centre. Outre l'orbite de la Terre & celles des autres Planètes, il y a fait placer la partie des orbites cométaires calculées, dans

dans laquelle les Comètes peuvent être aperçues de la Terre. Ces orbites ſont diviſées en jours de part & d'autre du périhelie. Si une Comète paroît, on place la Terre au point convenable de ſon orbite, & l'on dirige un fil vers le lieu géocentrique obſervé de la Comète; ſi ce fil rencontre quelque orbite cométaire, on préjuge que ce pourroit être un retour de la Comète, dont le fil a rencontré l'orbite, les obſervations ſubſéquentes détruiront ou confirmeront ce préjugé. Un des uſages que Struyck a fait de ſon Cométaire a été d'y rapporter toutes les Comètes dont il avoit regardé les apparitions comme des retours de Comètes connues. En conſéquence de cette opération, & ſans doute auſſi de quelques ſages réflexions, il a renoncé à la plupart des retours qu'il avoit admis en 1740. Dans ſon ſecond volume en 1753, & ſur-tout dans les Manuſcrits qu'il me fit paſſer en 1759, outre les Comètes de 1682, 1661, 1556 & 1680, il ne reconnoît plus que celle de 1652, dont l'orbite ſoit certainement connue; nous voudrions pouvoir être de ſon avis. Quant à celle de 1677, il perſiſte à trouver quelque rapport entre elle, la ſeconde de 1582, & celle de 1298; il ne parle plus des autres retours, il ſupprime même abſolument de ſon Catalogue celle de 158; il auroit pu en faire autant de celle de 824: enfin il ſe borne à donner ce rapport entre les trois Comètes, comme un ſimple ſoupçon que ce pourroit être trois retours d'une ſeule & même Comète.

En 1740, Struyck avoit déterminé la révolution périodique de ſix autres Comètes; dans ſes Manuſcrits, communiqués en 1759, il ne fait plus que ſoupçonner ces révolutions; comme quelques-uns de ſes ſoupçons pourroient par l'évènement ſe trouver bien ſondés, il eſt juſte de lui en faire honneur. Quelques autres Comètes.

La Comète de 1337 paroît avoir beaucoup de rapport avec celle de 1558. Cela eſt vrai; on ne pourroit cependant pas expliquer par l'orbite de la Comète de 1337 tout ce qu'on nous dit de celle de 1558; mais il n'eſt pas poſſible de concilier entre eux les Auteurs qui ont parlé de cette

dernière Comète. Les élémens de 1337 repréſentent à quelque choſe près les obſervations faites par le Landgrave de Heſſe en 1558. Si ces deux Comètes ne diffèrent pas, la révolution périodique a dû ſe terminer vers 1779 ou 1780. M. Montaigne, Correſpondant de l'Académie des Sciences, a vu à Limoges une petite Comète le 18 & le 20 Octobre 1780. L'orbite de la Comète de 1337 n'eſt calculée qu'à peu-près; mais il faudroit y faire des changemens trop conſidérables pour y faire cadrer les obſervations de M. Montaigne. D'ailleurs ſi la Comète de M. Montaigne eût été la même que celle de 1337, elle auroit dû paroître à la fin de Septembre & au commencement d'Octobre bien plus grande que le 18 & le 20 Octobre.

Struyck trouve beaucoup d'analogie entre les Comètes de 1577 & 1399. On ne ſait rien de cette dernière, ſinon qu'elle parut au mois de Novembre avec un éclat extraordinaire, que ſa queue étoit tournée vers l'oueſt, & qu'elle ne parut que ſept jours. La Comète de 1577 parut, il eſt vrai, en Novembre avec un éclat extraordinaire; mais ſa queue étoit tournée vers l'eſt, & elle parut durant plus de deux mois. D'ailleurs elle n'a pas reparu vers 1755.

Les Comètes de 1596 & de 1676 ont entre elles beaucoup d'analogie, ſelon Struyck; mais la Comète de 1676 a été obſervée en Février & Mars par le P. de Fontenai dans l'Éridan & dans le Lièvre; donc avec une latitude auſtrale; & la Comète de 1596 n'auroit pu être obſervée dans les mêmes mois qu'avec une latitude boréale. De plus, cette Comète de 1596 auroit dû revenir en 1756, & on ne l'a pas revue. Struyck s'eſt ſans doute aperçu que l'orbite de la Comète de 1596, calculée par Halley, ne repréſentoit pas exactement ce que l'on ſait de la Comète de 1676; en conſéquence, il propoſe de réformer le calcul d'Halley, fondé, dit-il, ſur de mauvaiſes obſervations qu'Halley croyoit être de Meſtlin. Nous avons eu connoiſſance des bonnes obſervations de Tycho, nous avons réformé ſur elles la théorie de l'orbite propoſée par Halley, & l'analogie

entre les Comètes de 1596 & 1776 ne s'en eſt pas mieux ſoutenue.

Struyck trouve du rapport entre les Comètes de 1665 & de 1066 : voyez ce que nous avons dit à ce ſujet ſur l'an 1066.

Quant à l'analogie que Struyck trouve entre la Comète de 1684 & celle de 1110, nous ſouſcrivons volontiers à ſon ſentiment : il n'avoit pas connoiſſance des obſervations de la Comète de 1110 faites à la Chine; ces obſervations, ainſi que tout ce que nous ſavons d'ailleurs des mouvemens de cette Comète, s'accordent aſſez bien avec la théorie de la Comète de 1684. Cependant, imitant la ſageſſe de Struyck, nous ne donnons notre opinion ſur l'identité de ces deux Comètes, que comme un ſimple ſoupçon. Encore moins concluons-nous que la révolution périodique de cette Comète eſt de cinq cents ſoixante-quatorze ans; il pourroit ſe faire que cet intervalle de cinq cents ſoixante-quatorze ans renfermât deux, trois ou quatre révolutions de la Comète.

« C'eſt une queſtion à faire aux Aſtronomes, dit Struyck, ſi la Comète de 1512 n'eſt pas la même que celle de 1686, « &, en rétrogradant, que celle du mois d'Avril 1338, du « mois d'Août 1165, c'eſt-à-dire une des deux de cette année, « de Septembre 990, de Février 817, & de l'an 53 avant « J. C. En ce cas chaque révolution ſe feroit en cent ſoixante- « quatorze ans. » Nous répondons qu'on ne ſait autre choſe de la Comète de 1512, ſinon qu'elle a paru en Mars & Avril ; de celles de 1165, qu'elles ont paru le matin au mois d'Août, l'une au nord, l'autre au ſud; de celle de 990, qu'elle a été vue à l'occident vers la fin d'Août, ou en Septembre; de celle de 817, qu'on l'a découverte le 5 Février dans le Sagittaire, & qu'elle étoit monſtrueuſe; de celle de l'an 53 (ou 52) avant notre ère vulgaire, que ce n'eſt qu'un flambeau de Jules Obſequens, ſur lequel on n'a aucun détail. Il ne paroît pas que la Comète de 1686 ait pu être vue le matin en 1165. Ce que nous ſavons des autres Comètes citées par Struyck ſe réduit à peu de choſe; on a cependant

une obſervation telle quelle de la Comète de 1338; & cette obſervation, ainſi que le peu que nous ſavons des autres Comètes, ſe concilie aſſez bien avec les élémens de l'orbite de la Comète de 1686. Mais le tout ſe concilieroit au moins auſſi-bien avec pluſieurs autres orbites de Comètes. Suſpendons donc notre jugement; ſi cette Comète reparoît vers 1860, nos neveux la compteront au nombre de celles dont la révolution périodique eſt connue.

Struyck ſoupçonne que la ſeconde Comète de 1702 ne diffère pas de la première de 1402. Je conviens de la grande analogie qu'il y a entre ces deux Comètes; mais il n'y en a guère moins entre cette première Comète de 1402 & celle de 1661; la révolution périodique de celle de 1661 eſt d'ailleurs cenſée connue, & demande un retour vers 1402 ou 1403; ce que l'on ſait de la ſeconde Comète de 1402 ne peut convenir à celle de 1661; il eſt donc naturel de penſer que c'eſt la Comète de 1661, plutôt que celle de 1702, qui s'eſt montrée en Février & Mars 1402.

On ſait trop peu de circonſtances de l'apparition de la Comète de 1557, pour prononcer qu'elle pourroit bien ne pas différer de celle de 1707.

La première Comète de 1618 eſt jugée par Struyck avoir beaucoup de conformité avec celle de 1739; mais nous avons calculé la première, & ſon orbite eſt fort différente de celle de la Comète de 1739.

Si Struyck eût eu connoiſſance des obſervations de la Comète de 1315, faites à la Chine, il n'auroit certainement pas confondu cette Comète avec la ſeconde de 1618. Voyez ce que nous avons dit de cette Comète ſur l'an 1315.

La Comète vue une ſeule fois en 1750 par M. Wargentin, pourroit être, ſelon Struyck, un retour de celle de 1672.

Il regarderoit auſſi volontiers celle de 1718 comme un retour de celle de 1299; mais nous avons calculé celle-ci ſur des obſervations dont Struyck n'avoit pas aſſez de connoiſſance; les deux orbites ne ſe reſſemblent pas.

Struyck trouve du rapport entre la Comète de 1737 & celle de 1539; mais il nous ſemble que la Comète de 1737 n'auroit pu être obſervée le 11 Mai 1539 dans le Lion avec une latitude boréale.

La Comète obſervée par Santucci en Mars & Avril 1582, pourroit, ſelon Struyck, ne pas différer de la ſeconde de 1743. C'eſt ſur quoi il nous ſeroit difficile de prononcer, la Comète de 1582 ayant été trop mal décrite par Santucci.

Struyck penſe que la belle Comète de 1744 eſt la même que celle qui fut obſervée en 1538 par Apien & par Gemma Friſius; mais pour réuſſir à prouver cette identité, il corrige les obſervations d'Apien & de Gemma, ſans prouver qu'elles ſoient réellement défectueuſes.

En 1753, Struyck, trompé par une faute de Copiſte, faiſoit paroître en 1331 une Comète, qu'il trouvoit fort analogue avec celle de 1683. Dans ſes Manuſcrits de 1759, il reporte cette Comète à l'année 1301, à laquelle elle appartient véritablement, & ne parle plus de ſon analogie avec celle de 1683. Il y ſupprime auſſi la reſſemblance qu'il avoit ſoupçonnée en 1753 entre les Comètes de 1313 & de 1533, ſans doute, parce que celle-ci n'avoit pas reparu vers 1753.

CHAPITRE IV.

Des effets des Comètes.

Erreurs des Anciens.

LES Anciens ne regardoient les Comètes qu'avec effroi; elles étoient, ſelon la Philoſophie de ces temps reculés, ou les avant-coureurs, ou même les cauſes des plus affreux déſaſtres; la ſéchereſſe, la famine, les maladies, la peſte, les guerres les plus ſanglantes, la dévaſtation des provinces, la rébellion des peuples, la révolution des États, telles étoient les ſuites néceſſaires de l'apparition des Comètes. On n'exige pas ſans doute de moi que je réfute ces rêveries. Voyez ce que nous

en avons dit dans la première Partie, sur-tout au Chapitre v. Il n'y a plus de difficulté sur la nature des Comètes; on convient que ce sont de véritables Astres, aussi anciens que le monde, & soumis dans leurs mouvemens aux mêmes loix que les Planètes; donc ce ne sont point des corps surnaturels que Dieu tient en réserve dans les trésors de sa providence, & qu'il fait paroître lorsqu'il le juge à propos, pour nous avertir de recourir à lui & de réformer nos mœurs: donc les exhalaisons qui montent de la Terre pour former la Comète, & les cendres qu'elle répand sur la Terre après sa dissolution, ne sont pas capables d'altérer l'air que nous respirons, de corrompre nos humeurs, d'émouvoir la bile des Princes & des peuples, d'occasionner des séditions & des guerres, &c. « Eh! plût à Dieu, disoit, il y a plus de deux cents ans, Thomas » Éraste, que les guerres n'eussent d'autre cause que la bile » des Souverains, échauffée par l'action de quelque Comète! » Un habile Médecin, avec quelque dose de rhubarbe ou de syrop de roses, ramèneroit bientôt les douceurs de la paix. » Nous considérons donc ici les Comètes comme de véritables Planètes, & nous devons examiner si, comme telles, elles peuvent produire des effets qui nous soient ou utiles, ou préjudiciables.

Lumière des Comètes.

Si les Comètes sont de vraies Planètes, leur tête ou leur noyau doit être un corps opaque, éclairé des rayons du Soleil: mais leur atmosphère, nommée ordinairement, *leur chevelure*, est également pénétrée des mêmes rayons, & nous les renvoie souvent, plus même que le corps de la Comète. C'est sans doute pour cette raison qu'on ne voit pas les Comètes en croissant ou en quadrature, comme nous y voyons souvent la Lune, Mercure & Vénus. On a cependant eu quelquefois de légères idées de ces phases; voyez ce qui est dit de la Comète de 1744 dans les *Mémoires de l'Académie 1744, page 304*, & ce que nous avons dit, dans la deuxième Partie, de la Comète de l'an 813. Un Observateur a avancé que lorsque la Comète de 1769 approchoit du Soleil, il avoit vu le noyau en croissant, ensuite en quartier[a].

[a] *Mémoires de l'Acad. des Sc. année 1775, p. 434.*

Une Comète, voisine de la Terre, peut lui renvoyer assez de rayons pour l'éclairer. Diodore de Sicile, *livre XV*, parle d'une Comète « qui étoit d'une si grande clarté, que pendant la nuit elle formoit des ombres à peu-près semblables à celles « que forme la Lune ». La Comète de l'an 146 avant J. C. étoit, suivant Sénèque, aussi grande que le Soleil & dissipoit les ténèbres de la nuit. Celles des années 136 & 118 avant la même ère étoient, selon Justin, plus éclatantes que le Soleil. Ducas dit que celle qui parut en 1402 en été ne permettoit ni aux Étoiles de déployer leur lumière, ni à la nuit d'obscurcir l'air. Un tel éclat sans doute seroit fort utile à ceux qui voyagent pendant la nuit, mais ces occasions sont extrêmement rares, & cet éclat ne peut durer long-temps.

Parallaxe du Soleil, conclue de celle des Comètes.

Une Comète en sa plus grande proximité de la Terre pourroit nous être d'une utilité plus réelle, en nous fournissant un moyen de déterminer avec précision la parallaxe du Soleil. Mais il faudroit pour cela que son disque fût bien terminé, il faudroit que la raison de sa distance au Soleil à celle de la Terre au Soleil fût bien connue, il faudroit enfin que la Comète fût observée en même-temps par deux bons observateurs, assez éloignés l'un de l'autre, pour que la distance des lieux fournît une base suffisante aux calculs trigonométriques qu'on seroit obligé de faire. Il paroît qu'on seroit peu fondé à espérer la réunion de ces circonstances favorables.

Éclipses.

Les Comètes étant des corps opaques, & recevant leur lumière du Soleil, il n'y a point de doute qu'elles ne puissent éclipser le Soleil & les Étoiles par leur interposition entre ces Astres & la Terre. Elles peuvent pareillement éclipser les Planètes, soit en passant entre elles & la Terre, soit en les dépouillant de leur lumière en passant entre le Soleil & elles. Les Comètes peuvent également être éclipsées par les Planètes, soit en passant derrière elles, soit en traversant leur ombre, mais on conçoit que ces phénomènes doivent être extrêmement rares. Les occultations d'Étoiles par des

Comètes doivent être un peu plus fréquentes; aussi en a-t-on quelques exemples. On a cru même trouver dans l'antiquité des éclipses de Soleil, occasionnées par des Comètes. « On » voit des Comètes égales à la Lune, dit Fréret; telle étoit » celle de 1652, selon Hévélius: ainsi les Comètes peuvent » éclipser le Soleil. C'est une réflexion de M. de Vignoles, » qui explique par-là l'éclipse totale qui parut selon Hérodote » au printemps de l'an 480 (479) avant J. C. & qui » effraya également les Perses & les Grecs. Le calcul ne » donne point cette année de pareille éclipse, & Hérodote » écrivoit trente ou quarante ans au plus après cette éclipse. » Il en est de même d'une autre éclipse totale, qui précéda » de quelques jours la mort d'Auguste, au rapport de Dion: » attribuons-la à la Comète qui parut l'année même, selon » Sénèque, témoin oculaire. C'est aux Théologiens à décider » si on pourroit faire usage de cette explication pour l'éclipse de la mort de J. C. ». Hévélius étoit plus hardi, il prononce que cette éclipse de la Passion n'a eu d'autre cause que l'intervention d'une Comète. Nous imiterons la sage retenue de Fréret.

Acad. des Inscript. t. X, p. 357.

Cométographie, p. 540.

Perturbation des Planètes, &c. par les Comètes.

Nous avons vu sur l'an 1454, qu'une Comète avoit éclipsé la Lune; elle a donc dû passer fort près de la Terre. Révoquera-t-on le fait en doute? Mais il est attesté par un témoin oculaire, sage, judicieux; le fait en lui-même n'est pas impossible; s'il est vrai, concluons que les Comètes ont très-peu de densité, puisque la proximité de cette Comète n'a produit aucun effet sensible ni sur la Terre, ni sur le mouvement de la Lune.

Il se pourroit cependant que la matière de toutes les Comètes ne fût pas aussi rare que celle de la Comète de 1454. On demande en ce cas si les Comètes pourroient opérer quelque effet sensible sur les Planètes & principalement sur la Terre?

Nous répondons d'abord qu'en général on peut conjecturer par analogie que les Comètes ont fort peu de densité; nous l'avons prouvé au Chapitre I.er par l'exemple de la Comète de 1454,

de 1454, de celle de 1680, de celle de 1770 : celle-ci a paſſé à ſept cents cinquante mille lieues de la Terre, c'eſt-à-dire douze fois plus près de la Terre que n'en eſt Vénus dans ſes conjonctions inférieures; en ſuppoſant la maſſe de la Comète égale à celle de Vénus, ſon action ſur la Terre auroit été cent quarante-quatre fois plus forte que celle de Vénus, elle n'a cependant occaſionné aucune perturbation ſenſible, ni ſur la Terre, ni ſur Jupiter dont elle a beaucoup plus approché. On pourroit citer l'exemple de pluſieurs autres Comètes, qui ſe ſont fort approchées des Planètes ſans déranger ſenſiblement leur mouvement. M. Euler ne doutoit pas que la Comète de 1744 n'eût occaſionné une très-forte perturbation dans l'orbite de Mercure; ſes principes étoient ſans doute inconteſtables, ſes calculs exacts; mais ce grand Géomètre partoit d'une fauſſe hypothèſe; il ſuppoſoit dans la Comète une maſſe comparable à celle de Mercure, & cela n'étoit apparemment pas, puiſque le dérangement n'a pas eu lieu.

Mais, dit un des plus grands génies de ce ſiècle, « Si on fait attention à la denſité, à la fixité & à la ſolidité de « la matière dont les Comètes doivent être compoſées, pour « ſouffrir, ſans être détruites, la chaleur inconcevable qu'elles « éprouvent auprès du Soleil, & ſi on ſe ſouvient en même « temps qu'elles préſentent aux yeux des obſervateurs un noyau « vif & ſolide qui réfléchit fortement la lumière du Soleil à « travers l'atmoſphère immenſe de la Comète qui enveloppe & « doit obſcurcir ce noyau, on ne pourra guère douter que les « Comètes ne ſoient compoſées d'une matière très-ſolide & « très-denſe, & qu'elles ne contiennent ſous un petit volume « une grande quantité de matière ». Il eſt extrêmement rare que le noyau de la Comète ſoit vif & réfléchiſſe fortement la lumière du Soleil. Mais quoi qu'il en ſoit; ce n'eſt point par des raiſonnemens qu'on doit combattre des faits. Connoiſſons-nous la matière des Comètes? Elle peut être très-rare & réſiſter cependant à l'action du feu le plus violent. L'argile pur, le quartz, le criſtal de roche ſont ſept à huit fois moins

Hiſtoire Nat. 1.re édit. t. I, p. 137.

pesans qu'un égal volume d'or; ils contiennent donc sept à huit fois moins de matière : combien cependant le feu est-il plus actif sur l'or que sur ces matières ! Ce n'est donc point, à ce qu'il nous semble, par la résistance à l'action du feu qu'il faut juger de la densité des corps.

Nous croyons donc que, généralement parlant, les Comètes ont peu de masse, & que leurs masses, inégales sans doute entre elles, ne sont pas comparables à celles des Planètes. Cela posé, examinons les bons & les mauvais effets que l'on a cru pouvoir attribuer à l'action des Comètes. Nous supposons dans cet examen les principes de la gravitation universelle, tels qu'ils ont été posés & démontrés par le sublime Newton.

Systême de Whiston, sur la transformation des Comètes en Planètes.

On a dit d'abord que la Terre elle-même avoit été primitivement une Comète ainsi que la Lune (& même toutes les autres Planètes) ce qui n'empêchoit pas que la Lune ne tournât autour de la Terre, plusieurs Comètes ayant probablement des Satellites. Le noyau de la Terre, formé d'une matière extrêmement dure & compacte, étoit donc environné comme les Comètes, d'une atmosphère dense & opaque; c'étoit le *cahos* des Anciens, ou l'*abyme* que l'Écriture témoigne avoir été couvert de ténèbres : *tenebræ erant super faciem abyssi.*

Gen. cap. 1, vers. 2.

La Comète venoit de passer en son périhélie fort près du Soleil : son noyau avoit contracté une chaleur brûlante; c'est la cause de la chaleur centrale, qui subsiste encore aujourd'hui. Il plut au souverain Maître de l'Univers de faire de cette Comète une terre habitable ; il diminua la force centrifuge ou tangentielle de la Comète; son orbite s'inclina vers le Soleil, d'extrêmement excentrique qu'elle étoit primitivement elle devint médiocrement excentrique ; la Comète devint Planète; sa révolution autour du Soleil fut limitée à un an; elle n'avoit alors aucun mouvement diurne, ainsi le jour étoit égal à l'année. L'hémisphère où Dieu se proposoit de créer l'homme & les animaux, jouissoit durant neuf à dix mois de

la présence du Soleil, tant étoit grande encore l'excentricité de l'orbite terrestre!

L'atmosphère terrestre ayant dix à onze fois plus de diamètre que le noyau, étoit composée de deux sortes de parties; l'une contenoit un petit nombre de particules sèches, solides & terreuses, avec une quantité plus petite encore de particules aqueuses & aériennes; l'autre étoit un fluide dense & pesant: tout cela étoit confusément mêlé, & formoit un vrai cahos. Mais aussitôt que la Terre fut devenue planète, toutes ces parties s'affaissèrent, proportionnellement à leur gravité spécifique; ce fluide dense & épais descendit le premier, & environna le noyau. L'air, l'eau, les parties terreuses, encore mêlées ensemble, interceptèrent pour quelque temps les rayons solaires; mais enfin la plus grande partie de la Terre & de l'eau s'étant affaissée comme une croûte sur le fluide dense; l'air, devenu moins hétérogène, permit le passage aux rayons solaires: la lumière parut d'abord, telle que nous la voyons lorsque le ciel est couvert de nuages, & enfin, l'air continuant à s'épurer, le Soleil & la Lune se montrèrent.

Je passe sous silence tout ce qui dans ce système est absolument étranger aux Comètes. Lorsque l'homme eut péché, une petite Comète passa très-près de la Terre, & coupant obliquement le plan de son orbite, lui imprima un mouvement de rotation. C'est sans doute à cette même Comète qu'il faut attribuer la parfaite circularité de l'orbite terrestre, qui selon l'Auteur doit être reconnue avant le déluge. Dans ce même temps l'année solaire & l'année lunaire étoient également de trois cents soixante jours, ou de douze mois lunaires, chacun de trente jours. Ces trois cents soixante jours revenoient à $355^j\ 4^h\ 20'\ 30''$ de nos jours actuels.

Dieu avoit prévu que l'homme pécheroit, & que ses crimes parvenus à leur comble demanderoient une punition terrible; en conséquence il avoit préparé dès l'instant de la création une Comète qui devoit être l'instrument de ses vengeances. Cette Comète est celle de 1680. Le Vendredi 28 Novembre, année Julienne 2349, avant l'ère Chrétienne, Sur le Déluge universel.

selon le texte Hébreu moderne, ou mieux le Lundi 2 Décembre 2926, selon le texte Samaritain, les Septante & Josèphe, la Comète de 1680 se trouva dans son nœud descendant, n'étant distante de la Terre que de dix mille milles, ou de trois mille six cents quatorze lieues de vingt-cinq au degré. Cette Comète est six fois plus massive que la Lune; elle a quatre fois moins de masse que la Terre. La conjonction est arrivée lorsque l'on comptoit midi sous le méridien de Pékin, où Noë demeuroit avant le déluge, & par conséquent trois jours & demi après la nouvelle Lune de l'an 2349, ou trois jours & demi après la pleine Lune de l'an 2926, circonstance absolument nécessaire, pour que la Comète n'enlevât pas à la Terre son Satellite. Or quelles ont été les suites de cette conjonction?

1.° Lorsque le mouvement de rotation de la Terre avoit commencé, il n'avoit pu s'exécuter sans faire prendre à cette Planète la forme d'un ellipsoïde aplati par les pôles. Or cette opération avoit nécessairement entr'ouvert en plusieurs endroits la croûte terreuse qui couvroit le grand abîme, ou ce fluide dense & épais dont nous avons parlé plus haut. Par le laps de temps ces blessures de la Terre s'étoient cicatrisées; mais lorsque la Comète de 1680 se trouva à trois ou quatre mille lieues seulement des monts Gordiens en Arménie, avec quelle force n'attira-t-elle pas les colonnes terreuses qui formoient ces montagnes, ainsi que la croûte qui les avoisinoit! Et sur-tout quelle dut être la véhémence du flot que le voisinage de la Comète excita dans l'abîme intérieur, dans ce fluide dense & pesant, qui dut faire les plus grands efforts pour soulever la croûte terreuse dont il étoit couvert!

Ces deux causes réunies concoururent à renouveler les anciennes blessures de la Terre, & à former de nouvelles ouvertures; les colonnes dont étoit composée la croûte terreuse se séparèrent & laissèrent entre elles des vides. Telle que l'eau de la mer s'élève au-dessous de la Lune, & vers le point qui lui est diamétralement opposé, & qu'elle s'abaisse au contraire à quatre-vingt-dix degrés de part & d'autre;

telles les colonnes terreuſes s'élevèrent en Aſie ſous l'action directe de la Comète & en Amérique vers le point diamétralement oppoſé à cette action, & elles s'affaiſſèrent entre l'Afrique & l'Amérique d'une part, de l'autre entre l'Aſie & l'Amérique, ainſi que vers les pôles. Cette opération préparoit un baſſin au grand océan: car avant le déluge il y avoit bien des mers; mais il s'en falloit de beaucoup qu'elles fuſſent auſſi vaſtes, auſſi profondes qu'aujourd'hui.

2.° L'atmoſphère de la Comète atteignit la Terre vers les monts Gordiens, ou un peu plus à l'occident, & tout l'hémiſphère occidental, relativement à ces montagnes, intercepta la queue de la Comète; cette queue en conſéquence, ainſi qu'une partie de l'atmoſphère Cométaire, ſe mêla avec l'atmoſphère terreſtre, & la chargea de parties aqueuſes & terreuſes, qui s'uniſſant enſemble tombèrent en pluie ſur la Terre pendant quarante jours; & cette pluie, preſſant ſur les colonnes terreuſes & augmentant leur poids, les fit enfoncer dans ce fluide intérieur; ce fluide fut ainſi forcé de s'échapper par les ouvertures faites à la Terre, & augmenta l'inondation *(a)*. La profondeur des eaux du déluge fut, ſelon Whiſton, de ſix milles Anglois, dont un mille fut dû à l'éruption du fluide intérieur, cinq milles environ à l'atmoſphère ou chevelure de la Comète, & très-peu de choſe à la queue de la Comète.

3.° L'eau ſe retira par ſon propre poids dans les ouvertures de la Terre; une partie fut exaltée en vapeurs dans notre atmoſphère; une autre partie fut pouſſée par le vent dans les crevaſſes des montagnes, leſquelles crevaſſes étoient en bien plus grand nombre que celles des vallées; le reſte enfin forme notre Océan actuel. Quant aux parties terreuſes,

---

(a) Les parties terreuſes, qui formèrent une croûte ſur le fluide denſe & peſant de l'abîme, étoient imbibées de parties aqueuſes: celles-ci filtrèrent à travers la croûte terreuſe, lorſqu'elle ſe conſolida, & ſe réunirent au fluide denſe de l'abîme, ſur lequel elles ſurnagèrent. C'eſt ce fluide aqueux, & non pas le fluide denſe & peſant, qui s'échappa par les crevaſſes de la Terre.

empruntées de l'atmoſphère de la Comète, elles s'affaiſsèrent & formèrent autour de la Terre une nouvelle croûte de cent cinq pieds, ou peut-être même de deux cents ou trois cents pieds d'épaiſſeur. Le volume de la Terre ainſi augmenté, ſa rotation dut devenir proportionnellement un peu plus lente.

4.° La Comète accéléra le mouvement de la Terre & rendit ſon orbite elliptique de circulaire qu'elle étoit auparavant. La diſtance périhélie de cette ellipſe eſt égale au rayon du cercle primitif; & la durée de la révolution annuelle ſe trouve alongée de $10^{j}\ 1^{h}\ 28'\ 30''$.

Sur la conflagration finale de la Terre.

Une ou pluſieurs Comètes ſont préparées dans les tréſors de la divine Providence pour opérer une cataſtrophe bien plus ſurprenante. Une Comète, deſcendant vers le Soleil, ou montant de cet Aſtre, & paſſant très-près de la Terre, mais derrière ou à ſon occident, retardera le mouvement de la Terre, & changera ſon orbite preſque circulaire en une orbite très-excentrique. La Terre à chaque paſſage par ſon périhélie ſe trouvera très-voiſine du Soleil, elle y éprouvera une chaleur d'une extrême intenſité, elle entrera en combuſtion.

Cette conflagration générale, prédite dans les Saintes Écritures, peut s'exécuter autrement; le feu central ſuffit pour l'opérer. Mais deux obſtacles ſe préſentent, les eaux de l'Océan, & la fraîcheur de l'air, ſur-tout de ſa moyenne région. Si donc on peut aſſigner une cauſe qui faſſe diſparoître les eaux répandues ſur la Terre, & qui échauffe ſuffiſamment l'air, même juſque ſous les pôles, rien ne s'oppoſera plus à l'action du feu central. Or, une Comète qui aura paſſé fort près du Soleil dans ſon périhélie, & qui paſſera enſuite à une grande proximité de la Terre, peut facilement produire ces deux effets. 1.° Telle que celle du déluge, elle occaſionnera une ſecouſſe violente dans le fluide de l'abîme, & attirera puiſſamment à elle la croûte qui couvre cet abîme; donc les vieilles crevaſſes de cette croûte ſe rouvriront, il s'en formera beaucoup de nouvelles: il n'en faut pas davantage pour engloutir toutes les eaux répandues ſur notre globe. 2.° L'atmoſphère de la Comète ne ſera pas gelée, comme

l'étoit celle de la Comète du déluge; celle-ci, durant plus de cinq cents cinquante ans, s'étoit trouvée hors de la portée de l'activité des rayons solaires; celle qui occasionnera la dernière conflagration, aura au contraire passé peu de temps auparavant par son périhélie, où son atmosphère se sera embrasée : à peine la bouche d'un volcan, vomissant des laves liquéfiées par la chaleur intérieure qui le consume, peut-elle donner une légère idée de l'embrasement de l'atmosphère de cette Comète. Combien grand ne sera pas l'incendie de notre atmosphère, lorsque la Terre traversera l'atmosphère enflammée de cette Comète! Donc l'air ne mettra alors aucun obstacle à l'activité du feu central; au contraire, ces particules enflammées, dont notre air sera chargé, seront emportées par leur poids dans les entrailles entre-ouvertes de la Terre, & seconderont puissamment l'action du feu central. Cette Comète pourroit bien séparer la Lune de la Terre. Il est aussi très-possible qu'elle affecte le mouvement diurne & le mouvement annuel de la Terre, en rendant ces deux mouvemens parfaitement égaux, & de plus en détruisant l'excentricité de l'orbite terrestre, qui redeviendroit exactement circulaire, ainsi qu'elle l'étoit avant le déluge.

Enfin après que les Saints auroient régné pendant mille ans sur la Terre régénérée par le feu, & rendue de nouveau habitable par la volonté divine, une dernière Comète viendra heurter la Terre, l'orbite terrestre s'alongera excessivement, & la Terre redevenue Comète, cessera d'être habitable.

Tel est le système de Guillaume Whiston sur la formation de la Terre, sur le déluge universel & sur la conflagration prédite pour la fin des siècles; les Comètes y jouent un trop grand rôle, pour qu'il me fût possible de le passer sous silence. J'ai tâché de l'exposer avec la plus grande fidélité; si je ne me suis pas toujours accordé avec le brillant tableau qu'en a tracé M. de Buffon, il faut apparemment en attribuer la cause à la différence des éditions que nous avons consultées; j'ai eu recours à la dernière. Peut-être aussi M. de Buffon a-t-il

A new Theory of the Eart, fifth edition.

Hist. Natur. in-4.° tome I, p. 168 & suiv.

cru qu'il ne feroit pas hors de propos d'embellir le fyftème de Whifton; il y a long-temps que le Poëte a dit:

Ridiculum acri,
Fortiùs & meliùs magnas plerùmque fecat res.

Horat. lib. I, Sat. X.

Réfutation de ces Syftèmes.

Je ne ferai point un crime à Whifton d'avoir tenté d'expliquer par une mécanique phyfique l'ouvrage des fix jours & le déluge univerfel. Dieu fans doute peut opérer des miracles par un acte direct & immédiat de fa volonté; mais fouverainement fage, & embraffant dans fa préfcience infinie tout ce qui doit arriver dans toute la fuite des fiècles, il peut avoir préparé dès le commencement des caufes fecondes pour exécuter fes volontés éternelles dans les temps marqués par fa divine Providence. Je ne trouve donc rien dans le fyftème de Whifton qu'on puiffe raifonnablement regarder comme contraire à la révélation. Qu'on accorde aux Comètes toute l'efficacité que Whifton leur attribue, l'ouvrage des fix jours & la cataftrophe du déluge font expliqués d'une manière très-naturelle & fuffifamment conforme au texte facré. Il n'eft pas même vrai que la confervation de l'Arche *paroiffe inquiéter beaucoup* l'auteur, qu'il foit obligé de *ramer*, & qu'il *rifque de fe noyer avec elle*, au moins dans la cinquième édition de fa théorie. La confervation de ce *précieux vaiffeau* m'a paru être une fuite tout-à-fait naturelle des principes de l'auteur.

Mais ces principes font-ils également conformes à ceux d'une faine Phyfique? je ne le penfe pas, au moins quant à leur totalité; plufieurs me paroiffent douteux, j'ajouterois volontiers que quelques-uns me femblent extrêmement hafardés.

1.° Je ne penfe pas que la Terre ait jamais été une Comète telle que Whifton nous la repréfente. Ce cahos qui l'environnoit, ces parties terreufes & aqueufes, & principalement ce fluide denfe & pefant, qui formoit la plus grande partie de fon atmofphère, auroit dû s'affaiffer, conformément aux loix reconnues de la gravitation, long-temps avant que la Terre

Terre paſſât de l'état de Comète à celui de Planète. On dira peut-être que la Terre venant de paſſer en ſon périhélie fort près du Soleil, la chaleur de cet Aſtre avoit raréfié, exalté, volatiliſé ce fluide peſant, & l'avoit ſéparé du noyau de la Terre, ſur lequel il s'étoit déjà réellement affaiſſé. Soit, je conſens que cela ait été poſſible ; mais je ne vois pas que ce fluide, ainſi atténué, ait pu compoſer un cahos impénétrable à la lumière. L'atmoſphère des Comètes ne forme point un tout opaque ; j'en appelle à l'obſervation. Si la chevelure des Comètes étoit réellement opaque, elle ne réfléchiroit la lumière que de la partie qui ſeroit tournée vers le Soleil ; elle paroîtroit en croiſſant, en quadrature, rarement pleine & ronde, puiſque nous voyons rarement les Comètes en oppoſition avec le Soleil. Or l'atmoſphère ou chevelure des Comètes nous paroît toujours ſous une forme pleine & ronde, & le noyau en occupe toujours aſſez exactement le milieu. Donc cette atmoſphère n'eſt pas opaque, elle permet un libre paſſage aux rayons de lumière, qui la traverſent en entier, pour en éclairer les parties directement oppoſées au Soleil.

2.° Je ne vois pas comment une petite Comète, paſſant près de la Terre, & coupant obliquement ſon orbite, a pu lui imprimer un mouvement de rotation ſur ſon axe. Cela ne pourroit ſe concevoir, qu'autant qu'on ſuppoſeroit que la Comète auroit été dans ſon périgée vis-à-vis d'une montagne terreſtre, extrêmement élevée, & abſolument iſolée de toute autre montagne ſemblable : on pourroit dire alors que la Comète ayant dépaſſé la montagne, auroit continué de l'attirer plus puiſſamment que les parties de la Terre auxquelles elle auroit dû ſucceſſivement répondre, & l'auroit ainſi contrainte de prendre la place de ces parties ; & ce mouvement, communiqué à la maſſe de la Terre, auroit donné le branle à ſon mouvement diurne. Mais une telle hypothèſe ne paroît pas pouvoir être admiſe, & d'ailleurs ſatisferoit-elle pleinement à l'effet qu'on voudroit lui attribuer ?

De plus, l'action de cette Comète ſur la Terre ſeroit ou inférieure, ou égale, ou ſupérieure à l'action de la Comète

du déluge. Si elle lui étoit inférieure, comment se peut-il qu'elle ait imprimé à la Terre un mouvement de rotation sur son axe en moins de vingt-quatre heures, & que l'action de la Comète du déluge sur ce même mouvement ait été presque insensible? Si l'action de la première Comète étoit égale ou supérieure à l'action de la seconde, cette première Comète auroit dû occasionner sur Terre une catastrophe au moins aussi grande que celle que Whiston regarde comme un effet de la seconde. Il y a plus ; indépendamment de toute comparaison directe entre les forces des deux Comètes, la catastrophe a dû avoir lieu, dans les principes de Whiston, par la seule action de la première Comète. En effet, c'est en élevant les monts Gordiens de six milles Anglois au-dessus du niveau de la mer, & en creusant peut-être d'autant le lit de l'Océan, que la Comète du déluge a rompu les voûtes du grand abîme, selon Whiston : le déluge couvrit la Terre d'eau, jusqu'à la hauteur de six milles Anglois, & la sixième partie de cette eau, fut l'effet de l'ouverture du grand abîme. Or, si c'est une Comète qui a imprimé à la Terre un mouvement de rotation sur son axe; par une suite immédiate de ce mouvement, l'équateur terrestre a dû se relever dans toute son étendue de dix à onze milles Anglois, & les pôles s'abaisser d'autant : un tel effet a-t-il pu s'opérer sans occasionner dans toute la croûte terrestre des crevasses plus grandes & plus nombreuses qu'au déluge, sans creuser des ouvertures au grand abîme, sans que la croûte terrestre s'affaissant par son propre poids, chassât de cet abîme presque toutes les parties aqueuses qui y étoient renfermées?

Je ne demande pas pourquoi la queue & l'atmosphère de cette Comète n'ont produit aucun effet sur la Terre, tandis que celle du déluge a été suivie d'une catastrophe aussi funeste; on me répondroit sans doute que la première Comète avoit une atmosphère très-peu étendue, ou même qu'elle n'en avoit point du tout; supposition très-gratuite, ainsi que presque toutes les autres hypothèses de Whiston.

3.° Il ne me paroît pas que les raisons alléguées par Whiston

pour prouver que le déluge a dû être occaſionné par la Comète de 1680, ſoient auſſi déciſives que ce Savant ſe l'imagine. Je conviens d'abord que ſi la révolution de cette Comète eſt de cinq cents ſoixante-quinze ans, comme on le croit communément, un de ſes retours peut tomber ſur l'année du déluge, ſoit qu'on le fixe à l'an 2349, ſoit qu'on ſe détermine pour l'an 2926 avant l'ère Chrétienne. Mais cette révolution de la Comète de 1680 n'eſt rien moins que démontrée. Je paſſe cependant cette hypothèſe; que s'en-ſuivra-t-il?

Le déluge, dit Whiſton, a commencé le dix-ſeptième jour du ſecond mois, & l'année commençoit alors à l'Équinoxe d'automne ; donc la Terre étoit alors en 17 degrés du Taureau. Le nœud deſcendant de la Comète étoit en 1680 en $2^{d}\ 2'$ de l'Écreviſſe; donc, tenant compte de la préceſſion des Équinoxes, il étoit en l'année du déluge vers 17 degrés du Taureau. Or en 1680, le 11 Novembre (v. ſt.) la Comète, peu avant que d'atteindre ſon nœud deſcendant, n'étoit pas plus diſtante de l'orbite terreſtre, ſelon Halley, que la Lune ne l'eſt de la Terre. Donc pour peu que l'orbite de cette Comète ait varié (& l'on ſait d'ailleurs que de telles variations doivent effectivement avoir lieu) la Comète a dû l'année du déluge paſſer extrêmement près de la Terre. Ajoutez à cela que l'orbite terreſtre étant par l'action de la Comète devenue elliptique, de circulaire qu'elle étoit auparavant, le lieu du périhélie de la Terre a dû être celui que la Terre occupoit alors, c'eſt-à-dire le dix-ſeptième degré du Taureau. Or le périhélie de la Terre étant en 1720 vers la fin du huitième degré de l'Écreviſſe, & la préceſſion des Équinoxes étant en quatre mille ſoixante-dix ans d'environ 50 degrés, ce périhélie a dû être en l'année du déluge vers le dix-ſeptième degré du Taureau. L'épacte de la Lune a un rapport ſingulier avec l'excentricité de l'orbite terreſtre. Le cube de 1, diſtance moyenne actuelle de la Terre au Soleil, eſt au cube de 0,981525, diſtance périhélie actuelle & rayon de l'orbite terreſtre avant le déluge, comme le carré de 525969,

nombre de minutes comprifes dans notre année folaire, eft au carré de 511460 $\frac{1}{2}$ ou 355^j 4^h 20′ 30″ durée de notre année lunaire actuelle. Enfin nous avons vu ci-deffus que la Comète avoit été périgée trois jours & demi environ après la pleine ou après la nouvelle Lune, circonftance unique, néceffaire cependant pour que la Comète n'enlevât pas à la Terre fon fatellite. Toutes ces rencontres, demande Whifton, font-elles l'effet du hafard? Eft-il poffible de méconnoître ici l'action de la Comète de 1680, qui feule a pu les produire?

Whifton, l. II, Hypoth. 11.

Le déluge a certainement commencé le dix-feptième jour du deuxième mois; mais à quel jour de l'année Julienne ce jour répondoit-il? c'eft ce que je n'oferois déterminer. Soit cependant que ç'ait été le 28 Novembre de l'an 2349, ou le 2 Décembre de l'an 2926 avant l'ère Chrétienne, comme le prétend Whifton, & qu'en conféquence la Terre ait été alors en 17 degrés du Taureau, quelle conféquence en pourrons-nous tirer? Le nœud defcendant de la Comète, felon Whifton, étoit auffi alors vers 17 degrés du Taureau. 1.° Cela eft au moins fort incertain. Si l'on n'admet d'autre mouvement du nœud, que celui de la préceffion des équinoxes, ce mouvement aura été, non pas de 46 degrés, depuis l'an 2349 avant l'ère Chrétienne, jufqu'à l'an 1680 de cette même ère, ou de 52 degrés en partant de l'an 2926 avant Jéfus-Chrift, comme le prétend Whifton, mais de 56^d 21′ dans le premier intervalle, ou de 64^d 21′ dans le fecond. Donc le nœud de la Comète auroit été en 5^d 41′ du Taureau en l'an 2349, & en 27^d 37′ du Bélier en l'an 2926 avant notre ère vulgaire. Or, ces deux pofitions du nœud font trop éloignées de celle de la Terre, fuppofée en 17 degrés du Taureau, pour que la Comète y ait pu occafionner le plus léger dérangement.

Mais, dit Whifton, en quatre à cinq mille ans de temps, le nœud de la Comète a pu fubir quelque variation; j'en conviens: j'ajouterai même que le nœud des Comètes directes, telle qu'étoit celle de 1680, ayant un mouvement propre

contre l'ordre des Signes, il y a tout lieu de croire qu'en l'année du déluge, le nœud descendant de la Comète étoit beaucoup plus près de 17 degrés du Taureau que nous ne venons de le déterminer. Mais 2.° que nous importe de déterminer le lieu du nœud de la Comète en l'année du déluge? L'essentiel est de savoir quelle étoit la distance de ce nœud au Soleil; si cette distance étoit égale à celle de la Terre au Soleil, & qu'à l'instant du passage de la Comète en ce nœud, la Terre s'en trouvât très-voisine, il n'y a plus de difficulté, l'action de la Comète sur la Terre a pu être très-sensible. Mais il y a tout lieu de croire qu'en l'année du déluge, la distance du nœud descendant de la Comète au Soleil étoit plus petite qu'en 1680; en voici la raison. Outre le mouvement apparent, occasionné par la précession des équinoxes, le périhélie des Comètes directes a un mouvement propre, suivant l'ordre des Signes, & leur nœud a un mouvement pareil contre l'ordre des Signes. Donc la distance du périhélie au nœud, comptée depuis le périhélie selon l'ordre des Signes, doit augmenter depuis un retour jusqu'au retour suivant. Or, l'orbite de la Comète de 1680 est tellement disposée, que cette distance ne peut augmenter, sans que le rayon tiré du Soleil au nœud descendant augmente pareillement. Donc dans tous les retours de la Comète de 1680, ce rayon a dû être plus grand que dans les retours précédens; or, en 1680 il étoit trop petit pour atteindre l'orbite de la Terre; donc à plus forte raison, quatre à cinq mille ans auparavant, il étoit trop petit pour s'étendre jusqu'à cette orbite.

M. du Séjour a prouvé que 19′ 15″ de variation dans la distance du périhélie de la Comète à son nœud, auroit suffi pour que la Comète coupât en 1680 l'orbite de la Terre, & nous nous sommes assurés de la même vérité par nos calculs. Si donc durant le cours de la révolution actuelle, cette distance augmente seulement de 19′ 15″, la Comète en 2455 rencontrera l'orbite de la Terre, plus certainement qu'elle ne l'a fait en l'année du déluge. Je ne prétends pas

Essai sur les Comètes, p. 20 & 21.

cependant effrayer ceux qui vivront alors. Ce feroit un grand hafard, fi, lorfque la Comète paffera par fon nœud defcendant, la Terre fe trouvoit précifément à ce même point de fon orbite. D'ailleurs il y a tout lieu de croire que l'accroiffement de cette diftance excédera de beaucoup 19′ 15″ : une même Comète a été exactement obfervée en 1682 & en 1759, & la diftance du périhélie au nœud a varié de 1^d 21′ en foixante-feize ans & demi. Enfin, le retour de la Comète de 1680 vers l'an 2455 n'eft pas une vérité fuffifamment démontrée, comme nous l'avons fait voir dans le Chapitre précédent.

Halley avoit dit en effet que le $\frac{11}{21}$ Novembre 1680, la diftance de la Comète à l'orbite terreftre étoit à peu-près égale à celle de la Lune à la Terre ; mais cet excellent calculateur n'avoit probablement pas calculé rigoureufement cette diftance *(b)*. Nous avons trouvé par nos calculs, qu'en fuppofant la Terre & la Comète en conjonction & équidiftantes du Soleil, la diftance de la Comète à la Terre auroit été de cent foixante-fix mille trois cents quarante-huit lieues : M. du Séjour a trouvé cent foixante-fix mille trois cents quatre-vingt-dix lieues ; la différence eft prefque infenfible, & d'ailleurs la préfomption doit être pour M. du Séjour *(c)*. Il s'enfuit que la diftance de la Comète à l'orbite terreftre étoit à peu-près double de celle de la Terre à la Lune.

Effai fur les Comètes, p. 25.

En 1720, le périhélie de la Terre étoit en 8^d 4′ 24″ de l'Écreviffe ; mais ce périhélie, outre le mouvement général

---

(b) Halley, à la fin de fa Cométographie, dit avoir calculé que le 11 Novembre, à 1^h 6′, la diftance de la Comète à la Terre égaloit le demi-diamètre du Soleil, ou, comme je le crois, ajoute-t-il en parenthèfe, le rayon de l'orbite de la Lune. Le demi-diamètre du Soleil eft d'environ cent cinquante-huit mille lieues ; mais le rayon moyen de l'orbite lunaire n'eft que d'environ quatre-vingt-quatre mille.

(c) Cette diftance n'eft pas rigoureufement la moindre diftance de la Comète à l'orbite de la Terre. Par un calcul ultérieur & très-précis, M. du Séjour a déterminé cette moindre diftance de cent foixante-cinq mille fept cents quarante lieues.

apparent, suite nécessaire de la précession des Équinoxes, a un mouvement particulier, selon l'ordre des signes, dont Whiston n'a pas cru devoir tenir compte. Ce mouvement, y compris l'effet de la précession des Équinoxes, a dû être de $74^d\ 37'$ en quatre mille soixante-dix ans, & de $85^d\ 11'\ 42''$ en quatre mille six cents quarante-sept ans. Donc si le déluge a commencé l'an 2349 avant l'ère Chrétienne, le périhélie de la Terre n'étoit point en 17 degrés du Taureau, mais en $23^d\ 27'$ du Bélier; & si l'on recule le déluge jusqu'à l'an 2926, comme Whiston est persuadé qu'on doit le faire, le périhélie de la Terre aura été en $12^d\ 53'$ du même signe, éloigné de plus de 34 degrés du lieu où la Terre étoit alors, selon Whiston.

Je ne sais où cet Auteur a puisé les divers élémens qu'il emploie dans ses calculs. Le rayon de l'orbite terrestre avant le déluge, égal à la distance actuelle périhélie de la Terre, est selon lui de 0,981525. Mais selon Képler, qui n'avoit pas encore les secours qu'on a eus depuis, pour déterminer avec précision cette distance, elle est de 0,982, selon la Hire, Halley, Cassini, la Caille, Mayer, la Lande &c. elle excède 0,983. Supposons-la de 0,983198 avec Hall y & M. de la Lande; on aura, le cube de 1, distance moyenne de la Terre au Soleil, est au cube de 0,983198, rayon de l'orbite terrestre avant le déluge, comme le carré de 525969 minutes, durée de l'année solaire actuelle, est au carré de 512769 minutes, ou de $356^j\ 2^h\ 9'$, durée de l'année solaire antédiluvienne dans les principes de Whiston. Mais l'année lunaire actuelle, composée de douze lunaisons, n'est que de $354^j\ 8^h\ 48'\ 36''$. Donc l'épacte de la Lune ne coïncide point du tout avec l'effet de l'excentricité de l'orbite terrestre.

Enfin Whiston prouve bien à peu-près que l'action de sa Comète sur la Lune a dû être égale à son action sur la Terre, dans la supposition que la Comète ait été périgée trois jours ou trois jours & demi après la nouvelle ou après la pleine Lune; mais il ne prouve pas que dans toutes les autres circonstances la séparation de la Lune & de la Terre ait dû être

une ſuite néceſſaire de l'action de la Comète. Que l'orbite de la Lune autour de la Terre ait pu éprouver quelque altération, je veux bien en convenir; mais que cette altération ait été juſqu'à entraîner la Lune hors de la ſphère d'activité de la Terre, c'eſt ce dont il nous faudroit des démonſtrations plus rigoureuſes que ne le ſont ordinairement les démonſtrations de Whiſton. Puiſqu'il étoit en train de nous communiquer toutes ſes belles découvertes; que ne nous diſoit-il que l'excentricité, très-ſenſible, de l'orbite de la Lune n'avoit d'autre cauſe que l'inégalité de l'action de la Comète ſur la Terre & ſur la Lune? Nous aurions été peut-être plus diſpoſés à le croire.

Je n'incidenterai point ſur quelques légères différences que j'ai remarquées entre les calculs de Whiſton & les nôtres. Je ne ſais de quelles Tables cet Auteur s'eſt ſervi. Il fixe la nouvelle Lune de l'an 2349 (2348) avant l'ère Chrétienne au 25 Novembre matin; je la trouve en effet par les Tables de Mayer au 25 Novembre à ſix heures du matin, méridien de Pékin; mais c'eſt en faiſant abſtraction de l'équation ſéculaire de la Lune: en admettant cette équation la nouvelle Lune ſera arrivée le 24 peu avant dix heures du ſoir. Au contraire, en l'an 2926 (2925) la pleine Lune eſt arrivée le 29 Novembre vers midi, ſelon Whiſton: ſelon les Tables de Mayer elle a eu lieu le 29 à ſept heures un quart du matin, en employant l'équation ſéculaire; & ſeulement à ſept heures trois quarts du ſoir, en la négligeant.

Donc les rencontres *ſingulières*, ſur leſquelles Whiſton inſiſte avec tant de complaiſance, ou n'exiſtent pas, ou ne prouvent abſolument rien: concluons-en que cet Auteur n'a point du tout prouvé que le déluge univerſel ait été l'effet du paſſage de la Comète de 1680 à peu de diſtance de la Terre; qu'il eſt même preſque démontré que cette Comète, en l'année du déluge, étoit beaucoup plus éloignée de l'orbite de la Terre, qu'elle ne l'a été le $\frac{11}{21}$ Novembre 1680.

Je pourrois faire beaucoup d'autres réflexions ſur les hypothèſes de Whiſton. 1.° Aucune raiſon, véritablement phyſique ne

ne nous ſorce à admettre au centre de la Terre un noyau ſolide & embraſé ; mais ce noyau eſt totalement étranger à la cauſe du déluge. 2.° Le fluide denſe, plus peſant que toutes les matières aqueuſes, terreſtres, métalliques, &c. fluide, dont Whiſton lui-même convient que nous ne pouvons nous former aucune idée, eſt par cela ſeul très-gratuitement ſuppoſé. 3.° Ce n'eſt pas une ſuppoſition moins gratuite, que de donner cinquante ou cent milles anglois de profondeur à ce fluide, & autant à la croûte terreuſe qui l'enveloppe. 4.° Plus ce fluide denſe étoit peſant, plus il ſemble qu'il étoit difficile de le mettre en mouvement, ſur-tout par une force, dont l'activité ſenſible n'a duré que trente-cinq minutes, de l'aveu même de Whiſton. Encore actuellement le Soleil & la Lune attirent toutes les parties de la Terre dans la même direction, mais non pas avec la même force. Les parties les plus voiſines de ces Aſtres ſont les plus fortement attirées ; les plus éloignées le ſont moins. Les parties fluides de l'océan obéiſſent à ces divers degrés d'action ; les parties ſolides ne pourroient le faire qu'en ſe déſuniſſant. Se déſuniſſent-elles ? Non ; leur ténacité mutuelle y met obſtacle : mais toutes les actions partielles des deux Aſtres ſe tempérant en quelque ſorte, ou ſe répartiſſant également dans toute l'étendue de la maſſe de la Terre, le centre ſeul prend la quantité de mouvement qui lui eſt imprimé par les Aſtres, & force tout le reſte de la maſſe à obéir au même mouvement. Le ſurplus d'activité qu'auroient dû avoir les parties les plus voiſines du Soleil & de la Lune n'eſt pas pour cela perdu ; il eſt communiqué aux parties les plus éloignées, & ſert à les attirer plus fortement qu'elles ne l'auroient été ſans cette communication. Pourquoi n'en auroit-il pas été de même de ce fluide denſe, compact & peſant ? Il eſt bien plus naturel de le penſer, que d'aller s'imaginer qu'en moins d'une demi-heure il aura rompu & briſé une croûte compoſée de pierres, de marbres, de métaux, &c. & de vingt-cinq à trente lieues d'épaiſſeur. 5.° Je ne trouve pas plus de ſolidité dans ce que dit Whiſton, des effets que cette Comète a dû produire dans notre

Livre I, Lemme 68, coroll. 2.

Livre IV, Solut. 13.

Livre II, Hypoth. 11, p. 219.

atmoſphère. Que la Terre touche, traverſe, intercepte l'atmoſphère d'une Comète, il eſt aſſez naturel de penſer qu'il s'enſuivra quelque variation dans l'atmoſphère de la Terre. Mais de quelle nature ſera cette variation? ſera-t-elle grande ou petite? en bien ou en mal? Pour le décider, il faudroit connoître la nature de l'atmoſphère des Comètes, & nos connoiſſances ne s'étendent pas juſque-là. Elle eſt fluide, dit Whiſton, mais fort différente de nos fluides, vu qu'elle eſt plus denſe, plus peſante, plus compacte; elle eſt ce que nous ne pouvons exprimer, parce que nous n'en avons aucune idée. Que l'atmoſphère des Comètes ſoit fluide, il ſeroit ridicule d'en douter, mais elle eſt d'une nature très-différente de nos fluides, & cependant une Comète en paſſant fort près de nous aura verſé ſur la Terre de l'eau commune juſqu'à cinq milles anglois de profondeur? Elle eſt plus denſe, plus peſante que nos fluides, & ſon poids ne la réunit pas au noyau de ſa Comète? Elle eſt plus compacte que nos fluides, & l'on voit les Étoiles au travers, tandis que nos foibles nuages nous interceptent même la vue du Soleil? On n'en a aucune idée, & ſon mélange avec notre atmoſphère aura produit preſque toute cette immenſité d'eau qui nous environne, & cette couche de Terre que nous foulons aux pieds, juſqu'à la profondeur de cent cinq pieds, ou même de deux à trois cents? Je ne puis que louer Whiſton des efforts qu'il a faits pour démontrer phyſiquement la réalité du déluge univerſel; mais il ne me paroît pas que le ſuccès ait couronné la droiture de ſon intention.

Livre I, Lemme 68, coroll. 2.

4.° Je ne penſe pas qu'il ait mieux réuſſi dans l'explication de la conflagration univerſelle, prédite pour la fin des ſiècles. Qu'une Comète paſſant fort près de la Terre puiſſe occaſionner quelque dérangement dans le mouvement annuel de cette Planète, cela peut n'être pas abſolument impoſſible: mais que cette altération puiſſe aller juſqu'à faire de la Terre une Comète, je ne le crois pas probable; cela ſuppoſeroit dans les Comètes une maſſe, une denſité, qu'elles n'ont probablement pas. Auſſi Whiſton paroît-il ne pas tenir beaucoup à cet expédient; il aime mieux faire embraſer notre atmoſphère,

& abſorber toutes nos eaux par une Comète revenant de ſon périhélie, dans lequel elle aura paſſé extrêmement près du Soleil. Il faut encore ici ſuppoſer que la Comète élévera de nouvelles montagnes, qu'elle renouvellera les anciennes crevaſſes de la Terre, qu'elle en formera même de nouvelles; les colonnes qui forment la croûte de la Terre ſeront, ſelon Whiſton, ſéparées les unes des autres. Mais ſi cela eſt, ces colonnes s'affaiſſeront par leur poids, & au lieu de faire place à toutes les eaux de nos mers, elles chaſſeront plutôt celles qui après le déluge ſont rentrées, je ne ſai trop comment, dans les entrailles de la Terre. La ſaine Phyſique permet-elle de ſuppoſer que des colonnes de glaiſe, de ſable, de pierre, de marbre, de différens métaux, &c. nageront librement ſur les eaux de l'océan? Et dans l'hypothèſe même que cela arrivât, ſi les eaux de l'océan empêchent actuellement que le noyau brûlant, ſi gratuitement ſuppoſé au centre de la Terre, n'embraſe la croûte terreuſe qui l'environne; à plus forte raiſon l'empêcheroient-elles, ſi elles étoient directement interpoſées entre cette croûte & ce noyau. Concluons que cette ſeconde hypothèſe de Whiſton ſeroit capable de nous faire craindre pour la fin des ſiècles un nouveau déluge, plutôt qu'une conflagration univerſelle.

Syſtème de M. de Buffon.

Un Auteur de ce ſiècle, juſtement célèbre par la hardieſſe de ſes idées, par la préciſion, la clarté & l'enſemble de ſes détails, par l'élégance & les grâces de ſon ſtyle, mais un peu trop ſouvent égaré par la fécondité d'une imagination dont il ne ménage pas aſſez l'eſſor, fait jouer à une Comète un rôle bien plus ſingulier dans la formation de la Terre & des autres Planètes. Le Soleil eſt, ſelon lui, une maſſe de verre en fuſion; une Comète l'a rencontré obliquement en ſon paſſage par ſon périhélie, l'a ſillonné, en a détaché environ la 650.me partie *(d)*, & a pouſſé ce vaſte torrent

(d) M. de Buffon avoit établi dans le premier volume de ſon Hiſtoire naturelle, que les Planètes priſes enſemble, étoient d'une maſſe à peu-près égale à la 650.me partie du Soleil; il ſuppoſoit alors la parallaxe du Soleil de 10 ſecondes: mais cette parallaxe s'étant trouvée n'être que de 8",5, il

de matière liquefiée devant elle. Toutes les parties de ce torrent n'ont pas cependant acquis par cette impulsion le même degré de mouvement : les parties les plus denses sont restées en arrière ; les plus légères ont été portées plus loin. De plus, les parties antérieures, par leur force attractive, accéléroient le mouvement de celles qui les suivoient ; celles-ci au contraire, en vertu de la même force, retardoient le mouvement de celles qui précédoient. En conséquence, ces parties se sont réunies en plusieurs corps, & voilà les Planètes formées. La Comète en sillonnant obliquement le Soleil, avoit nécessairement imprimé un mouvement de rotation aux parties qu'elle chassoit devant elle ; delà le mouvement de rotation des Planètes, d'autant plus précipité, que la matière dont elles sont composées est moins dense, ou, ce qui revient au même, d'autant plus prompt, que la Planète est plus distante du Soleil. Les parties les moins denses de la Terre, de Jupiter & de Saturne se sont séparées par leur force centrifuge, du corps de ces Planètes, se sont rassemblées en différens corps ; & ont formé la Lune & les Satellites. Tel est le système de M. le Comte de Buffon, sur la formation de la Terre & des Planètes ; cet illustre Auteur est-il intérieurement persuadé de sa vérité ? Je n'oserois l'assurer, j'ai une trop haute opinion de la justesse de son esprit ; & d'ailleurs il a souvent la modestie d'avertir qu'il ne donne ses hypothèses que comme de simples conjectures, à l'aide desquelles il croit qu'on pourroit rapprocher & expliquer plusieurs faits de l'histoire naturelle. Mais ces hypothèses,

Histoire Nat. t. I, p. 135 & suiv. & Suppl. t. V, p. 60, &c.

Ibid. p. 153, 167, &c. Sup. t. V, p. 46 & 53.

se rétracte dans le cinquième tome de ses Supplémens, & borne la masse de toutes les Planètes à la 850.me partie du Soleil. Cette rétractation montre bien évidemment combien M. de Buffon est affecté de l'amour de la vérité ; mais il auroit pu se l'épargner. De la diminution observée de la parallaxe solaire, on a conclu que son volume & sa masse totale étoient plus grands qu'on ne l'avoit supposé jusqu'alors ; mais il a fallu augmenter proportionnellement le volume & la masse de Jupiter, de Saturne, en un mot de toutes les Planètes, & même la masse de la Terre ; ainsi la proportion entre la masse du Soleil & celle des Planètes collectivement prises, est restée la même qu'auparavant. D'ailleurs la parallaxe du Soleil est de 8″,67, ou même plus probablement de 8″,75.

ces conjectures ſont trop directement contraires aux vérités révélées dans la Sainte Écriture, pour laquelle M. de Buffon proteſte ſi ſouvent qu'il eſt pénétré du reſpect le plus profond; & d'ailleurs je ne vois pas trop comment il eſt poſſible de les concilier avec les principes de la bonne Phyſique, admis par M. de Buffon lui-même.

Hiſtoire Nat. p. 169, 178, 203, &c. Supplém. t. V, p. 29.

Sa réfutation.

1.° Il n'eſt pas poſſible que la Comète ait pénétré le corps du Soleil; ſi elle l'eût fait, il eſt facile de concevoir que, bien loin de chaſſer hors du Soleil une partie de la ſubſtance de cet Aſtre, elle auroit elle-même perdu ſon mouvement par la réſiſtance que cette ſubſtance lui auroit oppoſée. Auſſi M. de Buffon ſe contente-t-il de dire que la Comète *a ſillonné* la ſurface du Soleil. Mais ſi cela eſt, quelle a dû être la maſſe, quel a dû être même le volume de cette prodigieuſe Comète, qui par une partie ſeulement d'elle-même, a ſéparé du Soleil un torrent de matière, d'un volume égal à celui de toutes les Planètes collectivement priſes? Qu'eſt devenue depuis cette Comète? Pourquoi ne la revoit-on pas de temps à autre? Le ricochet qu'elle a fait dans le Soleil (qu'il me ſoit permis de me ſervir de ce terme) a dû retarder ſon mouvement, diminuer l'étendue de ſon orbite, accélérer ſes retours; elle n'a cependant pas reparu depuis; elle aura ſans doute eu le malheur de ſe brûler au Soleil dans quelqu'un de ſes retours périodiques. Mais comment cela a-t-il pu ſe faire, ſi, comme nous allons bientôt le voir, elle a déplacé le Soleil?

2.° Je ne conçois pas que le torrent, chaſſé par la Comète hors du Soleil, ait pu ne pas être continu. Or, s'il étoit continu, toutes ſes parties ont dû s'attirer réciproquement; les parties antérieures, comme le dit fort bien M. de Buffon, ont dû accélérer le mouvement des parties poſtérieures; celles-ci ont dû retarder le mouvement des premières; & de toutes il n'a dû réſulter, ce me ſemble, qu'un ſeul & unique corps, & non pas ſix Planètes principales au moins & dix Satellites.

3.° C'eſt un principe avoué que les corps les plus denſes ſont les plus propres au mouvement; auſſi la Terre a-t-elle plus de mouvement que Jupiter qui eſt moins denſe qu'elle,

& Jupiter a plus de mouvement & de densité que Saturne : on conjecture avec assez de fondement que cette vérité s'étend aux autres Planètes, & M. de Buffon en convient. Comment donc a-t-il pu se faire que la Comète ait projeté les parties moins denses qui composent Saturne, vingt-cinq fois plus loin que les parties beaucoup plus denses qui ont servi à la formation de Mercure?

4.° Pour que Saturne ait été jeté vingt-cinq fois plus loin que Mercure, il faut apparemment que le choc de la Comète, contre les parties qui devoient former Saturne, ait été plus fort, plus violent, plus direct, que contre celles qui devoient former Mercure; il faut que les premières aient reçu plus de vîtesse. Pourquoi donc la vîtesse vraie, réelle & absolue de Mercure est-elle cinq fois plus grande que celle de Saturne? Il en est de même des autres Planètes; plus elles sont près du Soleil, plus leur mouvement est précipité.

5.° Si la Comète, en sillonnant obliquement le Soleil, a imprimé aux particules qu'elle en a détachées deux espèces de mouvement, l'un de projectile, l'autre de rotation, il paroît que ces deux mouvemens devroient être proportionnels; ils ne le sont pas; la promptitude du mouvement de la Terre dans son orbite est plus grande que celle de Jupiter dans la sienne, & au contraire la rotation de Jupiter est beaucoup plus prompte que celle de la Terre.

6.° La plus forte objection qu'on ait faite contre le système de M. de Buffon, est que, selon les loix connues de la Nature, si les Planètes ont reçu leur mouvement primitif à la surface du Soleil, elles doivent toutes y retourner à la fin de chacune de leurs révolutions. L'illustre Naturaliste a prévu cette objection, il paroît en avoir senti la force; il tente de l'affoiblir, & comment? en disant que la Comète a pu déplacer le Soleil. Mais quand cela seroit, il seroit toujours vrai que les Planètes devroient revenir au point de l'espace d'où elles sont primitivement parties; leurs orbites devroient toutes se rencontrer vers un seul point, & toutes cependant observent toujours entre elles une distance à peu-près égale; leurs orbites sont

presque concentriques. Mais je vais plus loin; je pense qu'il étoit impossible que la Comète détachât du Soleil une masse égale à celle de toutes les Planètes. Pour le prouver, je suppose la masse de la Comète égale à celle de toutes les Planètes collectivement prises, c'est tout ce que l'on peut raisonnablement exiger, & certainement il n'a jamais existé de telle Comète. D'ailleurs quand on supposeroit même la masse double, l'argument que je vais faire subsisteroit dans toute sa force. Accordons de plus que l'orbite de la Comète étoit d'une longueur presque infinie, donc elle étoit presque parabolique; donc dans son périhélie sa force tangentielle étoit à sa force centrale à très-peu-près, comme 14 est à 10. Or la Comète dans le choc n'a pu communiquer à la matière qu'elle poussoit devant elle & qui lui étoit égale en masse, que la moitié de la vîtesse qu'elle avoit. Donc la force tangentielle de cette matière étoit à sa force centrale comme 7 est à 10; donc elle étoit moindre que la force centrale, donc cette matière étoit dans son aphélie, ainsi que la Comète elle-même, qui avoit perdu la moitié de sa force centrifuge. Donc & la Comète & la matière qu'elle tendoit à déplacer, ont dû rester dans le Soleil & se seroient même approchées de son centre, si le reste de la substance du Soleil n'y eût mis obstacle. Quant au déplacement du Soleil, qui n'a pu se faire sans imprimer à cet Astre un mouvement assez fort pour que Mercure ne vînt pas s'y brûler trois mois après, mouvement qui ne subsiste plus, & qui a sans doute été détruit par quelque cause, que M. de Buffon nous révélera quelque jour, c'est une idée tout-à-fait neuve, ingénieuse même, si l'on veut, mais qu'il ne m'est pas possible de concilier avec celles que je me suis formées des loix de la Physique.

7.° La formation des Satellites, dans le système de M. de Buffon, me paroît encore plus contraire à ces loix. Quoi? la force centrifuge des parties les moins denses d'un fluide sphérique, tournant sur son axe, suffit seule pour que ces parties s'échappent & se séparent de la masse générale? La force attractive de la masse, trop foible pour se les conserver toujours

réunies, ſera aſſez forte pour les empêcher de fuir toujours dans la direction de la tangente, par laquelle elles ſe ſont échappées, & les forcera de tourner circulairement à une diſtance aſſez grande de cette maſſe, qui n'a pu les retenir? Et quand cela ſeroit, la théorie des forces centrales démontre que ces parties ainſi ſéparées, reviendroient à la fin de chaque révolution au point d'où elles étoient primitivement parties: il n'y a point ici de Comète qui choque & déplace la Terre, Jupiter & Saturne.

On eſt peut-être ſurpris de ce qu'un Philoſophe, auſſi profond que M. le Comte de Buffon, ait imaginé un ſyſtème auſſi contraire que celui-ci aux loix les plus conſtantes de la Phyſique. Un phénomène l'a frappé, il a voulu l'expliquer phyſiquement, & n'a pas cru pouvoir mieux le faire que par ce ſyſtème. Toutes les Planètes tournent autour du Soleil dans le même ſens & preſque dans le même plan. Qu'elles tournent dans le même ſens, c'eſt un cas unique entre ſoixante-quatre cas poſſibles, à ne conſidérer même ici que les ſix Planètes principales. Qu'elles ne s'écartent que d'environ ſept degrés & demi d'un même plan, c'eſt encore un cas unique entre ſept millions ſix cents quatre-vingt-douze mille ſix cents vingt-quatre qu'il ſeroit poſſible d'imaginer. Donc il y a ſoixante-quatre fois ſept millions ſix cents quatre-vingt-douze mille ſix cents vingt-quatre, ou quatre cents quatre-vingt-douze millions trois cents vingt-ſept mille neuf cents trente-ſix à gager contre un, que le ſyſtème actuel des Planètes eſt l'effet d'une ſeule & unique cauſe phyſique, qui aura, par une ſeule & unique opération, communiqué aux Planètes le mouvement qu'elles ont actuellement: or, on ne peut imaginer d'autre cauſe que l'action d'une Comète, qui en ſillonnant le Soleil, en aura chaſſé devant elle & dans le même ſens, toutes les parties qui compoſent aujourd'hui les Planètes. Ce raiſonnement eſt ſans doute digne de ſon illuſtre Auteur; il n'a pu être formé que par un génie accoutumé à réfléchir, à combiner, à embraſſer tous les rapports de l'objet ſur lequel il s'exerce. Mais que conclurons-nous

Hiſt. Nat. t. I, p. 134 & ſuiv.

de ce

de ce raiſonnement? Rendra-t-il poſſible des faits qui ſont démentis par toutes les loix de la plus ſaine Phyſique? M. de Buffon a voulu expliquer la génération de nos Planètes; mais il ſuppoſe que le Soleil, les Comètes & apparemment auſſi les Étoiles exiſtoient long-temps auparavant. Quelle a été la cauſe de leur exiſtence? Je crois M. de Buffon d'une religion trop tendre, d'un jugement trop épuré pour donner dans le délire de l'éternité de la matière; il eſt perſuadé ſans doute que ces corps céleſtes ont été créés. Eh! joignons à cette création celle des Planètes: la ſolution ne ſera pas phyſique, il eſt vrai; mais elle ne heurtera pas de front les plus ſolides fondemens de la vraie Phyſique. Les Planètes ſe meuvent toutes dans le même ſens, & preſque dans le même plan, parce que le Créateur, en leur donnant l'exiſtence, leur a imprimé cette direction de mouvement. Il falloit ſans doute leur donner un arrangement quelconque; & quelque arrangement que Dieu leur eût donné, cet arrangement auroit toujours été unique, non pas entre quatre cents quatre-vingt-douze millions trois cents vingt-ſept mille neuf cents trente-ſix, mais entre des milliers de millions d'arrangemens poſſibles. Contentons-nous d'admirer la Providence divine, qui en projetant les Planètes preſque dans le même plan, a donné aux orbites de preſque toutes les Comètes des inclinaiſons ſenſibles ſur ce même plan. En effet, ſi ces orbites euſſent été peu inclinées ſur le plan de l'Écliptique, il ſemble que les rencontres des Planètes & des Comètes auroient dû être aſſez fréquentes, & qu'elles auroient pu occaſionner dans notre ſyſtème planétaire des dérangemens ſenſibles, dont la Terre ſans doute n'auroit pas été exempte.

Je ne parle pas des autres hypothèſes ſingulières du Pline de notre ſiècle; elles ſont étrangères à la matière que je traite.

Après avoir expoſé librement notre manière de penſer, touchant les deux plus célèbres ſyſtèmes imaginés de nos jours, ſur l'activité des Comètes, il nous reſte à parler de quelques effets qu'on les croit capables de produire. Une Comète, dit-on, peut rencontrer une Planète; « elle peut

Effets préſumés de la proximité de la Terre & d'une Comète.

» choquer la Terre, se briser contre elle, & la briser en mille » pièces; ces deux corps seroient sans doute détruits; mais la gravité en reformeroit aussitôt une ou plusieurs autres Planètes.» La seule trop grande proximité de ces deux corps pourroit nous être funeste. « Les eaux s'élèveroient à de grandes hauteurs » dans quelques endroits, & inonderoient de vastes régions de la surface de la Terre, qu'elles abandonneroient après. » On a même calculé que si une Comète étoit cinq ou six fois plus près de nous que la Lune, c'est-à-dire, si elle passoit à treize mille lieues de la Terre, il n'en faudroit pas davantage pour élever les eaux de la mer de deux mille toises au-dessus de leur niveau ordinaire, ce qui suffiroit peut-être *pour noyer les Continens des quatre parties du Monde.* « Si la » queue de quelque Comète atteignoit notre atmosphère, ou » si quelques parties des matières qui la composent tomboient » sur la Terre, par l'effet de leur pesanteur, les exhalaisons de » l'atmosphère de la Comète, mêlées avec l'air que nous res- » pirons, y pourroient occasionner des altérations sensibles pour » les animaux & pour les plantes. Il est très-vraisemblable que » de telles vapeurs, apportées de si loin, étrangères à notre » Planète, exaltées par une chaleur extraordinaire, seroient » funestes à tout ce qui est sur la Terre; il s'ensuivroit sans » doute ces pernicieux effets, dont tous les peuples de la Terre » ont toujours observé que l'apparition des Comètes étoit suivie; » il est indigne d'un Philosophe de traiter de fables ridicules des faits aussi unanimement constatés. » Que la proximité de la Terre & de la Comète devienne plus grande, de nouveaux désastres sont à craindre. « A la simple approche de ces deux » corps, il se feroit sans doute de grands changemens dans leurs » mouvemens. Le moindre de ces mouvemens n'iroit à rien » moins qu'à changer la situation de l'axe & des pôles de la » Terre. Telle partie du globe, qui étoit auparavant vers » l'Équateur, se trouveroit après un tel évènement vers les » pôles; & telle qui étoit vers les pôles, se trouveroit vers l'Équateur. » De plus « Quelque Comète, passant auprès de » la Terre, pourroit tellement altérer son mouvement, qu'elle

Maupertuis, Œuv. Dresde, 1752, p. 200.

Ibid. p. 201.

La Lande, Réflexions sur les Comètes, &c. 1773, p. 22, 24.

Gregori Astron. Phys. lib. V, prop. 4, cor. 2.

Maupertuis, p. 197.

la rendroit Comète elle-même. La Terre, exposée alors aux « plus grandes vicissitudes, tantôt brûlée dans son périhélie, « tantôt glacée par le froid des dernières régions du Ciel, iroit « ainsi à jamais de maux en maux, à moins que quelqu'autre « Comète ne changeât encore son cours, & ne la rétablît dans sa « première uniformité. » Autre malheur, « si quelque grosse Comète détournoit la Terre de son orbite, lui faisoit faire « sa révolution autour d'elle, & se l'assujettissoit. La Terre alors, « devenue Satellite de la Comète, seroit emportée avec elle dans « les régions extrêmes qu'elle parcourt : triste condition pour une « Planète, qui depuis si long-temps habite un Ciel tempéré. « Enfin la Comète pourroit de la même manière nous voler « notre Lune, & si nous en étions quittes pour cela, nous « ne devrions pas nous plaindre. » Or ce qui peut arriver à la Terre, peut arriver pareillement aux autres Planètes. « Ce seroit un spectacle curieux pour nous, que de voir quelque Comète venir fondre un jour sur Mars, ou Vénus, « ou Mercure, & les briser à nos yeux, ou les emporter, & « s'en faire des Satellites. »

Maupertuis, p. 200.

Ibid.

Ibid. p. 201.

Si l'on a semblé se plaire à attribuer des effets funestes aux Comètes, on a aussi regardé ces Astres comme capables de produire des effets favorables. « Un petit mouvement qu'une Comète causeroit dans la situation de la Terre, en releveroit « l'axe, & fixeroit les saisons à un printemps perpétuel. Si « une Comète peut nous ravir notre Lune, elle pourroit aussi « nous en servir, se trouver condamnée à faire autour de nous « ses révolutions, & à éclairer nos nuits. Notre Lune pourroit « bien avoir été au commencement une petite Comète, qui « pour s'être trop approchée de la Terre, s'y est trouvée prise. » Cette dernière opinion est d'autant plus probable, qu'elle est appuyée sur une tradition généralement répandue chez les Arcadiens; ils étoient persuadés que leurs ancêtres avoient habité l'Arcadie, avant que la Lune existât. On a dit qu'une Comète, tombant dans le Soleil, peut lui servir d'aliment, & réparer en un instant les pertes que cet Astre auroit faites en plusieurs milliers de siècles par l'émission continuelle de

Ibid. p. 203.

Ovid. Fast. lib. I.

Maupertuis, p. 204. Newton. princ. l. 3. circa finem.

la lumière. On a cru que les Comètes étoient destinées à entretenir notre système planétaire: quelque petite que soit la résistance que la matière éthérée apporte au mouvement des Planètes, elle est cependant réelle, on en aperçoit principalement l'effet sur la Lune; par l'effet de cette résistance, l'orbite des Planètes est rétrécie, ces Astres s'approchent du Soleil & y tomberoient enfin sans l'action de quelques Comètes qui rétablissent de temps en temps leurs orbites. Enfin on a soupçonné que les Comètes vont porter aux autres corps célestes l'eau & l'humidité dont ils ont besoin pour réparer les pertes qu'ils en font. Efforçons-nous d'apprécier ces bons & ces mauvais effets qu'on a coutume d'attribuer aux Comètes.

Struyck, 1753, p. 111.

Newton, loco citato, & præcipuè p. 473, secundæ edition.

Appréciation de ces effets.

Premièrement, le choc d'une Comète contre une Planète, contre la Terre, par exemple, est physiquement possible, & ne pourroit arriver sans occasionner les plus grands désastres. Mais ce choc dépend de circonstances qui ne se rencontrent pas facilement ensemble. Il faut d'abord que l'un des nœuds de la Comète, l'un des deux points où sa trajectoire coupe l'Écliptique, tombe précisément sur l'orbite de la Terre, « condition contre l'existence de laquelle on peut parier l'infini contre l'unité, » dit M. du Séjour. En effet, aucune des Comètes que nous connoissons ne satisfait à cette condition. Il est cependant vrai qu'il en est quelques-unes qui ont un de leurs nœuds assez voisin de l'orbite terrestre; qu'un assez léger changement dans les élémens de leur orbite suffiroit, pour que ce nœud coïncidât avec l'orbite de la Terre; & qu'on remarque des changemens de cette espèce, & dans les orbites des Planètes, & dans celle de la Comète dont on connoît avec le plus de certitude la révolution périodique. Mais 1.° ces Comètes sont en petit nombre. 2.° L'altération que subira leur orbite, pourra autant les éloigner que les approcher de l'orbite de la Terre. 3.° Supposant que l'altération se fasse dans le sens nécessaire pour approcher la Comète en son nœud de l'orbite de la Terre, cette altération pourra être ou trop petite ou trop grande; dans le premier cas le

Essai sur les Comètes, Disc. prélim. p. xj.

nœud n'atteindra pas l'orbite de la Terre; dans le ſecond il la dépaſſera. 4.° L'effet de l'altération d'un des élémens de l'orbite d'une Comète peut être modifié, compenſé, détruit par l'altération d'un autre élément. Et comme toutes ces combinaiſons renferment une infinité de cas, & que dans chaque combinaiſon il n'y a qu'un ſeul cas qui puiſſe faire coïncider le nœud de la Comète avec l'orbite de la Terre, répétons avec M. du Séjour, qu'on peut parier l'infini contre un, que cette coïncidence n'aura pas lieu.

Mais ſuppoſé même qu'elle eût lieu, il ne s'enſuivroit pas que la Comète dût choquer la Terre; il faudroit pour cela qu'au moment où la Comète paſſeroit par ſon nœud, la Terre ſe trouvât préciſément à ce point de ſon orbite. Or M. du Séjour a prouvé qu'il y avoit ſept cents cinquante-deux mille ſept cents trente à parier contre un, que la Terre ne ſe trouvera pas même à treize mille lieues de ce point. « Le danger que nous courons de la part des Comètes eſt donc, ſi j'oſe m'exprimer ainſi, un infiniment petit du ſecond ordre. »

Eſſai ſur les Comè: ſect. V, p. 87 & 88.

Ibid. Diſcours prélim. p. xj; & ſect. V, p. 90.

Ce que nous venons de dire de la rencontre d'une Comète & d'une Planète, peut s'appliquer à la grande proximité de ces deux corps: ce n'eſt pas de leur conjonction centrale, c'eſt de leur approximation à treize mille lieues de diſtance, que M. du Séjour a prouvé qu'il y avoit ſept cents cinquante-deux mille ſept cents trente à parier contre l'unité, qu'une telle rencontre n'auroit pas lieu, quand même on ſeroit aſſuré qu'il exiſte une Comète qui doit dans le cours d'une année s'approcher de fort près de l'orbite terreſtre. Si les élémens de la Comète ſont connus d'ailleurs, la probabilité peut devenir plus grande, ou, pour parler plus correctement, moins petite; mais il ne faut pas oublier ce que nous avons dit plus haut, qu'on peut parier l'infini contre l'unité, qu'il n'exiſte pas de Comète dont la trajectoire coupe l'orbite terreſtre.

Suppoſons cependant avec M.rs de la Lande & du Séjour, qu'une Comète coupe l'orbite de la Terre en un point dont la Terre ne ſoit éloignée que de treize mille lieues, quels ſeront ſes effets ſur la Terre? Les eaux de la mer ſeroient

élevées, dit M. de la Lande, de deux mille toises au-dessus de leur niveau ordinaire. Les calculs de ce savant & laborieux Astronome sont sans doute de la plus grande précision ; mais, comme l'a observé M. du Séjour, il y a bien des remarques à faire sur la conséquence qu'on en tire. Effectivement la Comète pourroit élever les eaux à cette hauteur, si elle étoit long-temps verticale sur un même point de la mer ; mais M. du Séjour, d'après un principe démontré par M. d'Alembert, a prouvé que si l'on suppose le globe de la Terre entièrement couvert d'eau, jusqu'à la profondeur d'une lieue, la Comète emploîra $10^h\ 52'\ 0''$ à produire son effet, quel qu'il soit, sur les marées ; cette durée ne dépend point du tout de la grosseur, ni de la densité, ni de la proximité de la Comète, mais seulement de la profondeur du fluide. Si le fluide étoit profond de deux lieues, la durée de l'élévation de l'eau seroit de $8^h\ 25'\ 11''$. Or il s'en faut de beaucoup que l'action de la Comète sur un même point de la mer puisse être d'une aussi longue durée. Que la Comète en son périgée soit à treize mille lieues de la Terre, une heure après elle en sera au moins à seize mille cinq cents quarante-neuf lieues, & sera verticale sur un point de la Terre distant de $23^d\ 14'$ du point auquel elle répondoit. A la fin de la seconde heure, le point qui lui répond sur la Terre aura varié de $27^d\ 36'$ & la distance de la Comète à la Terre sera de vingt-quatre mille sept cents soixante-huit lieues. Et nous avons ici choisi le cas le plus favorable qu'il fût possible pour l'action de la Comète. Dans une autre hypothèse, en une demi-heure seulement de temps, la Comète se seroit éloignée à trente-deux mille cinq cents soixante-neuf lieues de la Terre, & son point correspondant sur la Terre auroit varié de $81^d\ 27'\ 30''$. Toutes les autres hypothèses possibles donnent des résultats mitoyens entre ces deux extrêmes. Qu'on juge d'après ces réflexions, si les Comètes peuvent avoir le temps de produire dans les marées d'aussi grands désordres qu'elles en pourroient effectivement produire, si elles demeuroient plus long-temps verticales sur le même point de la mer.

Essai sur les Comètes, p. 69 & suiv.

Cause des Vents, art 12 & suiv.

Pour apprécier les effets que le mélange de notre atmoſphère avec celle d'une Comète, pourroit opérer ſur l'air que nous reſpirons, il faudroit, comme nous l'avons dit plus haut, connoître ce que c'eſt que l'atmoſphère d'une Comète. Je ne vois pas ſur quel fondement on peut appuyer l'idée de ſes malignes influences. Cette atmoſphère paroît plus tranſparente que la nôtre; qui empêche qu'elle ne ſoit plus pure & plus déphlogiſtiquée? Que preſque tous les Anciens nous aient atteſté que l'apparition des Comètes étoit ſuivie des plus grands deſaſtres, qu'en conclurons-nous? Eſt-ce qu'une Comète ne peut paroître, ſans que la Terre ſe trouve englobée dans ſon atmoſphère? ou cette atmoſphère influe-t-elle à de grandes diſtances? Ces mêmes Anciens croyoient pareillement que les éclipſes de Soleil & de Lune étoient ſuivies d'effets funeſtes; on devroit être entièrement revenu de ces fables.

Qu'une Comète, paſſant près de la Terre, puiſſe retarder ou accélérer ſon mouvement de rotation autour de ſon axe, j'en doute fort: mais qu'elle déplace l'axe de la Terre, de manière qu'une partie de la Terre, qui étoit auparavant ſous l'Équateur, ſe trouve enſuite vers les pôles, & que celle qui étoit vers les pôles, ſe trouve vers l'Équateur, c'eſt ce dont aucune loi de Phyſique ne nous permet d'admettre la poſſibilité.

Il y auroit plus de probabilité à dire qu'une Comète peut faire varier l'inclinaiſon de l'axe de la Terre ſur le plan de l'Écliptique. On connoît une variation ſemblable, occaſionnée par la Lune, mais cette variation eſt fort petite. Les autres Planètes, & ſur-tout Jupiter & Vénus en produiſent une autre; mais elle eſt ſi peu ſenſible, que les Aſtronomes ſont encore partagés ſur la certitude de ſon exiſtence, & encore plus ſur ſa quantité. Celle qui eſt produite par la Lune, eſt périodique; elle augmente & diminue ſucceſſivement l'inclinaiſon de l'axe terreſtre. Il en ſeroit probablement de même de celle qui ſeroit occaſionnée par la proximité d'une Comète; l'effet produit par la Comète, avant ſon paſſage par le plan de notre Équateur, ſeroit preſque totalement détruit par une

action contraire de la même Comète, lorsqu'elle auroit dépassé ce plan. D'ailleurs, vu la rapidité du mouvement de la Comète, & vu peut-être aussi son peu de densité, je doute fort que cet effet fût extrêmement sensible. Mais quand il le seroit, devrions-nous nous féliciter d'avoir un printemps perpétuel, c'est-à-dire, de n'avoir jamais le Soleil ni plus ni moins élevé qu'il ne l'est au 20 ou 21 Mars, & au 22 ou 23 Septembre? Quelques pays y gagneroient peut-être, la plupart probablement y perdroient beaucoup.

En admettant que les Planètes, par la résistance de l'éther, rétrécissent continuellement leurs orbites, & qu'elles s'approchent du Soleil, on conviendra du moins qu'il s'écoulera plusieurs milliers de siècles, avant qu'elles parviennent jusqu'à cet Astre. Comme ce mouvement, s'il est réel, est au moins très-peu sensible, nous conviendrons volontiers que les Comètes peuvent en arrêter l'effet; mais comme il ne s'agit ici que de possibilités, il est clair que les Comètes peuvent pareillement augmenter l'intensité de ce mouvement. Nous ne pouvons donc ici dire autre chose, sinon que celui qui a donné le mouvement à cette admirable machine de l'Univers, en a disposé les ressorts avec la plus parfaite sagesse. Reposons-nous sur sa Providence infinie, elle veille à la conservation de tout ce qui lui doit l'existence.

Je n'ai rien à dire de neuf sur les idées qu'on s'est formées, que la Lune pourroit avoir été une Comète, qui pour s'être engagée trop avant dans la sphère d'activité de la Terre, a été forcée de tourner autour d'elle; qu'une Comète peut nous l'enlever; que la Terre elle-même pourroit avoir été une Comète, & qu'elle peut redevenir telle; qu'une Comète peut même se l'approprier, pour en faire son Satellite; qu'au contraire, une Comète fortement attirée par la Terre, pourroit nous servir de seconde Lune. Toutes ces imaginations sont brillantes; M. du Séjour, d'un trait d'analyse, les a fait toutes évanouir. Il a prouvé 1.° qu'il étoit absolument impossible qu'une Comète, mue dans une trajectoire parabolique ou hyperbolique, devînt Satellite de la Terre. 2.° Pour qu'une

Essai sur les Comèt. p. 186.

Comète

Comète, dont l'orbite ſeroit elliptique, devînt Satellite de la Terre, il faudroit, lorſqu'elle entre dans la ſphère d'attraction de la Terre, que ſon mouvement relatif, c'eſt-à-dire, la différence entre ſon mouvement & celui de la Terre ne fût que de 2176,1 pieds au plus par ſeconde de temps. Mais eſt-il poſſible qu'une Comète, dont l'orbite, quoiqu'elliptique, approche cependant fort d'être parabolique, n'ait que 2176 pieds de mouvement relatif à celui de la Terre; tandis qu'il eſt démontré que le mouvement relatif d'une Comète parabolique placée à cette même diſtance, c'eſt-à-dire à la diſtance de la Terre au Soleil, doit être dans le cas le plus défavorable de 39025 pieds? Je ne penſe pas que les quantités négligées par M. du Séjour dans ſon N.° 184, puiſſent aller juſqu'à accélérer ſuffiſamment le mouvement néceſſaire à cette Comète, pour qu'elle puiſſe devenir Satellite de la Terre. Mais quand cela ſeroit, la Comète à chacune de ſes révolutions paſſeroit à l'extrémité de la ſphère d'attraction de la Terre; alors elle ne tiendroit preſque plus à la Terre, & la moindre force finie ſuffiroit pour l'en détacher. « En un mot, puiſque cette Comète ſeroit venue d'un point pris hors « de la ſphère d'attraction de la Terre, & qu'elle auroit primi- « tivement circulé autour du Soleil, comme centre de ſes « mouvemens, lorſque la ſuite des révolutions ramèneroit les « mêmes poſitions reſpectives du Soleil, de la Terre & de la « Comète, elle devroit ceſſer de tourner autour de la Terre, « & recommencer à circuler autour du Soleil. » Or il eſt aiſé de voir que rien de tout cela ne convient à la Lune. 3.° M. du Séjour ſuppoſe une Comète d'une maſſe égale à celle de la Terre, & qui, faiſant abſtraction de l'attraction mutuelle des deux corps, devroit paſſer à treize mille lieues du centre de la Terre; il donne à l'orbite de cette Comète les élémens les plus propres pour que cette attraction mutuelle puiſſe produire les plus grands effets poſſibles. Or dans cette hypothèſe les altérations des orbites de la Terre & de la Comète ſeroient ſenſibles, mais peu conſidérables, & ne changeroient point la nature de ces orbites. La nouvelle

Eſſai ſur les Comèt. p. 189.

Ibid. p. 190. & 191.

orbite de la Terre seroit inclinée sur l'ancienne de $2^d\ 4'\ 10''$; son rayon vecteur seroit alongé de 0,00014, en prenant pour unité l'ancienne distance moyenne de la Terre au Soleil; l'excentricité de l'orbite seroit de 0,0162, au lieu qu'elle étoit précédemment de 0,0168; le demi-grand axe seroit de 1,00441, & la durée de la nouvelle année seroit de $367^j\ 16^h\ 4'\ 48''$; il n'y auroit guère que les Astronomes qui s'apercevroient d'abord de ces variations. Comme on suppose la masse de la Comète égale à celle de la Terre, les altérations de son orbite seroient analogues à celles de l'orbite de la Terre. Il est enfin démontré que cette Comète, ne dût-elle même passer qu'à trois mille deux cents cinquante lieues du centre de la Terre, feroit après son périgée, pour sortir de la sphère d'attraction de la Terre, un chemin égal & semblable à celui qu'elle auroit fait depuis son entrée dans cette sphère jusqu'à son périgée. Concluons qu'une Comète, en vertu des seules loix connues de la Nature, ne peut devenir Planète, encore moins satellite d'une Planète; que la Terre n'a jamais été Comète, que la Lune a toujours été satellite de la Terre, & que nous n'avons pas d'autre Satellite à espérer; qu'une Comète ne peut probablement pas nous enlever la Lune, encore moins s'approprier la Terre, la forcer de tourner autour d'elle en qualité de Satellite, ou altérer son orbite, de manière qu'elle devienne elle-même Comète. Je sais qu'on peut faire différentes hypothèses de proximité & de masse, d'après lesquelles on pourra démontrer que quelques-uns de ces effets ne sont pas rigoureusement impossibles; mais il faudra dire de ces hypothèses ce que nous avons dit ci-dessus du choc d'une Comète & de la Terre. Plus on outrera la masse & la proximité de la Comète, plus l'existence physique de cette Comète devient improbable; il y aura l'infini à parier contre l'unité, qu'une telle Comète n'existe pas.

Essai sur les Comèt. p. 178 & suiv.

Ibid. p. 141 & suiv.

Ce que nous disons de la Terre, doit s'appliquer, proportion gardée, aux autres Planètes.

La Comète de 1680 a passé fort près du Soleil; sa distance

au centre du Soleil n'étoit que des deux tiers du diamètre de cet Aſtre. Une légère perturbation dans l'orbite de la Comète, occaſionnée par la rencontre de quelque Planète ou de quelqu'autre Comète, auroit pu diminuer ſa diſtance périhélie. Il n'eſt donc pas phyſiquement impoſſible qu'une Comète tombe dans le Soleil; mais le cas eſt peut-être auſſi peu probable que celui du choc d'une Comète contre une Planète. Il eſt vrai que le Soleil lance continuellement des rayons de lumière; mais quelle eſt la nature, la ſubſtance de ces rayons? Cette émiſſion diminue-t-elle bien réellement la ſubſtance du Soleil? Ces rayons ne peuvent-ils pas revenir au Soleil par des voies qui nous ſont inconnues? Enfin la chute des Comètes dans le Soleil eſt-elle le ſeul moyen poſſible de réparer cette déperdition? Ce ſont autant de queſtions ſur leſquelles je ne me crois pas aſſez éclairé pour oſer prononcer. J'en dis autant de l'eau & de l'humidité que les Comètes pourroient porter aux Planètes; j'ignore quelle eſt la ſubſtance de la queue des Comètes, & d'ailleurs eſt-il bien prouvé que les Planètes faſſent quelque déperdition d'eau & d'humidité?

M. de la Lande a fait un fort bon Mémoire ſur une irrégularité ſingulière obſervée dans les mouvemens de Saturne. Cette Planète, en oppoſition avec le Soleil dans les années 1686 & 1745, avoit la même anomalie moyenne, & étoit d'ailleurs à peu-près à même diſtance de Jupiter: en ces deux années l'erreur des Tables d'Halley, ſur la longitude de Saturne fut abſolument la même. En 1701 & en 1760, Saturne avoit pareillement la même anomalie vraie, & ſa diſtance à Jupiter étoit à peu-près égale en l'une & en l'autre année. Cependant l'erreur des Tables étoit en 1760 de 13 minutes plus forte qu'en 1701; d'où il ſuit que les deux révolutions écoulées entre 1701 & 1760 ont été de ſix jours & demi plus courtes que les deux révolutions précédentes entre 1686 & 1745. Ce dérangement extraordinaire eſt conſtant; « nous en ignorons la cauſe, dit M. de la Lande, & je ne puis l'attribuer qu'à des attractions de Comètes. »

Perturbation ſenſible de Saturne.

Mémoires de l'Acad. des Sc. année 1765, p. 361.

Réflex. ſur les Comèt. p. 33.

Pour moi, je ne puis me persuader qu'une Comète ait pu occasionner un effet sensible sur le mouvement d'un corps aussi massif que Saturne. Je pense même que si cela fût arrivé, la Comète auroit à plus forte raison dérangé sensiblement quelques-uns des satellites de cette Planète. Mais indépendamment de cette raison, à laquelle on pourroit répondre que tous les cinq Satellites étoient peut-être alors de l'autre côté de Saturne, je crois être en état de prouver que le dérangement de Saturne n'est pas l'effet du passage d'une Comète. Si un tel passage eût accéléré le mouvement de Saturne, l'accélération eût été permanente : or elle ne l'a pas été. En 1716 & en 1775, Saturne en opposition avec le Soleil avoit la même anomalie vraie ; la distance de Jupiter à Saturne étoit en 1716 de $7^s\ 29^d$, en 1775 de $7^s\ 18^d\frac{1}{3}$, la différence n'est pas de onze degrés : mais en 1716 l'erreur des Tables d'Halley étoit de $+\ 6'\ 15''$, en 1775 de $+\ 3'\ 41''$; donc en deux révolutions écoulées depuis 1716 jusqu'en 1775, la variation de l'erreur des Tables n'étoit plus de $13'$, mais seulement de $2'\ 34''$; donc cette accélération du mouvement de Saturne n'est pas constante ; donc elle n'est pas l'effet du passage d'une Comète. Dira-t-on que tout cela n'est qu'un effet de l'action combinée de plusieurs Comètes invisibles ? J'aimerois presque autant qu'on dît, avec un Écrivain de nos jours, que ce sont plusieurs Planètes ou Étoiles invisibles, qui par un concours inconnu opèrent la génération des Comètes.

CHAPITRE V.

De l'Atmosphère des Comètes.

Noyau ou tête de la Comète.

LE noyau ou la tête des Comètes en est la partie la plus brillante & en même temps la plus petite. On juge avec fondement que c'est un corps solide, mais assez petit, & probablement de peu de densité. Cette tête est quelquefois éclatante, le plus souvent terne, obscure & mal terminée.

On a même obſervé cette variété dans les différens retours d'une même Comète; celle de 1607 étoit ſombre & livide; la même Comète nous parut aſſez obſcure en 1759; en 1531 elle étoit d'un beau jaune imitant la couleur de l'or, elle étoit très-éclatante en 1682. Ces variations ne peuvent être rapportées qu'à la différente conſtitution de l'atmoſphère qui environne la Comète.

Chevelure.

Cette atmoſphère ſe préſente à nos yeux ſous l'image d'un brouillard qui environne de toutes parts la tête ou le noyau de la Comète; telle paroîtroit ſans doute l'atmoſphère de la Terre, ſi on l'obſervoit de deſſus la Lune ou Vénus. Celle des Comètes paroît d'autant plus denſe, qu'elle eſt plus voiſine du centre ou du noyau, ce qui doit être, ſi cette atmoſphère eſt ſphérique, comme il ne ſemble pas qu'il y ait lieu d'en douter. On a cru remarquer que cette *chevelure*, c'eſt ainſi qu'on l'appelle, s'étendoit moins du côté du Soleil que des autres côtés. On a vu quelquefois des Étoiles au travers, même près du noyau; d'où l'on a conclu que la matière dont elle eſt formée eſt très-rare; l'atmoſphère de la Terre répand une ombre ſenſible ſur la Lune. Il ſemble que comme l'atmoſphère terreſtre eſt ſouvent ternie par des brouillards & des nuages, celle des Comètes éprouve des variations analogues: c'eſt ſans doute à ces variations de l'atmoſphère cométaire qu'il faut attribuer certains phénomènes qui ont jeté les Cyſat, les Hévélius dans l'erreur. Le premier a cru voir le noyau de la belle Comète de 1618, ſe diviſer le 8 Décembre en trois ou quatre petits noyaux, & le 20 Décembre ce même noyau lui parut être un aſſemblage de petites Étoiles; le P. Scheiner & Vendelin virent ces mêmes apparences. Hévélius vit quelque choſe d'analogue dans la Comète de 1661 & dans quelques autres; c'eſt ce qui lui perſuada que les Comètes étoient abſolument de la même nature que les taches du Soleil, que les unes & les autres étoient compoſées de pluſieurs noyaux contigus, qui pouvoient ſe ſéparer & ſe rejoindre. Mais toutes ces variations s'expliquent beaucoup mieux, en les attribuant à la différente

Mairan, Aurore boréale, 2.e édit. p. 288.

Hevel. Comet. lib. VI.

Ibid. lib. VIII.

constitution des diverses parties de l'atmosphère cométaire.

Queue.

Outre la chevelure des Comètes, on a remarqué que presque toutes étoient accompagnées d'une longue trace de lumière, qu'on appelle *queue* de la Comète : on lui donnoit autrefois le nom de *barbe*, lorsqu'elle précédoit la Comète, & celui de *queue*, lorsqu'elle la suivoit. Voici les phénomènes qu'on a observés dans les queues des Comètes, depuis qu'on les observe avec quelque attention.

Quelques Comètes ont été vues sans aucune apparence de queue, mais seulement avec une chevelure qui les environnoit; le calcul de leur route a fait connoître que la plupart de ces Comètes sans queue étoient très-distantes de la Terre & du Soleil; telle étoit la Comète de 1729, dont la moindre distance au Soleil étoit quatre fois plus grande que celle du Soleil à la Terre.

Toujours opposée au Soleil.

Pierre Appien observa cinq Comètes, depuis 1531 jusqu'en 1539, il remarqua le premier, que non-seulement la queue de ces cinq Comètes avoit toujours été constamment opposée au Soleil, mais qu'il en étoit de même de quelques autres Comètes, sur la direction de la queue desquelles les Anciens nous avoient communiqué quelques lumières. Toutes les Comètes qui ont paru depuis avec une queue, ont confirmé la justesse de cette observation. On ne doit donc pas s'étonner si quelques Comètes, d'ailleurs assez voisines de la Terre, n'étoient accompagnées d'aucune queue apparente : on a remarqué que ces Comètes étoient opposées au Soleil; donc leur queue, opposée pareillement au Soleil, étoit située derrière le noyau de la Comète, on ne pouvoit la voir dans le sens de sa longueur; dans le sens de sa largeur, elle environnoit la tête de la Comète en forme de chevelure, & donnoit une plus grande étendue apparente à son atmosphère. De cette direction de la queue on a conclu qu'il devoit y avoir quelque rapport direct entre le Soleil & la queue des Comètes.

Sa déviation.

Cette direction de la queue à l'opposite du Soleil n'est cependant pas toujours bien précise; on y a remarqué des

déviations assez sensibles & inégales. La Comète de 1577 étant le 29 Décembre en $11^{s}\ 8^{d}\ 41'$ avec une latitude boréale de $28^{d}\ 40'$, & le Soleil en $9^{s}\ 18^{d}\ 26'$, la queue de la Comète dévioit de 21 degrés de l'opposite du Soleil vers le sud: en 1680 *(a)*, la Comète étant pareillement en $11^{s}\ 8^{d}\ 41'$, avec $28^{d}\ 6'$ de latitude boréale; & le Soleil en $9^{s}\ 18^{d}\ 26'$, la déviation de la queue de la Comète étoit de $4^{d}\frac{1}{2}$ au nord. Comme la Comète & la Terre se trouvoient en ces deux observations dans le même lieu du Ciel, on a conclu de la différence des déviations, que les queues des Comètes étoient quelque chose de réel; si elles n'étoient qu'un simple phénomène d'optique, elles devroient toujours, les circonstances étant les mêmes, se présenter dans une direction uniforme. En observant avec plus d'attention ces déviations de la queue, on a remarqué que la déviation est d'autant plus petite, que la queue de la Comète est plus inclinée à l'orbite, tout étant supposé d'ailleurs égal; que cette même déviation considérée sur-tout à la naissance de la queue, est d'autant moindre, que la Comète approche plus près du Soleil; que la déviation se fait toujours du côté de l'orbite que quitte la Comète?

Newton, Princ. lib. III, prop. 41, p. 468.

Ibid. p. 469.

Sa courbure.

Non-seulement la queue dévie souvent de la direction opposée au Soleil, mais on a remarqué de plus, qu'alors elle n'étoit pas droite, & qu'elle se courboit à son extrémité, d'autant plus sensiblement, que la déviation étoit plus grande à sa naissance. On a cependant observé que cette courbure étoit nulle lorsque la Terre se trouvoit dans le plan de l'orbite de la Comète. Cette courbure est telle, que l'extrémité de la queue dévie proportionnellement plus de l'opposite du Soleil, que les parties les plus voisines du noyau; donc si l'on tire une ligne droite par le Soleil & par la Comète, la partie convexe de la queue sera tournée du côté de cette ligne. De ces phénomènes de la déviation & de la courbure

(a) L'observation fut réellement faite à Londres le 28 Décembre 1680, vieux style; mais selon le nouveau style on comptoit le 7 Janvier 1681. L'observation de 1577 est de Tycho.

des queues des Comètes, il a été facile de conclure que ces variations étoient relatives au mouvement des Comètes, & qu'elles étoient abſolument indépendantes de la partie du Ciel où l'on voyoit la Comète. Tycho a paru croire que la queue des Comètes étoit toujours droite, que ſi elle nous ſembloit courbée, ce n'étoit que parce que ſes parties étoient inégalement diſtantes de notre œil. Nous ne pouvons être de cet avis; quelque ſuppoſition que l'on faſſe, une ligne droite ſe projette toujours en ligne droite, ou, ce qui revient au même, en arc de grand cercle.

Newton, Princ. lib. III, prop. 41, p. 469.

On a obſervé des inégalités très-ſenſibles, non-ſeulement dans les queues de différentes Comètes, mais même dans celle d'une ſeule & même Comète; voici les principales.

Inégalités dans la queue d'une même Comète.

On a vu des Comètes ſans queue, nous en avons expoſé les raiſons ci-deſſus; d'autres ont eu des queues fort petites, quelques-unes en ont traîné d'extrêmement longues; on en trouve différens exemples dans l'hiſtoire des Comètes, qui compoſe la 2.e partie de cet Ouvrage. Si, comme il n'y a pas lieu d'en douter, la queue des Comètes eſt toujours dirigée vers le côté oppoſé au Soleil, il s'enſuit que la ſituation d'une Comète, par rapport au Soleil, doit beaucoup influer ſur la grandeur apparente de ſa queue: ſi la Comète eſt en conjonction ou en oppoſition avec le Soleil, on ne verra que la largeur de la queue, on ne pourra point en eſtimer la longueur; au contraire, ſi elle eſt éloignée de 60 ou 80 degrés du Soleil, la longueur de ſa queue s'offrira à nos regards ſous le plus grand angle poſſible; la Comète de 1769 étoit à 55 degrés environ de diſtance du Soleil, lorſque nous l'obſervames, avec une queue longue de 90 degrés.

La diſtance de la Comète à la Terre, influe pareillement beaucoup ſur la longueur apparente de la queue; il eſt inutile que je m'arrête à prouver une vérité auſſi manifeſte.

Les deux cauſes que nous venons d'indiquer, n'agiſſent que ſur les longueurs apparentes des queues des Comètes; il eſt facile d'en apprécier les effets. Lorſque ces effets ſont défalqués,

défalqués, on trouve que les queues des Comètes varient réellement en grandeur. On a constamment observé qu'une Comète tendant à son périhélie ne commence à prendre une queue que lorsqu'elle approche du Soleil; la belle Comète de 1680 n'avoit pas de queue le 14 Novembre, trente-quatre jours avant son périhélie. La longueur réelle de la queue augmente de jour en jour, & la tête, ou plutôt la chevelure qui environne la tête, semble au contraire diminuer. La queue parvient à sa plus grande longueur peu après le passage de la Comète par son périhélie; elle diminue ensuite par degrés, de manière cependant qu'à égales distances du périhélie, la queue est plus longue après le passage qu'auparavant. On a de plus observé que les Comètes, dont la distance périhélie excédoit de beaucoup la distance moyenne du Soleil à la Terre, ne prenoient point de queues; & que la queue des autres étoit d'autant plus belle, tout étant d'ailleurs égal, que leur distance périhélie étoit moindre.

La tête ou chevelure de la Comète, & sa queue naissante forment comme une espèce de section parabolique, dont le noyau quelquefois invisible occupe sensiblement le foyer. La queue s'élargit & occupe par sa largeur plusieurs degrés dans le Ciel. La queue de la Comète de 1769 avoit le 11 Septembre 13 degrés de largeur. Nous avons dit que la queue se courboit souvent; nous avons même remarqué, feu M. de la Nux à l'île de Bourbon, & nous entre Ténériffe & Cadiz, que la queue de la Comète de 1769 étoit doublement courbée vers son extrémité; elle représentoit comme la figure d'une ∽. Or on a observé que la partie convexe de cette courbure étoit plus claire, mieux terminée, & en quelque façon plus dense que la partie concave. On vit à Rome une espèce de noyau, comme l'appelle Hévélius, dans la queue de la dernière Comète de 1618; c'étoit comme une ligne ou un trait éclatant, qui tel que la moëlle d'un arbre, s'étendoit dans toute la longueur de la queue, en divisant en deux sa largeur. Képler & Schickard virent ce même phénomène, mais il ne divisoit pas alors la largeur de la queue, il côtoyoit

un de ses bords, ce qui est plus conforme à ce qui est ordinairement observé.

Hevel. Comet. lib. VIII, p. 517.

La queue des Comètes se termine ordinairement en une pointe presque imperceptible, son éclat s'exténuant toujours par dégradation. Cheseaux assure avoir vu la Comète de 1744 s'épanouir en quelque sorte & se terminer en éventail. On a pu remarquer dans notre histoire des Comètes quelques exemples de Comètes avec plusieurs queues.

Cheseaux, Traité de la Com. de 1744, p. 155.

La clarté de quelques Comètes a été assez grande pour qu'on les ait vues de jour. Telles ont été la Comète qui a paru à la mort de César, la première de l'an 1402, celle de 1618, celle de 1744 & quelques autres.

La queue des Comètes ne paroît ni également brillante, ni également longue à ceux qui l'observent en différentes parties de la Terre. La queue de la 1.re Comète de 1759 nous paroissoit fort petite au commencement de Mai; la Nux en mesura la longueur à l'île de Bourbon, elle s'étendoit jusqu'à 47 degrés. La queue de la Comète de 1680 n'excéda pas 62 degrés à Paris, suivant Cassini; elle fut trouvée de 90 degrés à Constantinople. Le 9 Septembre 1769, la Comète fut vue à Londres avec une queue de 43 degrés; elle étoit de 55 degrés à Paris, de 60 & plus à l'île de Bourbon, de 75 sur mer entre Ténériffe & Cadiz. Le 11, elle fut jugée de 90 degrés sur mer, de 97 à l'île de Bourbon; donc la constitution de notre atmosphère contribue à l'éclat & à la longueur apparente de la queue des Comètes.

On remarque dans la queue des Comètes, non-seulement des inégalités de direction, de largeur, d'éclat, mais encore des mouvemens intestins sensibles, des jets, des élancemens, semblables à ceux qu'on a coutume d'observer dans les aurores boréales. « Ceux qui ont observé avec quelque attention la » Comète de 1607, dit Képler, témoigneront que la queue, courte d'abord, devint longue en un clin-d'œil ». Le P. Cysat remarqua des ondulations bien marquées dans la queue de la Comète de 1618; elle paroissoit, dit-il, comme agitée par le vent. Les rayons de la chevelure paroissoient comme

Képl. de Comet. p. 93.

s'élancer de la tête & y revenir auſſitôt. Képler, Wendelin, Snellius remarquèrent cette même ondulation. Hévélius obſerva des mouvemens analogues dans la queue des Comètes de 1652 & de 1661. Nous avons aperçu ces mêmes phénomènes dans la queue de la Comète de 1769; la Nux les a pareillement obſervés à l'île de Bourbon. *Hevelius, Com. l. VIII, p. 509 & 510.*

On juge que la matière qui compoſe la queue & même la chevelure des Comètes doit être fort rare, puiſqu'on voit les Étoiles au travers. Hévélius dit que les queues des Comètes ont éclipſé pluſieurs fois les Étoiles; Arcturus, la claire du collier de Chara, une Étoile du quadrilatère de la grande Ourſe, celle de l'extrémité de ſa queue furent, dit-il, totalement éclipſées en divers jours par la queue de la Comète de 1618, *penitus obumbratæ fuerunt*, & à la marge, *Cometa 1618 fixas obſcuravit, imò penitus texit.* Hévélius apporte en preuve la ſeule autorité de Cyſat, qui ne le dit point, qui dit même preſque le contraire dans le paſſage allégué par Hévélius; voici ce paſſage: *Stellæ hodie & ſequentibus diebus per comæ radios prope caput tralucentes (nam aliquot ita tralucentes conſpeximus) ALIQUANTULÙM obſcurabantur a Cometæ radiis, inductâ illis quaſi nube, adeoque eclipſim ALIQUAM patiebantur.* C'eſt-à-dire, mot à mot: « Aujourd'hui & les jours ſuivans, des Étoiles qui paroiſſoient au travers des « rayons de la chevelure, près de la tête (car nous en avons « vu quelques-unes au travers de ces rayons) étoient tant « ſoit peu ternies par les rayons de la Comète, comme ſi un « nuage eût été devant elles, & en conſéquence elles ſouffroient « une eſpèce d'éclipſe ». Cela ne ſignifie pas qu'on ceſſoit abſolument de les voir. Au reſte, nous ne nions pas que la chevelure & même la queue des Comètes ne puiſſe nous cacher la vue de quelques Étoiles; mais nous ne penſons pas devoir rapporter de telles éclipſes à la denſité, ce ſera plutôt à l'éclat de la queue de la Comète; c'eſt ainſi que la clarté de la Lune nuit ſouvent à l'éclat des Étoiles qui en ſont voiſines. Les atmoſphèr. des Comètes ont fort peu de denſité. *Hevelius, ibid. p. 516.*

Tels ſont les phénomènes des chevelures & des queues Diverſes opinions ſur la

nature de ces atmoſphères. des Comètes ; divers Philoſophes ſe ſont exercés à en donner des explications phyſiques. Il eſt naturel de penſer que ceux qui ſe ſont trompés ſur le lieu, le mouvement & la nature des Comètes, auront pareillement erré ſur la nature de leur atmoſphère & de leur queue. D'autres en voulant donner du neuf, ont produit de nouvelles erreurs.

Mallemant de Meſſange ſuit le ſyſtème de Deſcartes ſur la nature des Comètes ; quant à la chevelure & à la queue ; « c'eſt, dit-il, un tourbillon d'air épaiſſi, formé des parties les » plus craſſes des tourbillons voiſins, & qui par cela même eſt capable de réfléchir les rayons du Soleil. » Mais par la même raiſon il devroit intercepter la vue des Étoiles. « Ou » bien, dit Mallemant, cette Planète (la Comète) peut avoir » un grand nombre de ſatellites, qui ſont toujours d'un même » côté, ou qui tournent irrégulièrement, parce que les tourbillons voiſins les gênent extrêmement. » Expoſer de pareils ſyſtèmes, c'eſt les réfuter pleinement. Combien ne faudroit-il pas de Satellites pour former des queues de Comètes telles que celles de 1680, 1769, &c. & cela même au-delà du tourbillon de Saturne?

L'Ouvrage de la Créat. &c. Paris, 1679.

Selon le célèbre Jacques Bernoulli, jeune alors, le Soleil cuit les Planètes ; il s'élève du Soleil & des Planètes des exhalaiſons, des fumées, juſqu'à la circonférence du tourbillon ſolaire ; là elles ſont arrêtées & repouſſées par les tourbillons voiſins. Cependant de nouvelles exhalaiſons s'élèvent & s'uniſſent aux premières, le tout ſe condenſe & s'unit aux Comètes, lorſque celles-ci approchent de la circonférence du tourbillon du Soleil, &c. Le moindre défaut de cette hypothèſe eſt qu'elle porte ſur les tourbillons Cartéſiens, & qu'on y ſuppoſe que les Comètes ſont, même en leur périhélie, plus éloignées du Soleil que Saturne. Au reſte, Bernoulli lui-même paroît ne pas compter beaucoup ſur la ſolidité de ſon ſyſtème.

Conamen novi ſyſtemat. Comet. Amſtel. 1682.

Ibid. p. 54.

La gravité qui fait mouvoir une Planète autour d'un centre, vient à être détruite par un mouvement inteſtin des parties qui la compoſent ; ce mouvement embraſe la Planète

& imite la flamme : la Planète devenue Comète quitte ſa place pour décrire une ligne droite, tangente de ſon ancienne orbite, courbée cependant un peu vers le Soleil, parce que la matière la plus intérieure, la plus voiſine du centre n'eſt pas encore totalement métamorphoſée. Mais la matière extérieure, devenue légère, ne tend plus au Soleil, elle eſt diſſoute par l'air, & s'éloigne avec lui du Soleil. Comme les particules de cette matière ſont embraſées, elles paroîtront ſous la forme d'une multitude de rayons ignés, ſortans de la tête de la Comète, & dirigés à l'oppoſite du Soleil; c'eſt ce qui conſtitue la queue de la Comète. Telle eſt l'opinion du célèbre Robert Hook. Mais quel eſt ce mouvement inteſtin? Quelle en eſt la cauſe? Il eſt démontré d'ailleurs que les Comètes ſuivent abſolument les mêmes loix que les Planètes dans leurs révolutions autour du Soleil, placé au foyer de leur orbite. De plus, ſelon toutes nos lumières actuelles, la peſanteur dépend de la quantité de la matière; quelque mouvement inteſtin qu'on veuille ſuppoſer, la peſanteur ſubſiſtera, tant qu'il y aura la même quantité de matière. Enfin on a vu bien des Comètes, & l'on n'a jamais vu de Planète diſparoître.

Cometa 1678, Londin.

Le P. Gaëtan Fontana, Théatin de Modène, s'eſt figuré que les Comètes ſont des Planètes d'une eſpèce particulière, qui ont en elles-mêmes le principe de leur mouvement, qui ne reçoivent pas la lumière du Soleil, mais qui brillent, ainſi que leur queue, d'un éclat qui leur eſt propre. La queue ne diffère de la tête, que par la plus grande rareté de la matière dont elle eſt compoſée. Si la queue eſt toujours oppoſée au Soleil, c'eſt peut-être de peur que ſa ſubſtance, extrêmement rare, ne ſoit léſée par les rayons ſolaires. Cette raiſon n'eſt pas plus phyſique que les autres parties du ſyſtème de Fontana.

Inſtitutio Phyſico-Aſtronomica, &c. Mutinæ, 1695.

Autre rêve. Suivant un Phyſicien d'un vrai mérite, mais qui déraiſonne quelquefois; & à qui cela n'arrive-t-il pas? Suivant Nicolas Hartſoëker, le Soleil a beſoin d'un aliment continuel, que lui fournit l'air ambiant ; il eſt entouré d'une fumée légère, qui fait effort pour s'écarter du centre, & qui

y retombe cependant, lorſque pluſieurs de ſes molécules s'uniſſent; de-là les taches du Soleil. Cette fumée, en ſortant du Soleil, ne ſauroit faire beaucoup de chemin, ſans être pouſſée vers l'endroit où le mouvement eſt le plus rapide, c'eſt-à-dire, vers l'Équateur du Soleil; de-là la lumière zodiacale. Les taches quelquefois s'uniſſent, & forment un globe creux en dedans, & par conſéquent très-léger; ce globe eſt chaſſé bien loin par la force du Soleil, mais il y revient enſuite; voilà les Comètes. Ce globe eſt très-chaud, & par conſéquent jette une fumée prodigieuſe, qui s'élève plus haut, à l'oppoſite du Soleil; voilà la queue des Comètes. Hartſoëker répondant ailleurs à une difficulté qu'on avoit propoſée contre ſon ſyſtème, ſelon lequel, diſoit-on, la queue des Comètes devroit être dirigée, non pas à l'oppoſite du Soleil, mais plutôt vers cet Aſtre, compare la Comète ſortant du Soleil à un balon ſortant du fond de l'eau: s'il y avoit des petits corps, encore plus légers que ce balon, qui ſe détachaſſent continuellement du fond de l'eau, pendant que le balon monte, ces corps ne ſuivroient pas le balon en montant, ils le dévanceroient bientôt. Il en eſt de même des corpuſcules qui forment la queue, relativement au corps même de la Comète. Les routes calculées de plus de ſoixante-dix Comètes, & ramenées aux loix les plus ſimples du mouvement des Planètes, ne permettent pas de croire que les Comètes ſoient lancées du corps même du Soleil. Or ce fondement du ſyſtème d'Hartſoëker une fois détruit, tout le reſte de l'édifice s'écroule néceſſairement.

Conjectur. phyſ. Diſc. V, p. 33 & ſuiv. Amſt. 1706.

Éclairciſſemens ſur les Conject. Phyſiq. p. 46 & 47. Amſt. 1710.

Après avoir expoſé les principales d'entre les opinions ſingulières de quelques Auteurs, ſur la formation de la queue des Comètes, il nous reſte à examiner les hypothèſes propoſées par des Philoſophes d'un plus grand poids, appuyées ſur des motifs plus réfléchis, & admiſes par un plus grand nombre de ſectateurs. On peut réduire ces hypothèſes à quatre chefs principaux: on a dit que la queue des Comètes n'étoit autre choſe que les rayons du Soleil, qui après avoir traverſé le corps tranſparent de la Comète ſe raſſembloient au-delà; on

a cru que c'étoit la lumière du Soleil réfléchie ſur le corps de la Comète, & diverſement rompue dans ſa progreſſion de la Comète à la Terre; on a penſé que la matière de la queue des Comètes étoit celle de l'atmoſphère du Soleil, & que cette queue n'étoit autre choſe que l'aurore boréale de la Comète; on a enfin jugé que la matière de la queue appartenoit à la Comète même ou à ſon atmoſphère, que quelque cauſe la portoit vers les parties ſupérieures du Ciel, & qu'elle réfléchiſſoit la lumière du Soleil.

1.° Apien, Cardan, Tycho, Snellius, le P. Anthelme & pluſieurs autres ont cru que les Comètes étoient diaphanes, que les rayons du Soleil en les traverſant, ſouffroient la même réfraction qu'ils ſouffriroient en traverſant un verre lenticulaire; & que ſe raſſemblant au-delà du noyau de la Comète, ils y formoient une clarté ou une apparence de queue. Mais, comme le remarquent fort bien Newton & Gregory, ce ſentiment heurte de front les premières loix de la dioptrique. Les rayons de lumière ne ſont viſibles, qu'autant qu'ils parviennent juſqu'à l'organe de la vue; or les rayons du Soleil, rompus par la tête de la Comète & raſſemblés au-delà, ne pourront parvenir à l'organe de la vue, qu'autant qu'ils ſeront réfléchis par quelques corpuſcules qu'ils rencontreront au-delà de la tête; donc pour former la queue de la Comète, il faut, outre les rayons du Soleil, quelques corpuſcules qui réfléchiſſent ces rayons.

Opinion de Tycho, réfutée.

2.° Suivant Deſcartes & les Cartéſiens, la cauſe de la queue d'une Comète n'eſt autre que la réfraction de la lumière dans ſa progreſſion de la tête de la Comète à l'œil de l'obſervateur. Mais on a obſervé que les queues des Comètes n'offroient jamais cette diverſité de couleurs, compagnes inſéparables de la réfraction des rayons de lumière. De plus, ſi les molécules de l'air ou de l'éther ſont capables d'occaſionner de telles réfractions, pourquoi les Planètes, pourquoi les Étoiles fixes n'ont-elles pas de queues? La ſcintillation des Étoiles eſt une eſpèce de queue, dit Deſcartes, & cette queue ſeroit plus longue, ſi l'Étoile avoit plus de

Sentiment de Deſcartes, inſoutenable.

lumière. Mais si l'on regarde une Étoile avec le télescope, sa lumière devient plus vive, & sa scintillation disparoît. Jupiter & Vénus brillent d'un éclat beaucoup plus vif que celui des Comètes, & d'ailleurs leur grandeur apparente excède de beaucoup celle de la tête des Comètes qui ont paru avec les queues les plus longues. Pourquoi donc ces Planètes n'ont-elles jamais de queue? C'est parce que la queue des Comètes est indépendante de la lumière de la tête & de l'espace intermédiaire entre la Comète & la Terre. Enfin, si la queue des Comètes n'étoit que la réfraction des rayons de lumière entre la Comète & la Terre, il semble que sa direction devroit être toujours la même dans les mêmes parties du Ciel; or cela n'est pas; cette direction varie, suivant les différentes positions du Soleil à l'égard de la Comète. Nous pouvons donc conclure que la queue des Comètes n'est pas une illusion d'optique, que c'est quelque chose de réel, quoique quelques causes d'optique puissent influer sur quelques-uns de ses phénomènes.

Système de Mairan. Sa réfutation.

3.° Suivant Dortous de Mairan, le Soleil est environné d'une atmosphère non sphérique, mais très-aplatie, de forme lenticulaire; le tranchant de cette lentille est dans le plan de l'équateur du Soleil. « Ne seroit-il pas possible, dit Mairan, » que cette atmosphère fût elliptique par son tranchant, & » que le corps de cet Astre n'y occupât qu'un des foyers de » l'ellipse & non le centre, comme dans les orbites des Planètes? » Mais cette idée d'excentricité, ajoute-t-il, est trop gratuite, » & plutôt contraire que conforme aux observations; sans » compter que la rotation du Soleil sur son axe ne peut » imprimer au fluide, dont il est immédiatement environné, » que le mouvement circulaire, ni le déterminer de proche » en proche, & dans toutes ses couches, à prendre d'autre figure que la circulaire, & concentriquement au Soleil. » J'ai de la peine à concevoir pourquoi l'atmosphère de la Terre est sensiblement sphérique, & celle du Soleil si prodigieusement aplatie. Il est vrai que la force centrifuge est quatre fois plus forte à l'équateur du Soleil qu'à celui de la Terre; mais la pesanteur

Aurore boréale, sect. 1.re ch. 8.

peſanteur eſt beaucoup moins forte à la ſurface de la Terre, qu'à celle du Soleil.

Cette atmoſphère ſolaire n'eſt pas toujours de même étendue; elle peut atteindre juſqu'à l'orbite de la Terre, & aller même beaucoup au-delà; elle peut auſſi ne pas s'étendre juſqu'à notre orbite. Les particules qui la compoſent gravitent vers le Soleil; mais il eſt une limite en-deçà de laquelle l'action de la Terre ſur ces particules eſt plus forte que celle du Soleil, & cette limite eſt à ſoixante-un mille huit cents treize lieues du centre de la Terre. « Il eſt donc évident que la matière de l'atmoſphère ſolaire pourroit tomber dans le tourbillon de la Terre, & enfin dans ſon atmoſphère, non-ſeulement du lieu où cette matière s'étend lorſqu'elle arrive juſqu'à l'orbite terreſtre & au point actuel qu'y occupe la Terre, mais encore de plus de ſoixante mille lieues au-delà. »

Aurore bor. Section III, chap. I.er

Cette atmoſphère, qui n'eſt autre que la lumière zodiacale, nous paroît lumineuſe; elle l'eſt peut-être par ſa propre nature, ou parce qu'étant très-inflammable, elle eſt actuellement enflammée par les rayons du Soleil, ou enfin ſeulement parce que conſiſtant en des parties beaucoup plus groſſières que celles de la lumière, elle la réfléchit vers nous. C'eſt à ce dernier ſentiment que Mairan s'arrête le plus, ſans cependant exclure les deux autres; car la matière zodiacale pourroit être enflammée en tout ou en partie, nous réfléchir en même temps les rayons du Soleil, & être encore plus viſible par-là que par ſa propre lumière.

Ibid. Sect. I.re chap. III.

Cela poſé, la matière de l'atmoſphère ſolaire tombe dans l'atmoſphère terreſtre, & ſe raſſemblant vers les pôles de la Terre, elle y préſente le ſpectacle de l'aurore boréale. Mais comment cette matière eſt-elle pouſſée vers les pôles? Il paroîtroit plus naturel qu'elle ſe raſſemblât le long de l'équateur terreſtre. « La cauſe de cet effet, répond Mairan, n'eſt pas unique. Nous avons déjà remarqué que la groſſièreté de l'air qui couvre le pôle & les régions polaires par rapport à notre climat, devoit favoriſer l'amas qui s'y fait de la matière zodiacale, plutôt que par-tout ailleurs, l'y retenir & la rendre

» plus viſible pour nous. On ſait auſſi que la peſanteur y agit » plus fortement que vers l'Équateur ; ce qui pourroit y déter- » miner d'autant la chute des extrémités de l'atmoſphère ſolaire. » Mais le mouvement diurne de la Terre doit plus que tout » cela contribuer à fixer le ſiége de l'aurore boréale vers le » pôle, & à faire aller de ce côté une partie de la matière » qui tombe en-deçà, & qui pourroit s'attacher à des portions plus méridionales de l'atmoſphère terreſtre. »

Aurore bor. Section III, chap. II.

Telle eſt, ſelon Dortous de Mairan, la génération de l'aurore boréale; telle eſt auſſi celle de la queue des Comètes, la queue d'une Comète n'étant, ſuivant lui, que l'aurore boréale de cette Comète. La Comète vers ſon périhélie traverſe l'atmoſphère du Soleil, & ſa propre atmoſphère ſe charge de la matière de l'atmoſphère ſolaire: cette matière eſt pouſſée des couches ſupérieures de l'atmoſphère apparente de la Comète, ſoit par l'impulſion des rayons ſolaires, ſoit par voie d'aſcenſion, comme le ſeroient des fumées & des vapeurs qui s'élèveroient de la Comète, ſoit par telle autre cauſe qu'on voudra. Et ce n'eſt pas ſeulement la queue de la Comète, c'eſt ſon atmoſphère, c'eſt ſa chevelure, ou du moins la plus grande partie de cette chevelure, & principalement toute ſa partie extérieure ou ſupérieure, qui eſt composée de cette matière zodiacale. Le diamètre de l'atmoſphère d'une Comète eſt au moins quinze fois plus étendu que la tête ou le noyau : cette atmoſphère, quoique tranſparente près du noyau, y paroît cependant fort denſe, & ſa denſité diminue à meſure qu'elle s'écarte du noyau. « N'eſt-il pas naturel de » penſer que les vapeurs & la fumée qu'une chaleur exceſſive » du Soleil tire de la Comète dans ſon périhélie, ſe rangent » à quelques lieues de hauteur ſeulement, autour de ſa ſurface, » d'où elles réfléchiſſent avec elle, & en vertu de leur denſité, » cette lumière plus denſe qu'on aperçoit au centre de ſa che- » velure, & qui ſe confond avec ce qu'on appelle le noyau » ou la tête de la Comète ? Et la matière de l'atmoſphère ſolaire » dont la ténuité, la tranſparence & l'extrême légèreté nous » ſont connues, tant par la lumière zodiacale, que par la hauteur

Ibid. Sect. V. Queſt. 23.

où elle se soutient dans les aurores boréales, & qui de plus « n'a pu manquer de suivre en très-grande quantité la Comète « pendant son périhélie, & long-temps avant & après, n'a-t-elle « pas toutes les qualités requises pour former le reste de cette « atmosphère lumineuse si étendue, ou la chevelure proprement « dite de la Comète ? Mais l'atmosphère visible des Comètes « & leur queue ne consistant en effet qu'en un grand amas de « lumière zodiacale, comme il y a tout lieu de le croire, par « la ressemblance qu'elles conservent toujours avec elle, & de « ce que toutes les Comètes qui sont douées d'une chevelure « & d'une queue ont passé au travers, ou tout proche de cette « matière, & ont dû s'en charger, que devient le danger de « l'inondation pour la Terre lorsqu'elle passe près d'une Comète? « Un embrasement sembleroit plus à craindre, si l'expérience « ne nous apprenoit que le globe terrestre peut se trouver plongé « dans la matière zodiacale, ou être enveloppé de cette matière, « soit immédiatement, soit par le moyen des aurores boréales, « sans en éprouver aucune chaleur sensible. »

Aurore bor. Quest. 22.

Ibid. Quest. 28.

Le système de Mairan eut des sectateurs & des critiques; voyez ce qu'en dit l'Auteur dans son premier Éclaircissement. On peut joindre aux approbateurs qu'il nomme, M. Montucla[a], & aux critiques, le P. Louis Fabris, Religieux Somasque[b], & sans doute plusieurs autres. Ceux qui ont adopté l'hypothèse, ont accompagné leur suffrage des plus brillans éloges; ceux qui ont cru devoir réfuter le système, l'ont fait avec toute la politesse, tous les égards si légitimement dûs aux talens, au génie, à la candeur, à toutes les vertus de son illustre auteur. Nous nous efforcerons de les imiter.

[a] *Hist. des Math. t. II. p. 573.*

[b] *Raccotta d'opusculi scientifici, &c. tomo XXXI. p. 430. In Venezia. 1744.*

Nous reconnoissons d'abord très-volontiers avec le célèbre M. Euler, que l'hypothèse est ingénieuse, nous ajoutons même, si l'on veut, que la matière est traitée avec toute la clarté possible, les moyens exposés avec sagesse, les objections très-ingénieusement repoussées. Mais nous observerons que tout ce système n'est appuyé que sur des hypothèses gratuites, qu'il nous est tout aussi permis de récuser, qu'il l'a été à

l'Auteur de les propoſer. Queſt-ce que cette atmoſphère ſolaire, tantôt viſible, tantôt inviſible ? Nous reconnoiſſons ſans doute une matière qui environne de tout côté le Soleil, & qui s'étend non-ſeulement juſqu'à l'orbite de la Terre, mais bien au-delà de l'orbite de Saturne; c'eſt la matière de la lumière. Mais les rayons de la lumière ne ſont viſibles hors du corps lumineux, qu'autant qu'ils ſont réfléchis vers nos organes par quelque corps dur ou opaque. Il faut donc reconnoître dans cette prétendue atmoſphère du Soleil quelqu'autre matière que celle de la lumière. Mais quelle eſt cette autre matière, ſi rare & ſi légère qu'elle n'apporte aucun dérangement ſenſible au mouvement des Planètes & des Comètes qui la traverſent ou qui y ſont plongées ? Eſt-elle enflammée de ſa nature, ou bien ſeulement inflammable & enflammée par les rayons du Soleil, ou enfin n'eſt-elle qu'éclairée ? Mairan n'oſe ſe décider en particulier pour aucun de ces trois ſentimens; il les admettroit volontiers tous les trois. Pourquoi cette atmoſphère atteint-elle quelquefois juſqu'à l'orbite de la Terre, & pénètre-t-elle même beaucoup au-delà, & que dans d'autres circonſtances elle ne parvient point juſqu'à cette orbite? Pourquoi, lorſqu'elle y parvient, & qu'elle ſe manifeſte par une lumière zodiacale très-lumineuſe & fort étendue, n'obſerve-t-on aucun veſtige d'aurore boréale? Pourquoi entre deux aurores boréales fort décidées & voiſines, s'écoule-t-il quelques jours où l'on n'en aperçoit aucune trace, quoique la ſérénité du Ciel ſoit la même ? Si l'atmoſphère ſolaire eſt lumineuſe par elle-même, elle l'eſt également en tout temps ; ſi elle n'eſt qu'inflammable par les rayons du Soleil, ces rayons ſont toujours les mêmes, & doivent toujours l'embraſer ; enfin ſi les particules de cette atmoſphère ne ſont qu'éclairées, pourquoi ne le ſont-elles pas conſtamment ? Ne ſeroit-il pas plus naturel de reconnoître les particules mêmes de notre atmoſphère pour la vraie matière de ces phénomènes ? Elles ſont plus maſſives que celles d'une atmoſphère ſolaire quelconque ; elles peuvent donc répercuter plus fortement la lumière ; d'ailleurs leur exiſtence ne peut être révoquée en doute ; par

ce moyen on explique les phénomènes de l'aurore boréale, d'une manière au moins auſſi ſatisfaiſante que par l'atmoſphère ſolaire de Mairan; enfin les variations que nous éprouvons dans notre atmoſphère, ſont plus que ſuffiſantes pour rendre raiſon de l'inconſtance & des variétés auxquelles ces phénomènes ſont ſujets. Et ce que nous diſons de l'atmoſphère de la Terre & des aurores boréales, on doit l'appliquer à l'atmoſphère & à la queue des Comètes; il y a trop d'analogie entre les propriétés reconnues & avouées de l'une & de l'autre atmoſphère, pour qu'on ne me permette pas de conclure de l'une à l'autre. Au contraire pour admettre une analogie entre ces deux atmoſphères & celle du Soleil, il faudroit, je penſe, être plus inſtruits que nous ne le ſommes, de la nature & des propriétés de celle-ci.

Ce ſyſtème de Mairan ſeroit ſujet à beaucoup d'autres objections, auxquelles il ne ſeroit pas facile de trouver des réponſes ſatisfaiſantes. Mais je me ſuis peut-être déjà trop étendu ſur cette hypothèſe, qui paroît maintenant preſque généralement abandonnée. Je ne puis cependant me diſpenſer de propoſer, d'après M. Euler, une difficulté analogue à l'objet principal qui nous occupe; c'eſt que quelques Comètes, qui n'atteignent jamais l'atmoſphère ſolaire, telles que celles de 1747, 1762, &c. paroiſſent cependant avec des queues & des chevelures; & que d'autres Comètes, telles que celle de 1769 & d'autres, prennent de très-belles queues, avant que d'avoir traverſé l'atmoſphère ſolaire. La moindre diſtance de la Comète de 1747 au Soleil, excéda le double de la diſtance de la Terre au Soleil. Cheſeaux l'obſerva cependant avec une queue de 24 minutes. La diſtance périhélie de la Comète de 1762 n'étoit guère plus grande que celle du Soleil à la Terre; mais il s'en falloit de beaucoup que l'atmoſphère lenticulaire du Soleil pût atteindre juſqu'au périhélie de cette Comète; la diſtance de ce périhélie au plan de l'Écliptique excédoit les $\frac{9}{10}$ de la diſtance du Soleil à la Terre; & quand la Comète traverſa ce plan en ſon nœud aſcendant, outre qu'elle étoit alors beaucoup plus

Mémoires de l'Académie de Berlin, 1746, p. 118.

éloignée du Soleil (1,413) il y avoit vingt-trois jours qu'elle avoit cessé de paroître. Nous avons vu la Comète de 1769, les 9, 10 & 11 Septembre avec une queue très-étendue, sa longueur excédoit le diamètre du grand orbe de la Terre; sa distance au Soleil n'étoit pas, il est vrai, tout-à-fait aussi grande que celle du Soleil à la Terre; mais sa distance au plan de l'Écliptique égaloit presque les $\frac{4}{10}$ de cette distance. Le 27 Août, jour auquel nous la découvrimes pour la première fois à 3 heures du matin, sa distance au Soleil étoit de 1,22, & sa distance à l'Écliptique de 0,74, la distance moyenne de la Terre au Soleil étant prise pour l'unité; & malgré cette distance, elle traînoit déjà une belle queue de 10 degrés au moins de longueur. On peut conclure de nos observations 1.° que les Comètes peuvent paroître avec une belle queue avant leur périhélie, & même à une distance assez considérable du Soleil; 2.° que cette queue n'est point formée de la matière d'une atmosphère solaire, telle que Mairan nous l'a représentée. Il est à remarquer qu'au mois de Septembre nous avons vu durant les mêmes nuits la queue de la Comète & la lumière zodiacale, sans aucune communication de l'une à l'autre.

La queue de la Comète appartient à la Comète même.

Enfin la quatrième opinion sur la nature de la chevelure & de la queue des Comètes, est que le tout appartient en propre aux Comètes, que ce n'est autre chose que leur atmosphère proprement dite, éclairée par les rayons du Soleil. Cette atmosphère, selon Képler & Longomontan, est formée par la substance même de la Comète, que les rayons du Soleil frappent directement, brisent, concassent, & réduisent en vapeurs extrêmement déliées, de la même manière que ces mêmes rayons dissipent nos nuages. Les plus denses de ces vapeurs forment la chevelure de la Comète; les plus légères, emportées au loin par les rayons solaires qu'elles nous réfléchissent, constituent la queue du phénomène. « Ainsi, » dit Képler, tel que le ver-à-soie périt en filant sa soie, telle la Comète cesse d'être en expirant sa queue. » Cette idée est fondée, comme on le voit, sur la fausse opinion que les Comètes n'ont qu'une existence précaire & comme momentanée.

Kepl. de Com. lib. II. Longom. Append. ad Astron. Dan. cap. VI.

Hévélius penſe que toute la matière qui forme la Comète, n'eſt pas propre à ſe condenſer aſſez fortement pour acquérir la ſolidité du noyau ; la matière moins denſe forme alors une atmoſphère autour de la Comète. Cette atmoſphère n'eſt pas parfaitement ronde ; il paroît qu'il doit y avoir plus de cette matière du côté que quitte la Comète. Cependant le Soleil par ſes rayons échauffe, atténue, dilate la partie de l'atmoſphère qui eſt de ſon côté, beaucoup plus que celle qui lui eſt oppoſée ; la chaleur & la force de ſes rayons chaſſent donc cette partie ainſi dilatée bien au-delà de la Comète. Les rayons ſolaires paſſent au travers des noyaux qui compoſent la tête de la Comète, ils éprouvent diverſes réflexions dans ce paſſage, ils ſont auſſi diverſement rompus par la matière plus rare qui ſépare ces noyaux, & ils ſe ſéparent enfin diverſement au ſortir de la tête, pour éclairer l'atmoſphère ou la queue qui eſt au-delà. Ce paſſage au travers des prétendus noyaux de la Comète, & ces réflexions & ces réfractions ſont au moins de trop.

Hev. Comet. Lib. VIII, p. 469, &c.

Expoſition du Syſtème qui nous paroît le plus probable.

Claude Comiers, qui écrivoit ſix ans avant Hévélius, croit que « la queue des Comètes eſt la diſſipation de leur atmoſphère, pouſſée par les rayons du Soleil, leſquels réunis « au derrière de la tête de la Comète, échauffent, raréfient & « diſſipent davantage leur atmoſphère pour en former ces queues « & barbes d'une prodigieuſe longueur. » Cela eſt aſſez mal exprimé, mais aſſez bien penſé. Tel a été auſſi le ſentiment de Guillaume Whiſton. « Outre le centre ſolide ou le noyau de la Comète, & la vaſte atmoſphère qui l'environne, on « voit, dit-il, ordinairement une longue trace de lumière que « la Comète acquiert en approchant du Soleil, & qui paroît « formée des parties les plus claires & les plus légères de « l'atmoſphère, raréfiées par la chaleur du Soleil. Si par cette « raréfaction elles n'acquièrent pas une plus grande légèreté « ſpécifique que les parties de l'éther ou de l'atmoſphère ſolaire, « au moins elles deviennent aſſez rares, aſſez légères pour « céder aux rayons du Soleil ; ces rayons les diſperſent au loin « & en forment une eſpèce de brouillard ou d'amas de vapeurs, «

La nature & préſage des Com. chap. III, Prop. 3.

A new Theory of the Earth. l. 1.er lemm. 64. du côté opposé au Soleil; & c'est ce qu'on appelle une queue de Comète. » Telle est aussi la manière de penser de M. Euler.

Mémoires de l'Académie de Berlin, 1746. p. 117 & suiv.

On a pu conclure de ce que nous avons dit sur la première & la seconde opinion touchant la nature de la queue des Comètes, que ces phénomènes ne sont pas de purs fantômes, des illusions optiques, mais qu'ils existent réellement. M. Euler ne seroit pas éloigné de croire qu'ils sont lumineux par eux-mêmes; nous croyons qu'il suffit de les regarder comme simplement éclairés. Les rayons de la lumière, (soit qu'on les croie lancés directement par le Soleil, ainsi que le pense Newton, soit qu'on établisse, au lieu de ce mouvement direct, une propagation des flots de lumière à travers l'éther, comme M. Euler croit l'avoir démontré) ont bien certainement une force d'impulsion sur d'autres corps. Ils ébranlent fortement les nerfs de notre rétine; ils excitent la chaleur dans les corps, en mettant sans doute en mouvement les particules qui constituent ces corps, ou les corpuscules qui en remplissent les pores *(d)*; rassemblés au foyer d'un verre ou d'un miroir ardent, ils écartent des fils d'amiante, ils communiquent un mouvement sensible à des paillettes qu'on a placées à ce foyer. Il est donc certain que ces rayons ont une force impulsive. Cela posé, lorsqu'une Comète revient des parties de l'espace les plus éloignées du Soleil, l'atmosphère dont elle est entourée, ainsi que la Terre est environnée de la sienne, doit avoir été extrêmement condensée par le froid: si l'on découvre alors la Comète, elle doit paroître, ou plutôt elle paroît réellement avec une atmosphère ou chevelure sensiblement ronde, sombre & de peu d'étendue. La Comète avance vers son périhélie, la chaleur agit sur son atmosphère, en dilate, en exténue les parties; la chevelure devient plus étendue, plus brillante. Plus la Comète

(d) Nous n'examinons pas ici si la matière de la chaleur ou du feu est différente ou non de celle de la lumière; il s'agit des rayons solaires directs; or dans ces rayons la chaleur est toujours inséparable de la lumière.

approche

approche du Soleil, plus les rayons du Soleil agiſſent ſur ſon atmoſphère, ils en pouſſent, ils en chaſſent devant eux les particules les plus tenues. Soit le Soleil *S*, (*fig.* 1.), *C* le noyau de la Comète, *BTE* ſon atmoſphère, *AB*, *HI*, *OP*, &c. des rayons de lumière qui partent du Soleil & frappent l'atmoſphère de la Comète aux points *B*, *I*, *P*, *T*, &c. on doit les ſuppoſer parallèles, à cauſe de la grande diſtance de la Comète au Soleil. Les rayons *ST*, *OP*, *MN*; en un mot tous les rayons qui tombent entre *I* & *G*, & qui après avoir ſouffert la réfraction convenable, à leur entrée dans l'atmoſphère de la Comète, ſe porteront directement vers le noyau *C*, ne contribueront point à la formation de la queue; leur effet ſe bornera à preſſer les parties de l'atmoſphère *P*, *T*, *N*, contre le corps de la Comète & à les en approcher. Auſſi a-t-on obſervé pluſieurs fois que la chevelure des Comètes étoit plus denſe, mais moins étendue du côté du Soleil que des autres côtés. Les rayons *AB*, *DE*, qui friſent aux points *B* & *E* la partie la plus extérieure de l'atmoſphère, enlèveront les molécules qu'ils rencontreront, & leur imprimeront un mouvement dans les directions *BV*, *EY*. Mais ces mêmes molécules, & les rayons de lumière eux-mêmes gravitent vers la Comète *C*; l'effet de cette gravitation ſera de les détourner de la direction *BV*, *EY*, & de leur en faire prendre une un peu courbée *BX*, *EZ*. Les rayons qui frapperont l'atmoſphère entre *B* & *I*, & entre *E* & *G* ſe courberont davantage, parce qu'à cette première cauſe de courbure il s'en joint une ſeconde, la réfraction des rayons de lumière à leur entrée dans l'atmoſphère. Enfin les derniers rayons *HI*, *FG*, qui contribueront à former la queue raſeront la Comète en *i* & en *g*, ſe croiſeront en *R*, & ſuivront les directions *RL*, *RK*, ou des directions un peu moins divergentes, à cauſe de la réfraction qu'ils éprouvent en ſortant de l'atmoſphère de la Comète, & ces rayons entraînent avec eux dans les mêmes directions les particules les plus ſubtiles de l'atmoſphère de la Comète.

Le rayon *HI*, avons-nous dit, s'échappera avec la matière

qu'il entraîne ſelon la direction *l i R L;* mais il ne ſuivra pas toujours cette direction : les rayons *D E, Q L* le rencontreront & rapprocheront continuellement ſa route de la
Fig. 1. direction *E Y.* Il en faut dire autant du rayon *F G R K,* & proportion gardée de tous ceux qui tombent entre *B* & *I,* & entre *E* & *G.* Quant à ce qui regarde le petit triangle ténébreux *g R i,* nous ne pouvons le voir de deſſus la Terre, parce qu'il eſt totalement environné des parties éclairées de l'atmoſphère de la Comète; il y eſt comme abſolument noyé. D'ailleurs il n'eſt pas entièrement ténébreux, il eſt éclairé par des rayons réfléchis de toutes les parties voiſines de l'atmoſphère de la Comète.

Il eſt facile de concevoir que la queue n'étant formée que des parties les plus ſubtiles de l'atmoſphère, pouſſées & entraînées par des rayons émanés du Soleil, elle doit toujours paroître du côté oppoſé à cet Aſtre. D'ailleurs il faut que ces parties aient acquis aſſez de ténuité pour pouvoir céder aux impulſions de la lumière, ce qui ne peut être que lorſque l'atmoſphère a été ſuffiſamment raréfiée par la chaleur du Soleil. Ainſi une Comète que l'on découvre à une aſſez grande diſtance du Soleil, avant ſon paſſage par ſon périhélie, ne doit point avoir de queue; & c'eſt ce que l'expérience a ſouvent confirmé.

La Comète approche du Soleil, la chaleur raréfie ſon atmoſphère, les molécules les plus légères cèdent à l'action de la lumière, la queue ſe forme. Plus la Comète approche du Soleil, plus il s'élève de nouvelles colonnes atmoſphériques, qui forment un tout continu, la queue augmente en longueur. Vers le paſſage de la Comète en ſon périhélie, la raréfaction de l'atmoſphère devient extrême, & l'air de cette atmoſphère continue de s'atténuer, même quelques jours après le paſſage. Donc la queue de la Comète doit être plus grande après qu'avant le périhélie, & la plus grande longueur ne doit être obſervée que quelques jours après le paſſage au périhélie.

Fig. 2. A meſure que la Comète approche du Soleil *S,* (*fig 2*),

il s'élève de nouvelles colonnes des parties les plus raréfiées de l'atmoſphère, & nous avons dit que la matière de ces colonnes formoit un tout continu, dont l'origine eſt l'atmoſphère même de la Comète. Mais il eſt naturel de penſer que les parties les plus extrêmes de cette queue, élevées depuis pluſieurs jours, ont été trop légères pour ſuivre exactement le mouvement de la Comète, elles ſeront reſtées en arrière. La queue ne ſuivra donc pas préciſément la direction des rayons *SA, SB, SC, SE;* elle ſe courbera & s'inclinera vers *a, b, c, e,* c'eſt-à-dire vers les parties de l'orbite que la Comète a quittées. La queue reſtera cependant toujours dans le plan de l'orbite, parce qu'il n'eſt aucune raiſon qui puiſſe l'en détourner : donc ſi la Terre eſt dans ce même plan, on ne s'apercevra pas de cette courbure, parce que, ſelon les loix de l'Optique, toute ligne courbe, ſituée dans le même plan que l'œil, eſt néceſſairement projetée en ligne droite. Fig. 2.

Il pourra même arriver, lorſque le mouvement de la Comète ſera extrêmement prompt, c'eſt-à-dire, lorſqu'elle ſera très-près du Soleil, comme en *D*, que ſa queue ayant eu le temps de dévier & de prendre la direction courbe *D d 1*, il s'élèvera de nouvelles colonnes qui dévieront moins, parce que le rayon vecteur *SD* fera un angle plus aigu avec l'orbite de la Comète; ces nouvelles colonnes *Dd2 Dd3* formeront comme de nouvelles queues, diſtinctes de la première, & le total de la queue paroîtra ſous la forme d'un éventail; c'eſt ainſi qu'on a obſervé la Comète de 1744 en ſon périhélie.

Il y a tout lieu de croire que les parties extrêmes de la queue, celles qui ſont les plus éloignées du noyau, ſont en cet état moins expoſées à l'action des rayons de la lumière, qui les ont chaſſées hors de l'atmoſphère de la Comète; tant parce qu'une partie de ces rayons ont été réfléchis par les molécules mêmes de la queue, que parce que les rayons qui pourroient leur ſurvenir de nouveau dans la même direction, épuiſent une grande partie de leur activité ſur les molécules qu'ils ne ceſſent de détacher de l'atmoſphère &

Fig. 2. de chaſſer devant eux. Mais ces mêmes molécules extrêmes ſont expoſées à toute l'activité des rayons directs Sg, Sg; il n'eſt donc point étonnant que ces molécules cèdent à cette impulſion, & que la queue éprouve une ſeconde courbure vers les points g, g, & qu'elle ſuive à ſon extrémité la direction gf, gf. Cette inflexion doit ſans doute être d'autant plus ſenſible que la queue ſera plus longue ; & c'eſt en effet ce que nous avons obſervé, feu M. de la Nux & nous, dans la très-longue queue de la belle Comète de 1769.

M. Euler penſe que la figure plus ou moins ſphérique du noyau de la Comète, & l'inclinaiſon plus ou moins grande de ſon axe de rotation ſur le plan de ſon orbite, peuvent occaſionner pluſieurs irrégularités apparentes dans l'étendue & la direction de la queue, & dans la multiplicité des faiſceaux, dans leſquels elle ſemble quelquefois diviſée. Voyez ce qu'il en dit dans les Mémoires de l'Académie de Berlin. Nous ſommes d'autant moins portés à entrer dans cette diſcuſſion, que nous ignorons ſi les Comètes ont un mouvement de rotation, & que l'on peut, indépendamment de ce mouvement, rendre des raiſons vraiſemblables de toutes les apparences des queues des Comètes.

Année 1746, p. 125, 129 & ſuiv.

Les cauſes de la déviation & de l'inflexion des queues des Comètes agiſſent ſur les molécules qui les compoſent avec d'autant plus ou d'autant moins de force, que ces molécules ont plus ou moins de denſité; donc ſi l'on conſidère les queues comme compoſées de divers rayons dans le ſens de leur longueur, ces rayons dévieront & ſe courberont plus ou moins, à proportion du plus ou moins de denſité des corpuſcules qui les compoſent. On concevra donc facilement pourquoi un bord de la queue des Comètes eſt ordinairement plus denſe que l'autre, pourquoi il nous réfléchit plus de lumière : ce bord doit naturellement être celui qui dévie le moins, c'eſt par conſéquent le bord convexe de la queue. Si la Terre ſe trouve dans le plan de l'orbite de la Comète, la courbure de la queue ne ſera point aperçue, comme nous l'avons dit; & les rayons les plus denſes, les

plus éclatans de la queue paroîtront occuper le milieu de ſa largeur. C'eſt ſans doute dans cette poſition qu'on vit à Rome en 1618 une trace lumineuſe, qui diviſoit en deux toute la queue de la Comète, dans le ſens ou dans la direction de ſa longueur; l'obſervation fut apparemment faite vers le 8 Décembre, temps auquel la Terre ſe trouva dans le plan de l'orbite de la Comète.

Si les queues des Comètes paroiſſent plus ou moins longues, plus ou moins larges, plus ou moins éclatantes en différens pays, quoique de part & d'autre la ſérénité du Ciel ſemble être la même, on ne peut en aſſigner d'autre cauſe que la plus ou moins grande pureté de notre atmoſphère. La tranſparence des queues de Comètes, quoique leur volume ſoit immenſe, prouve leur extrême rareté. Il eſt donc poſſible que de très-légers nuages, des vapeurs de notre atmoſphère, d'ailleurs inviſibles & inſuffiſantes pour obſcurcir les plus petites Étoiles, puiſſent cependant nous dérober la vue des parties les moins denſes de la queue des Comètes. Ces mêmes vapeurs, ces atomes voltigeant au-deſſus de nous, & couvrant ſucceſſivement pluſieurs parties de la queue, peuvent occaſionner ces apparences de variétés, d'ondulations, de jets, de mouvemens quelconques qu'on y remarque quelquefois. D'ailleurs l'atmoſphère des Comètes, quoique moins denſe, eſt cependant analogue à la nôtre; je ne doute pas qu'elle ne ſoit ſujette à des altérations analogues à celles de notre atmoſphère. Nous voyons quelquefois un ciel très-ſerein, interrompu dans l'eſpace d'un petit nombre de ſecondes par des nuages légers, aſſez denſes cependant pour intercepter la vue des Étoiles. N'eſt-il pas poſſible, que dans un plus court intervalle de temps, il s'élève dans l'atmoſphère & même dans la queue des Comètes de ſemblables nuages, qui occaſionneront des variations inſtantanées dans cette atmoſphère ? Je ſerois cependant plus porté à regarder ces variations comme abſolument optiques & dépendantes de l'état actuel & variable de notre atmoſphère. Mais pour ce qui regarde les variations qu'Hévélius & d'autres Aſtronomes ont obſervées dans le

noyau même de la Comète, il n'eſt aucun Phyſicien raiſonnable qui ne les attribue à l'atmoſphère dont la Comète eſt environnée.

On a vu des Comètes avec de très-longues queues pluſieurs jours avant leur paſſage par le périhélie; la Comète de 1769 avoit le 11 Septembre, vingt-ſept jours avant ſon périhélie, une queue longue de 90 ou même de 97 degrés; ſa diſtance au Soleil n'étoit que d'un dixième moindre que la diſtance moyenne du Soleil à la Terre. La belle Comète de 1680 parut ſans queue le 14 Novembre, trente-quatre jours avant ſon périhélie, ſa diſtance au Soleil étant 1,156, la diſtance moyenne du Soleil à la Terre étant toujours priſe pour l'unité; le 27 Novembre matin, la diſtance de la Comète au Soleil n'étant plus que de 0,851, la longueur de la queue étoit de 15 degrés, on l'obſerva le lendemain de 30 degrés, le 29 de 15 à 20 degrés. Mais ces obſervations, faites en différens lieux ne peuvent nous inſtruire des véritables accroiſſemens de la queue. Il paroît que la queue commence à ſe former, lorſque la diſtance de la Comète au Soleil eſt égale à celle du Soleil à la Terre ou même un peu plus forte. La diſtance de la Comète à la Terre doit auſſi contribuer à accélérer ou à retarder la première apparence de la queue. Il eſt enfin poſſible, il eſt même probable que les atmoſphères des Comètes ne ſont pas toutes d'une égale denſité; il en eſt ſans doute dont les molécules ſont plus tenues, plus ſuſceptibles d'être promptement raréfiées & facilement entraînées par les rayons de la lumière & de la chaleur: l'atmoſphère de la Comète de 1769 étoit apparemment de cette eſpèce.

L'atmoſphère des Comètes diffère de celle des Planètes en étendue & en denſité. Celle des Comètes a ordinairement ſix, huit, dix fois plus de diamètre que le corps de la Comète; celle des Planètes eſt beaucoup moins étendue. L'atmoſphère de la Terre n'a probablement de profondeur que la millième partie à peu-près du diamètre de la Terre; il y a lieu de préſumer que l'atmoſphère des autres Planètes, ſi elles en ont une, ne s'étend pas plus loin. L'atmoſphère

de la Terre est certainement plus dense que celle des Comètes; mais on ne peut en dire autant de celle des autres Planètes. L'atmosphère des Comètes nous réfléchit fortement les rayons de la lumière; celle des Planètes est absolument invisible. C'est pour ces deux raisons, le défaut d'étendue & le défaut de densité, que les Planètes n'ont pas de queue apparente. L'atmosphère de la Terre étant très-dense, il paroît que nonobstant son peu d'étendue, elle devroit produire une queue; elle en produit en effet, & l'aurore boréale n'est probablement que la queue de la Terre; si cette queue n'est pas toujours directement opposée au Soleil, & qu'elle semble se fixer assez constamment vers les régions voisines du pôle, c'est à la rotation de la Terre qu'il faut l'attribuer. Je n'entrerai là-dessus dans aucun détail, cela me distrairoit trop de mon objet: on peut consulter le Mémoire déjà cité de M. Euler, parmi ceux de l'Académie de Berlin, *année 1746.*

On peut être étonné que l'atmosphère des Comètes puisse fournir assez de matière pour former des queues aussi brillantes, aussi étendues, aussi volumineuses que celles qu'on a quelquefois observées aux Comètes, sur-tout à celles qui approchent le plus près du Soleil en leur périhélie. L'étonnement doit cesser, si l'on veut faire attention à l'extrême dilatabilité de l'air. Newton a prouvé qu'un globe de l'air que nous respirons, d'un pouce de diamètre seulement, peut être dilaté de manière à remplir un globe dont le diamètre excéderoit celui du grand orbe de Saturne. Je doute qu'un air aussi raréfié fût capable de nous réfléchir les rayons de la lumière; mais il s'en faut de beaucoup qu'une telle dilatation soit nécessaire pour que l'atmosphère des Comètes puisse fournir à la formation & à l'entretien de la queue de ces Astres. La queue des Comètes est certainement plus rare que la fumée. Or quelle quantité immense de fumée n'excite pas une assez petite quantité de bois, de tourbe, ou de charbon fossile? Cette fumée est très-visible. Pourquoi la vaste atmosphère des Comètes ne pourroit-elle pas former pareillement une espèce de fumée visible, & d'autant plus étendue qu'elle est moins dense & moins

opaque que celle de nos cheminées? On a remarqué plusieurs fois que la queue des Comètes ne se forme & ne prend d'accroissement qu'aux dépens de la chevelure ou de l'atmosphère; plus la queue augmente, plus l'atmosphère se rétrécit, sur-tout du côté qui regarde le Soleil. Donc c'est l'atmosphère qui fournit à la queue la matière dont elle est composée.

L'opinion de Newtôn sur la nature de la queue des Comètes, n'est pas tout-à-fait la même que celle que nous venons d'exposer. Il pense, il est vrai, que cette queue est composée des vapeurs, c'est-à-dire sans doute, des parties les plus légères de l'atmosphère des Comètes; mais il a de la peine à se persuader que ces parties puissent être poussées hors de l'atmosphère par les rayons de la lumière. Les rayons solaires, dit-il, n'ont d'action sur les milieux qu'ils pénètrent, que celle de la réflexion & de la réfraction. Les vapeurs légères de l'atmosphère se raréfient, suivant lui, par la chaleur; elles échauffent l'air ou plutôt l'éther ambiant; cet éther échauffé se raréfie, devient plus léger que la substance éthérée voisine, il gravite moins vers le Soleil, il s'en éloigne & entraîne avec lui des parties de l'atmosphère cométaire, capables de réfléchir les rayons de la lumière. C'est de cette même manière que la fumée monte dans la cheminée par l'impulsion de l'air dans lequel elle nage; cet air est raréfié par la chaleur, sa gravité spécifique est devenue moindre, il monte & emporte avec lui la fumée dans laquelle il est engagé. Pourquoi n'en seroit-il pas de même de l'ascension des queues de Comètes dans l'éther? Il est manifeste que tous les phénomènes des queues de Comètes s'expliquent dans ce système de la même manière que dans celui de M. Euler.

Newt. Princip. Lib. III, prop. 41, p. 472, edit. secundæ.

David Gregory, de ces deux systèmes n'en fait qu'un seul. Après avoir exposé celui de Newton, il ajoute: « Mais comme
» au-delà de l'atmosphère de la Comète la matière éthérée est
» extrêmement rare & presque nulle, j'attribuerois volontiers
» quelqu'activité aux rayons du Soleil, pour entraîner avec eux
» des particules de cette atmosphère; de manière cependant
» que la cause principale & la plus efficace de l'ascension de la vapeur

vapeur, dont eſt formée la queue de la Comète, me paroît « être (outre l'impreſſion reçue dans le premier inſtant de « l'aſcenſion) la raréfaction de la ſubſtance éthérée, occaſionnée « par la chaleur des molécules qui s'élèvent ſans ceſſe de la « Comète dans le voiſinage du Soleil, où l'éther ambiant eſt « plus denſe, & gravite plus ſur le Soleil qu'à de plus grandes « diſtances de cet Aſtre. Cette queue, ainſi élevée en haut, « gravite cependant vers le Soleil, ainſi que le noyau; elle « forme comme un ſecond projectile, dont l'orbite de la révo- « lution fait partie d'une ſection conique; elle accompagne la « Comète dans les régions de l'éther les plus diſtantes, juſqu'à « ce qu'elle ſe diſſipe peu à peu.» Cette diſſipation eſt peut-être ici de trop; ne pourroit-on pas dire que les cauſes qui élèvent la queue, & la ſoutiennent à une certaine diſtance de la Comète, s'affoibliſſent à proportion de la diſtance de la Comète au Soleil? Les rayons ſolaires n'ont plus tant d'activité, ſoit pour pouſſer les molécules de la queue, ſoit pour les entretenir dans leur état de chaleur & de raréfaction. Cela ſeul ſuffit pour que ces molécules par leur poids ſe rapprochent de la Comète, & rejoignent enfin ſon atmoſphère.

Aſtronom. phyſ. liv. V, ſect. 1, prop. 4.

Nous concluons qu'il eſt très-probable que la queue des Comètes eſt compoſée des vapeurs les plus légères, émanées de la Comète & ſur-tout de ſon atmoſphère, raréfiées extrêmement par la chaleur du Soleil, & élevées, ſoit par l'impulſion des rayons ſolaires, ſoit par celle de l'éther ambiant, qui devient par la chaleur qui lui eſt communiquée plus léger que l'éther ſupérieur, ſoit enfin plus probablement par la réunion de ces deux cauſes.



COMÉTOGRAPHIE.

QUATRIÈME PARTIE.

Théorie du mouvement des Comètes.

TROIS objets principaux fixent l'attention d'un Aſtronome, lorſqu'il découvre une nouvelle Comète : il ſuit d'abord, avec le plus de préciſion qu'il lui eſt poſſible, la route apparente de cet Aſtre dans le Ciel ; de cette route apparente il conclut la route réelle que la Comète a parcourue autour du Soleil ; enfin lorſqu'il a déterminé l'orbite d'une Comète, il deſire connoître par le calcul quel ſera ſon lieu apparent pour un inſtant donné. Nous allons nous occuper de ces trois objets ; mais nous traiterons le troiſième avant le ſecond, tant pour ſuivre l'uſage, que pour nous conformer au principe qui preſcrit de commencer par les propoſitions les plus faciles ; elles peuvent ſervir de degrés pour parvenir à l'intelligence des plus difficiles qui doivent les ſuivre. Les lieux apparens de la Comète, obſervés de la Terre, ſe nomment *lieux géocentriques* ; on appelle *lieux héliocentriques*, ceux qu'on rapporte au centre du Soleil, ou ceux où paroîtroit la Comète ſi elle étoit obſervée du centre du Soleil ; ce ſont les lieux vrais de la Comète.

SECTION PREMIÈRE.

Méthodes pour déterminer le lieu géocentrique des Comètes.

LES méthodes employées par les Anciens pour déterminer le lieu apparent des Comètes, ſont maintenant pour la plupart abſolument abandonnées des Aſtronomes, parce qu'elles ne

ſont pas aſſez préciſes dans la pratique, & que la perfection de nos inſtrumens nous permet d'employer d'autres méthodes, & plus certaines, & plus expéditives. Je ne crois pas cependant devoir paſſer ſous ſilence ces anciennes méthodes; elles ont été employées par Apien, Tycho, Hévélius, en un mot par tous les anciens Aſtronomes : le calcul de leurs obſervations peut être extrêmement utile. On peut même découvrir des anciennes obſervations, faites ſelon ces méthodes, & qui nous mettroient à portée de déterminer l'orbite des Comètes obſervées. Enfin pluſieurs Comètes nous échappent, ſoit à cauſe du mauvais temps, ſoit parce que leur déclinaiſon eſt trop auſtrale : elles peuvent être vues ou ſur mer par des Navigateurs, ou ſur terre par des amateurs zélés de l'Aſtronomie, mais qui manquent d'inſtrumens propres à employer les meilleures méthodes. Obligés de recourir aux méthodes anciennes, ces amateurs nous ſauront peut-être quelque gré de leur indiquer le choix qu'ils doivent faire, s'ils ſont les maîtres de choiſir, la route qu'ils doivent ſuivre, les précautions qu'ils ne doivent pas négliger pour donner à leurs obſervations toute la perfection dont elles ſont ſuſceptibles. Au mois d'Août 1769, entre Ténériffe & Cadiz, nous obſervames, M. de Fleurieu & moi, durant pluſieurs nuits conſécutives, la belle Comète de cette année, & le défaut d'inſtrumens ne nous permettoit que l'emploi des anciennes méthodes. Nous avons calculé pluſieurs de nos obſervations; les réſultats ſe ſont accordés à très-peu de minutes près, avec ceux qu'on auroit conclus des obſervations faites à Paris les mêmes jours.

PREMIÈRE MÉTHODE.

Configuration avec les Étoiles fixes.

Cette méthode ne dépend que de la ſimple vue; on n'y emploie aucun inſtrument. On examine la configuration que tient la Comète parmi des Étoiles voiſines & connues, & l'on rapporte cette configuration ſur un globe céleſte : cette méthode a été quelquefois pratiquée par Tycho & Képler,

plus ſouvent par des Aſtronomes de moindre nom. C'eſt la plus mauvaiſe de toutes les méthodes ; je ne conſeille à perſonne de s'en ſervir.

Il eſt cependant quelques circonſtances, où la configuration de la Comète avec deux Étoiles voiſines peut être de quelqu'utilité. On aura remarqué, par exemple, que la Comète *C*
Fig. 3 & 4. *(fig. 3 & 4)* forme un triangle ſenſiblement équilatéral avec les deux Étoiles connues *A* & *B*. Soit *P* le pôle de l'Écliptique. Dans le triangle ſphérique *APB*, on connoît les côtés *AP*, *BP*, complémens des latitudes des deux Étoiles, ou leurs diſtances au pôle, & l'angle compris *APB*, différence de leurs longitudes ; on calculera l'angle *BAP* & le côté *AB*. Dans le triangle *ABC*, on connoît les trois côtés, puiſque par obſervation on les a jugés égaux, & qu'on vient de déterminer *AB* ; on calculera l'angle *BAC*. L'angle *CAP* eſt ou la ſomme *(fig. 3)* ou la différence *(fig. 4)* des angles connus *BAP* & *BAC* ; on connoîtra donc dans le triangle *CAP* les deux côtés *CA*, *AP* & l'angle compris *CAP* ; on calculera *CP*, diſtance de la Comète au pôle, & l'angle *APC* différence de longitude entre l'Étoile *A* & la Comète *C*.

On peut douter quelquefois ſi la Comète eſt plus orientale ou plus occidentale que l'Étoile *A* ; il faut alors rapporter le calcul à l'Étoile *B*.

Pareillement on a pu obſerver que la Comète *C* & les deux Étoiles *A* & *B* forment un triangle rectangle ou à la
Fig. 5 & 6. Comète *C (fig. 5)* ou à l'une des deux Étoiles, comme *B*, *(fig. 6)* & que les deux côtés qui forment l'angle droit ſont ſenſiblement égaux. Alors dans le triangle *APB*, il faut calculer le côté *AB*, & l'angle *BAP*. Si le triangle eſt rectangle à une des deux Étoiles *B (fig. 6)* le côté *BC* étant ſuivant l'hypothèſe égal au côté *AB*, dans le triangle rectangle *BAC*, dont on connoît maintenant les deux côtés, on calculera l'angle *BAC*, lequel combiné avec l'angle *BAP*, précédemment connu, donnera l'angle *PAC*. Ainſi dans le triangle *PAC*, connoiſſant l'angle en *A* & les deux côtés adjacens, on en conclura facilement le côté *CP* & l'angle

APC. Si l'angle droit eſt à la Comète (*fig. 5*) connoiſſant *AB*, on en conclura facilement *AC* & *AB*; ces côtés ſont très-petits ſuivant l'hypothèſe; donc on peut traiter le triangle *ABC* comme rectiligne. Donc ſi l'on prend la moitié du quarré de *AB*, on aura le quarré de *AC* ou de ſon égal *CB*. Connoiſſant dans *ACB* les trois côtés, on calculera l'angle *BAC*, & la ſomme ou la différence des angles *BAP* & *BAC* donnera l'angle *CAP*. Dans le triangle *ACP*, on connoîtra maintenant *AP*, *AC*, & l'angle compris *CAP*, on calculera comme ci-devant le côté *CP* & l'angle *ACP*, & le problème ſera réſolu.

Il eſt facile d'imaginer d'autres rapports que celui de l'égalité de diſtance entre les deux Étoiles & la Comète : on peut eſtimer, par exemple, que la diſtance d'une des Étoiles à la Comète eſt double ou triple, ou bien n'eſt que la moitié ou le tiers de la diſtance des deux Étoiles, ou de la diſtance de la Comète à l'autre Étoile, ou même de la diſtance de deux Étoiles quelconques qui ſe trouveroient dans le voiſinage. En tous ces cas il eſt facile de réſoudre le problème par une marche analogue à celle que nous venons d'indiquer. Je ne m'étends pas davantage ſur cet article, parce que je penſe qu'on ne doit recourir à cette méthode de configuration, qu'au défaut abſolu de toute autre méthode, ou du moins lorſqu'au défaut des méthodes rigoureuſes, on veut accumuler des obſervations, imparfaites, il eſt vrai, telles cependant, que l'accord de leurs réſultats paroiſſe équivaloir à une obſervation rigoureuſement exacte. Je finirai cet article, déjà peut-être trop étendu, en remarquant que plus la Comète & les Étoiles auxquelles on la comparera ſeront voiſines, plus le réſultat qu'on conclura de ſa configuration avec ces Étoiles ſera exact.

SECONDE MÉTHODE.

Alignemens.

Cette méthode des alignemens, quoiqu'un peu compliquée pour le calcul, fut autrefois fort en vogue. On s'épargnoit

probablement l'embarras du calcul, en rapportant les alignemens sur un globe; le lieu géocentrique de la Comète n'en étoit pas mieux déterminé.

Pour pratiquer avec quelque succès la méthode des alignemens, il ne suffit pas d'estimer à la vue simple si la Comète se trouve dans l'alignement de deux Étoiles connues; il faut tendre un fil, à quelque distance de l'œil (huit à dix pouces de distance suffisent); si ce fil, couvrant exactement les deux Étoiles, couvre pareillement la Comète, celle-ci est dans l'alignement des deux Étoiles. Il faut qu'au même instant un autre observateur, avec un autre fil, prenne l'alignement de la Comète avec deux autres Étoiles, ou, ce qui simplifie le calcul, qu'avec un bon instrument il mesure la distance de la Comète à une des deux Étoiles auxquelles elle est comparée par le premier observateur. Si le mouvement de la Comète n'est pas fort précipité, un seul observateur suffira pour l'opération; aussitôt après avoir bornoyé la Comète & les deux Étoiles, & les avoir observées dans le même alignement, il observera ou la distance de la Comète à une de ces deux Étoiles, ou un nouvel alignement de la Comète avec deux autres Étoiles. Si ces opérations sont faites avec soin, je ne vois pas qu'on puisse raisonnablement douter du résultat qu'on en concluroit sur le lieu de la Comète.

Pour conclure de telles observations le lieu de la Comète, il est à propos d'en tracer une figure; c'est même une précaution nécessaire pour quelques-unes des méthodes dont nous parlerons dans la suite. Nous supposons ici que si l'on n'a pris qu'un seul alignement de la Comète avec deux Étoiles, & la distance de la Comète à une des deux Étoiles, on a eu soin de marquer si la Comète étoit entre les deux Étoiles, ou à leur orient ou à leur occident, à leur nord ou à leur midi. Si l'on a pris deux alignemens, les deux lignes ne peuvent se couper qu'en un seul point sur l'horizon de l'observateur; le problème ne peut être alors indéterminé.

Dans toutes nos figures, nous supposerons toujours l'occident à la droite du lecteur, l'orient à sa gauche.

On trouve dans les manuscrits de Tycho, que Jean Ripen son disciple observa la Comète de 1593, le 10 Août à deux heures du matin, en un même alignement d'une part entre α des Gémeaux & l'Étoile polaire, de l'autre avec α de la grande Ourse & ι du Cocher. La longitude de ι du Cocher étoit alors de $2^s\ 10^d\ 58'\ 42''$, sa latitude de $10^d\ 24'\ 50''$. La longitude de l'Étoile polaire $2^s\ 22^d\ 53'\ 22'$, latitude $66^d\ 3'\ 50''$. Longitude de α des Gemeaux dans $3^s\ 14^d\ 34'\ 25''$, latitude $10^d\ 4'\ 35''$. Enfin longitude de α de la grande Ourse $4^s\ 9^d\ 29'\ 59''$, latitude $49^d\ 40'\ 10''$. Toutes ces latitudes sont boréales. Pour vous guider dans le calcul, faites une figure *(fig. 7)* où P représente le pôle boréal de l'Écliptique, où I, ι du Cocher; O l'Étoile polaire; G, α des Gemeaux; & A, α de la grande Ourse, soient placées d'occident en orient, suivant l'ordre que ces Étoiles tiennent dans le Ciel, leurs distances au pôle P à peu-près proportionnelles aux complémens de leurs latitudes, & enfin les angles formés au pôles par leurs cercles de latitude IP, OP, &c. pareillement proportionnels aux différences de leurs longitudes. Joignez les Étoiles O & G par l'arc de cercle OG, & pareillement les Étoiles A, I par l'arc de cercle AI; le point d'intersection de ces deux arcs représentera manifestement le lieu de la Comète en C. Tirez l'arc CP de la Comète au pôle, & joignez les deux Étoiles les plus occidentales par l'arc OI; pourvu cependant que la Comète n'ait point été observée dans l'alignement de ces deux Étoiles; autrement ce seroit la troisième Étoile qu'il faudroit joindre à la première. Fig. 7.

(1) Dans le triangle OPI, on connoît PO $23^d\ 56'\ 10''$, PI $79^d\ 35'\ 10''$ & l'angle compris IPO $11^d\ 54'\ 40''$; par les analogies connues de la Trigonométrie sphérique, on trouvera le côté OI de $56^d\ 14'\ 39''$, l'angle OIP de $5^d\ 46'\ 50''$, & l'angle POI de $165^d\ 52'\ 5''$.

(2) Dans le triangle API, formé par l'arc AI qui joint les deux Étoiles A, I en passant par la Comète C, & par les arcs AP, PI qui mesurent les distances de ces deux Étoiles au pôle, on connoît l'angle au pôle API de 58^d

Fig. 7. 31′ 17″, & les côtés AP, PI de 40ᵈ 19′ 50″, & de 79ᵈ 35′ 10″; on calculera l'angle à l'Étoile la plus occidentale ou l'angle AIP; on le trouvera de 38ᵈ 42′ 39″. La différence de cet angle AIP & de l'angle PIO trouvé (1), donnera l'angle CIO de 32ᵈ 55′ 49″.

(3) Pareillement dans le triangle PGO formé par l'autre alignement GO & par les deux cercles de latitude GP, OP, on connoît l'angle au pôle OPG de 21ᵈ 31′ 3″ & les deux côtés OP, PG qui le forment, le premier de 23ᵈ 56′ 10″, le ſecond de 79ᵈ 55′ 25″; on calculera l'angle à l'Étoile la plus occidentale ou l'angle POG; il eſt de 154ᵈ 34′ 55″. En ajoutant à cet angle POG, l'angle POI trouvé (1) de 165ᵈ 52′ 5″, la ſomme 320ᵈ 26′ 30″ ſera la valeur de l'angle COI, ou ſon ſupplément à 360 degrés. Ici l'angle COI ſera de 39ᵈ 33′ 30″.

(4) Maintenant dans le triangle OCI, on connoît (1) le côté OI de 56ᵈ 14′ 39″, (2) l'angle CIO de 32ᵈ 55′ 49″, & (3) l'angle COI de 39ᵈ 33′ 30″; on calcule à volonté le côté CI ou le côté CO, diſtance de la Comète à une des deux Étoiles occidentales. Je choiſis CO, & je le trouve de 30ᵈ 29′ 45″.

(5) Enfin dans le triangle COP, on connoît le côté CO qu'on vient de trouver de 30ᵈ 29′ 45″, le côté OP, diſtance de l'Étoile O au pôle, de 23ᵈ 56′ 10″, & (3) l'angle POG de 154ᵈ 34′ 55″; il ſera facile de trouver le côté CP, diſtance de la Comète au pôle boréal, de 53ᵈ 0′ 52″, & l'angle OPC, différence de longitude entre l'Étoile O & la Comète C, il eſt de 15ᵈ 49′ 46″, dont la Comète eſt plus orientale que l'Étoile. La longitude de l'Étoile étoit de 2ˢ 22ᵈ 53′ 22″; celle de la Comète étoit donc de 3ˢ 8ᵈ 43′ 8″, & ſa latitude boréale de 36ᵈ 59′ 8″.

On trouve quelquefois des approximations d'alignemens obſervés, au lieu des alignemens mêmes; il ſera dit, par exemple, que la Comète étoit dans l'alignement des Étoiles O & G d'une part, & que de l'autre, elle paroiſſoit 5 ou 6 minutes au nord de la ligne qui auroit joint les Étoiles A & I.

Il faut

Il faut alors ſuivre la marche que nous avons indiquée ; mais lorſque (N.° 4) on a calculé le côté *CO*, il faut diminuer ce côté de 5 ou 6 minutes avant que de réſoudre le triangle *COP*. Si la Comète obſervée dans l'alignement *OG*, avoit paru s'écarter de 5 à 6 minutes à l'oueſt ou à l'eſt de l'alignement *AI*; alors dans le triangle *OCI*, (N.° 4) il faudroit chercher, non le côté *CO*, mais le côté *CI*, qu'on dimi-nueroit ou qu'on augmenteroit de 5 à 6 minutes, avant que de calculer le triangle *CIP*. Le calcul de ce triangle *CIP* eſt d'ailleurs entièrement conforme à celui du triangle *COP* du N.° 5. Il eſt aiſé de concevoir que ces approximations d'alignemens donnent des réſultats moins exacts que ceux qu'on obtiendroit d'alignemens bien précis.

On ſe contente ſouvent d'un ſeul alignement, mais il faut alors prendre la diſtance de la Comète à une des deux Étoiles : le calcul de l'obſervation eſt moins compliqué, & le réſultat eſt au moins auſſi exact, ſi la diſtance eſt exactement priſe. Le 5 Mars 1556, une Comète fut obſervée dans l'alignement des deux Étoiles γ & θ de la Vierge, & on la jugea également diſtante de ces deux Étoiles. La longitude de γ de la Vierge étoit alors de $6^s\ 3^d\ 58'\ 29''$, & ſa latitude $2^d\ 48'\ 57''$ au nord. La longitude de θ de la Vierge étoit de $6^s\ 12^d\ 2'\ 17''$, & ſa latitude boréale $1^d\ 45'\ 33''$. Ainſi dans le triangle *GPT* (*fig. 8*) où *G* repréſente γ, *T* θ, & *P* le pôle de l'Écliptique, on connoît *GP* de $87^d\ 11'\ 3''$, *TP* de $88^d\ 14'\ 27''$, & l'angle compris *GPT* de $8^d\ 3'\ 48''$; on en conclura l'angle *TGP* de $97^d\ 17'\ 55''$, & le côté *GT* de $8^d\ 7'\ 32''$. Puiſque par obſervation, la Comète *C* occupe le milieu de *GT*, *CG* eſt de $4^d\ 3'\ 46''$, & dans le triangle *CGP*, on connoît les deux côtés *CG* & *PG*, & l'angle compris *TGP*; on en conclura comme au N.° 5 le côté *PC* diſtance de la Comète au pôle, & l'angle *CPG*, différence de longitude entre γ de la Vierge & la Comète : celle-ci avoit $6^s\ 8^d\ 0'\ 28''$ de longitude & $2^d\ 17'\ 36''$ de latitude boréale.

Si au lieu d'eſtimer à la vue que la Comète étoit égale-

ment distante des deux Étoiles, on eût déterminé avec un bon instrument que sa distance à γ de la Vierge étoit de 4^d $3'$ $46''$, on auroit suivi le même procédé, excepté que dans le premier triangle *PTG* il auroit été inutile de calculer le côté *GT*.

TROISIÈME MÉTHODE.

Distances aux Étoiles fixes.

Cette méthode a été autrefois du plus grand usage, & elle n'est point maintenant à négliger par ceux qui navigant sur mer, ou observant en des contrées lointaines, sont dépourvus des instrumens qui leur seroient nécessaires pour employer des méthodes plus précises. Mais pour que cette méthode réussisse, il est quelques précautions dont il est nécessaire de ne point s'écarter. On prend la distance de la Comète à deux Étoiles connues. Mais 1.° il faut que dans le triangle formé par la Comète & les deux Étoiles, il n'y ait aucun angle ou trop aigu ou trop obtus : la configuration la plus favorable des trois Astres seroit celle où l'angle à la Comète étant presque droit, les deux distances de la Comète aux deux Étoiles approcheroient de l'égalité. 2.° Comme le mouvement apparent d'une Comète est quelquefois assez précipité, il est à propos de réitérer deux ou trois fois l'observation de la distance de la Comète à une des deux Étoiles ; on marqueroit sur une bonne montre l'instant de chaque observation : par-là on connoîtroit pour un intervalle de temps donné la variation de la distance de la Comète à cette Étoile, & l'on détermineroit quelle devoit être cette distance, à l'instant où l'on a comparé la Comète à l'autre Étoile. Cette précaution seroit inutile si deux observateurs prenoient au même instant la distance de la Comète aux deux Étoiles. 3.° Il faut, autant que faire se peut, éviter de faire l'observation, lorsque la Comète est peu élevée sur l'horizon, & pareillement il faut choisir pour termes de comparaison deux Étoiles, dont la hauteur sur l'horizon soit au moins de 12 ou 15 degrés. Moyennant cette attention, on peut négliger

l'effet de la réfraction, qui compliqueroit beaucoup le calcul; & cette omiſſion ne pourra occaſionner que de très-légères erreurs ſur le lieu obſervé de la Comète. 4.° Il eſt abſolument néceſſaire d'obſerver la ſituation de la Comète à l'égard des deux Étoiles, ſi elle en eſt à l'eſt ou à l'oueſt, au nord ou au ſud, en haut ou en bas, &c. autrement le problème auroit deux ſolutions, & l'on ne ſauroit laquelle choiſir.

Le 19 Octobre 1585, Rothmann, Aſtronome du Landgrave de Heſſe, obſerva à $7^h\ 45'$ la diſtance de la Comète à Markab de Pégaſe, elle étoit de $33^d\ 21'$; à $11^h\ 50'$ cette même diſtance n'avoit diminué que de deux minutes; donc on peut ſuppoſer qu'à $7^h\ 55'$ la diſtance étoit ſenſiblement la même qu'à $7^h\ 45'$. Or à $7^h\ 55'$ la diſtance de la Comète à α du Bélier étoit de $42^d\ 36'$. La Comète étoit moins élevée ſur l'horizon que les deux Étoiles; on demande quel étoit ſon lieu apparent.

Je trace une figure *(fig. 9)* où *P* repréſente le pôle de l'Écliptique, *M* eſt le lieu de Markab, qui étoit alors en $11^f\ 17^d\ 42'\ 30''$, avec une latitude boréale de $19^d\ 24'\ 37''$. *B* eſt le lieu de α du Bélier; ſa longitude étoit de $1^f\ 1^d\ 52'\ 20''$, ſa latitude de $9^d\ 57'\ 30''$ au nord. *C* eſt le lieu de la Comète, au-deſſous des deux Étoiles, conformément à l'obſervation. Dans le triangle *BPM*, *PM* eſt de $70^d\ 35'\ 23''$, *BP* de $80^d\ 2'\ 30''$, & l'angle *P*, différence des longitudes, de $44^d\ 9'\ 50''$; le calcul trigonométrique donnera *BM*, diſtance des deux Étoiles, de $43^d\ 37'\ 35''$, & l'angle *PMB* de $95^d\ 57'\ 54''$. Maintenant dans le triangle *BCM* on connoît les trois côtés, *BC*, *CM* par obſervation, & *BM* qu'on vient de déterminer; calculant l'angle *BMC*, on le trouvera de $69^d\ 43'\ 28''$. L'angle *PMC* ſera ou la ſomme ou la différence des angles *BMC* & *PMB*; on ne ſera pas embarraſſé ſur le choix, ſi l'on a bien obſervé & bien repréſenté la ſituation de la Comète à l'égard des deux Étoiles. Ici l'on a placé la Comète plus bas que les deux Étoiles, & l'on voit clairement qu'il faut prendre la ſomme des angles *BMC* & *PMB*, pour avoir l'angle *PMC* qui ſera par Fig. 9.

conséquent de 165^d 41′ 22″. Enfin outre cet angle *PMC*, on connoît dans le triangle *PCM* les côtés *CM* de 33^d 21′ & *PM* de 70^d 35′ 23″; on conclura *PC*, distance de la Comète au pôle boréal de l'Écliptique, de 102^d 59′ 30″, & l'angle *CPM*, différence de longitude entre Markab & la Comète, de 8^d 0′ 59″, dont la Comète est plus orientale que l'Étoile. La longitude de la Comète étoit donc de 11^f 25^d 43′ 29″, & sa latitude australe de 12^d 59′ 30″. Rothmann avoit conclu des mêmes observations 11^f 25^d 47′ 41″ en longitude, & 12^d 58′ 6″ en latitude; l'erreur étoit bien légère pour un homme qui n'avoit ni un catalogue d'Étoiles aussi exact que les nôtres, ni le secours des logarithmes pour faciliter le calcul.

Tycho, outre la distance de la Comète à une seule Étoile, a souvent observé au même instant la déclinaison de la Comète. Le calcul de ces sortes d'observations étoit facile: dans le
Fig. 9. triangle *CPM* (*fig. 9*) où *P* représente maintenant le pôle de l'Équateur, *C* la Comète, & *M* l'Étoile, on connoît les trois côtés, *PM* complément de la déclinaison de l'Étoile, *PC* complément de la déclinaison observée de la Comète, & *CM* distance de la Comète à l'Étoile: on calculoit donc directement l'angle au pôle *CPM*; c'étoit la différence d'ascension droite entre l'Étoile & la Comète. Mais les armilles, dont Tycho se servoit pour déterminer la déclinaison des Astres, sont tombées en désuétude, & si quelqu'un en faisoit encore usage, ce ne seroit point ceux en faveur desquels je détaille ces anciennes méthodes de déterminer le lieu des Comètes.

A l'observation d'une distance de la Comète à une Étoile fixe, Tycho joignoit aussi souvent l'observation de la hauteur de la Comète, & cette méthode est praticable même sur mer; mais le calcul en est un peu compliqué. Elle exige que l'on connoisse l'heure de l'observation avec le plus de précision qu'il est possible. Feu M. de la Nux employoit à cet effet une montre de poche, qu'il régloit sur le coucher du Soleil; ce procédé pouvoit être ordinairement suffisant pour

les méthodes précédentes; il falloit quelque chose de plus précis pour la méthode actuelle & pour la suivante. Nous supposerons ici l'heure de l'observation connue; dans l'article suivant nous proposerons un moyen de la déterminer sur mer.

Le 5 Mars 1590, à 8^h $30'$, temps vrai, ou à 8^h $43'$, temps moyen, Tycho observa la distance de la Comète à α du Bélier, de 15^d $36'$, & la hauteur de la Comète de 12 degrés; les deux Astres étoient dans la partie occidentale du Ciel; la Comète étoit plus basse & plus occidentale que l'Étoile, circonstances qu'il est à propos de remarquer, pour que le problème n'ait qu'une solution, & pour qu'on soit moins indécis sur la construction de la figure. Il est pareillement nécessaire de connoître la latitude du lieu, au moins à peu-près: Tycho observoit à Uranibourg, dont la latitude est de 55^d $54'$ $15''$, la longitude d'environ $42'$ $10''$ de temps à l'orient de Paris. La hauteur de la Comète, corrigée de l'effet de la réfraction, sera de 11^d $55'$ $30''$, & la distance 15^d $36''$ peut être portée à 15^d $38'$ pour corriger aussi à peu-près le même effet. L'ascension droite de α du Bélier étoit alors de 26^d $3'$ $41''$, & sa déclinaison boréale de 21^d $29'$ $20''$. L'ascension droite du milieu du Ciel (nous dirons bientôt comment on la détermine) étoit à l'instant marqué de 113^d $40'$ $5''$; & par conséquent l'angle horaire de α du Bélier, ou sa distance au Méridien étoit de 87^d $36'$ $24''$.

Soit (*fig. 10*) *PM* le Méridien, *P* le pôle de l'Équateur, Z le Zénith, *B* l'Étoile α du Bélier, *BZ* distance de l'Étoile au Zénith, ou le complément de sa hauteur; *BP* sa distance au pôle, ou complément de sa déclinaison, *C* la Comète qu'on a placée conformément à l'observation à l'ouest de l'Étoile & à une plus grande distance du Zénith, *CZ* distance de la Comète au Zénith, ou complément de sa hauteur, & *CP* sa distance au pôle. Dans le triangle *BPZ*, on connoît le côté *PZ*, complément de la latitude du lieu, 34^d $5'$ $45''$, le côté *BP* de 68^d $30'$ $40''$, & l'angle *BPZ*, distance de l'Étoile au Méridien, de 87^d $36'$ $24''$. Le calcul donnera le côté *BZ* de 71^d $1'$ $5''$, & l'angle de position Fig. 10.

Fig. 10. *PBZ* de 36ᵈ 19′ 11″. Dans le triangle *CBZ*, on connoît les trois côtés *BZ* qu'on vient de trouver, *BC* 15^d 38′, diſtance de la Comète à l'Étoile, & *CZ* 78^d 4′ 30″, complément de la hauteur de la Comète; on trouvera l'angle à l'Étoile *CBZ* de 114^d 43′ 49″. Otant de cet angle l'angle *PBZ* qu'on a trouvé de 36^d 19′ 11″ (ou prenant ſelon les circonſtances la ſomme de ces deux angles) il reſtera 78^d 24′ 38″ pour valeur de l'angle *PBC*. Maintenant dans le triangle *BCP*, on connoît cet angle *PBC*, le côté *BC* de 15^d 38′ & le côté *BP* de 68^d 30′ 40″; on en conclut *PC* de 66^d 13′ 31″, diſtance de la Comète au pôle, ou complément de ſa déclinaiſon, & l'angle *BPC* de 16^d 45′ 58″, c'eſt la différence d'aſcenſion droite entre la Comète & l'Étoile. Comme la Comète eſt plus occidentale que l'Étoile, il faut retrancher cette quantité 16^d 45′ 58″ de l'aſcenſion droite de l'Étoile 26^d 3′ 41″, il reſtera 9^d 17′ 43″ pour aſcenſion droite de la Comète, & ſa déclinaiſon étoit de 23^d 46′ 29″ au nord. Connoiſſant l'aſcenſion droite & la déclinaiſon de la Comète, on trouvera ſa longitude & ſa latitude par les méthodes connues.

Il eſt à remarquer qu'on abrégeroit beaucoup le calcul ſi l'on ajoutoit aux obſervations celle de la hauteur de l'Étoile; & cette méthode d'obſerver la diſtance de la Comète à une Étoile, & en même temps la hauteur des deux Aſtres, ſeroit peut-être celle que je conſeillerois de préférence aux Navigateurs, ſi la lumière du crépuſcule, ou celle de la Lune leur permettoit de diſtinguer l'horizon & de prendre la hauteur de la Comète & de l'Étoile. La connoiſſance bien préciſe de l'heure de l'obſervation ne ſeroit plus ſi néceſſaire, & il ſeroit inutile de déterminer l'aſcenſion droite du milieu du ciel. Mais il faut toujours remarquer en général ſi la Comète eſt à l'eſt ou à l'oueſt, à droite ou à gauche de l'Étoile. Suppoſons que dans l'obſervation précédente, Tycho eût obſervé la hauteur de l'Étoile, & que cette hauteur, dépouillée de l'effet de la réfraction, ſe fût trouvée de 18^d 58′ 55″; dans le triangle *PBZ* on auroit connu les trois côtés *PZ*,

complément de la latitude du lieu ; *BP*, complément de la déclinaiſon de l'Étoile, ou ſa diſtance au pôle élevé ; & *BZ*, complément de ſa hauteur obſervée ; on auroit calculé l'angle *PBZ* qu'on auroit trouvé, comme ci-deſſus, de 36^d 19′ 11″. On auroit enſuite calculé, comme on l'a fait précédemment, l'angle *CBZ* du triangle *BCZ*, duquel on connoît pareillement les trois côtés. On auroit pris la différence, ou, ſuivant les circonſtances, la ſomme des angles *PBZ* & *CBZ*, ce qui auroit fait connoître l'angle *PBC* ; & connoiſſant dans le triangle *BCP* les deux côtés *BC* & *BP*, & l'angle compris *PBC*, on auroit trouvé, comme ci-deſſus, *PC* diſtance de la Comète au pôle, de 66^d 13′ 31″, & l'angle *BPC*, différence d'aſcenſion droite entre la Comète & l'Étoile, de 16^d 45′ 58″. Fig. 10.

Il eſt certainement à deſirer que les Navigateurs, ou quelqu'autre obſervateur que ce ſoit, joignent à leurs obſervations le réſultat de ces mêmes obſervations, non-ſeulement en aſcenſion droite & en déclinaiſon, mais même, ce qui n'eſt que trop rare, en longitude & en latitude. Cependant ſi un Navigateur, ou un amateur d'Aſtronomie, ſe défie de ſes forces pour entreprendre ces ſortes de calculs, il n'en doit pas moins faire les obſervations convenables, ſur-tout s'il entrevoit que la Comète ne pourra pas, ou pourra ne pas être obſervée en Europe : ces obſervations, faites avec les précautions que nous avons indiquées, & adreſſées à quelque Académie Européenne, ne pourront qu'accélérer la perfection de l'Aſtronomie cométaire.

Il eſt facile de conclure de tout ce que nous avons dit, ſur la méthode de la diſtance de la Comète aux Étoiles fixes, que ſi l'on prend la diſtance de la Comète à deux Étoiles, & qu'on obſerve en même temps la hauteur des deux Étoiles & celle de la Comète, on augmentera le nombre des données, on multipliera les réſultats, & leur accord donnera le plus grand degré de certitude à la concluſion que l'on tirera ſur le lieu obſervé de la Comète.

QUATRIÈME MÉTHODE.

Hauteurs & Azimuts de la Comète.

Tycho & plusieurs autres Astronomes ont employé cette méthode, mais dans des observatoires stables, où ils avoient des instrumens azimutaux exactement divisés & bien orientés; je ne conseillerois pas de s'en servir sur mer: on l'a cependant fait quelquefois; on a relevé la Comète avec un compas de mer, ce qui a fait connoître son azimut ou son amplitude, & l'on a en même temps pris sa hauteur avec un octant: *voyez-en un exemple sur la seconde Comète de 1766.* Outre l'incertitude de ces relèvemens faits avec un compas de mer, cette méthode exige que l'on connoisse l'heure de l'observation, ou du moins l'ascension droite du milieu du Ciel, c'est-à-dire le point de l'Équateur qui est alors au méridien. Voici un moyen de connoître l'une & l'autre par une seule observation.

On suppose 1.° la latitude du lieu assez bien connue, 2.° l'heure de l'observation, & 3.° la longitude du navire à peu-près connue; 10 à 12 minutes d'erreur sur l'heure, & 5 à 6 degrés sur la longitude n'occasionneront pas une erreur sensible sur les résultats. Puisqu'on prend la hauteur de la Comète, on peut prendre aussi la hauteur de quelque belle Étoile: il en faut choisir une qui ne soit point trop près du méridien; plus l'Étoile approchera du vrai est ou du vrai ouest, mieux elle sera choisie.

Par $30^d\ 14'$ de latitude sud, & par la longitude estimée de $68^d\ 15'$ à l'est de Paris, le 2 Octobre 1783 à $7^h\ 24'$ du soir, heure estimée, on a observé du côté de l'est la hauteur de la belle Étoile de l'Éridan *Achernar*, de $27^d\ 52'$; à cette hauteur la réfraction élève les Astres de 2 minutes; ainsi la hauteur vraie n'est que de $27^d\ 50'$. On demande quelle est l'ascension droite du milieu du ciel ou du méridien, & quelle est l'heure vraie de l'observation.

1.° Reduisez la différence des longitudes en temps, par le secours de la *Table pour réduire les parties de l'Équateur en temps,*

en temps, qui ſe trouve dans la *Connoiſſance des Temps.* Cette différence ainſi réduite doit être retranchée de l'heure de l'obſervation ſi l'on eſt à l'eſt de Paris, il faut l'ajouter au contraire à l'heure donnée ſi l'on eſt à l'oueſt; la différence ou la ſomme donnera l'heure que l'on compte ſous le méridien de Paris à l'inſtant de l'obſervation. Nous nous ſuppoſons par $68^d\ 15'$ à l'eſt de Paris; $68^d\ 15'$ donnent ſelon la Table $4^h\ 33'$; puiſque nous ſommes à l'eſt, il faut retrancher ces $4^h\ 33'$ de l'heure donnée $7^h\ 24'$; il ſera donc $2^h\ 51'$ ſous le méridien de Paris.

Pour la commodité du calcul, il eſt à propos de compter le temps à la manière des Aſtronomes, c'eſt-à-dire, 24 heures ſans interruption depuis un midi juſqu'au midi ſuivant. Ainſi ſi l'obſervation s'étoit faite à $4^h\ 30'$ du matin le même jour 2 Octobre, on auroit compté le 1.er Octobre $16^h\ 30'$, & ôtant $4^h\ 33'$ différence des méridiens, il auroit été à Paris $11^h\ 57'$. Si à cette même heure $16^h\ 30'$, au lieu d'être $4^h\ 33'$ à l'eſt, nous euſſions été $9^h\ 40'$ à l'oueſt, il auroit fallu ajouter ces $9^h\ 40'$ à l'heure donnée $16^h\ 30'$, & l'heure ſous le méridien de Paris auroit été le 1.er Octobre $26^h\ 10'$, ou plutôt le 2 Octobre $2^h\ 10'$.

2.° Cherchez pour le 2 Octobre à $2^h\ 51'$, heure du méridien de Paris, l'aſcenſion droite du Soleil; le 2 Octobre à midi elle eſt ſuivant la *Connoiſſance des Temps*, de $188^d\ 23'\ 48''$, & le 3 à midi de $189^d\ 18'\ 18''$; la différence en 24 heures eſt de $54'\ 30''$. Dites, $24^h : 2^h\ 51' :: 54'\ 30'' : 6'\ 28''$; c'eſt $6'\ 28''$ qu'il faut ajouter à $188^d\ 23'\ 48''$, aſcenſion droite du 2 Octobre à midi, & l'on aura $188^d\ 30'\ 16''$ pour aſcenſion droite du Soleil le 2 Octobre à $2^h\ 51'$ méridien de Paris, ou à $7^h\ 14'$ méridien du navire.

3.° Prenant dans la *Connoiſſance des Temps*, pour le 2 Octobre 1783, l'aſcenſion droite d'Achernar $22^d\ 24'\ 13''$, & ſa déclinaiſon $58^d\ 20'\ 36''$ au ſud, faites un triangle (*fig.* 11) ſur lequel *P* repréſente le pôle élevé de l'Équateur, c'eſt ici le pôle ſud, *Z* le Zénith, & *A* l'Étoile, qui eſt ici placée du côté de l'eſt, conformément à l'obſervation. Fig. 11.

On connoît les trois côtés de ce triangle; PZ, diſtance du pôle au Zénith eſt le complément de la latitude; AP, diſtance de l'Étoile au pôle eſt le complément de ſa déclinaiſon; il faudroit faire ce complément obtus, c'eſt-à-dire égal à 90 degrés $+$ la déclinaiſon, ſi cette déclinaiſon n'étoit pas vers le pôle élevé; enfin AZ, diſtance de l'Étoile au Zénith eſt le complément de ſa hauteur obſervée. On calculera l'angle au pôle APZ, c'eſt l'angle horaire de l'Étoile. Ici $AZ = 62^d$ $10'$, $AP = 31^d\ 39'\ 24''$, $PZ = 59^d\ 46'$; on trouvera l'angle horaire de $85^d\ 9'\ 18''$.

4.° Si l'Étoile eſt dans la partie de l'oueſt, ajoutez cet angle horaire à l'aſcenſion droite de l'Étoile; la ſomme diminuée de 360^d, ſi elle excède ce nombre, donnera l'aſcenſion droite du milieu du Ciel. Si l'Étoile eſt au contraire dans la partie de l'eſt, retranchez ſon angle horaire de ſon aſcenſion droite, que vous aurez préalablement augmentée de 360^d, s'il eſt néceſſaire; & le reſte donnera pareillement l'aſcenſion droite du méridien. Ici l'Étoile eſt ſuppoſée dans la partie de l'eſt, c'eſt-à-dire à l'eſt du méridien; de ſon aſcenſion droite $22^d\ 24'$ $13''$, ou plutôt $382^d\ 24'\ 13''$, ôtez ſon angle horaire $85^d\ 9'$ $18''$, il reſte $297^d\ 14'\ 55''$ pour aſcenſion droite du méridien.

5.° De l'aſcenſion droite du méridien, à laquelle vous ajouterez 360^d, s'il le faut, ôtez l'aſcenſion droite du Soleil; le reſte ſera l'heure vraie en degrés, vous la réduirez en temps par la Table de la *Connoiſſance des Temps* deſtinée à convertir les parties de l'Équateur en temps. De $297^d\ 14'\ 55''$, aſcenſion droite du méridien, ôtez $188^d\ 30'\ 16''$, aſcenſion droite du Soleil, il reſte $108^d\ 44'\ 39''$ qui, convertis en temps, donnent $7^h\ 14'\ 59''$ pour temps vrai de l'obſervation; on avoit ſuppoſé 9 minutes de plus.

Si l'on étoit curieux de ſavoir combien 9 minutes d'erreur ſur la ſuppoſition de l'heure en ont pu produire ſur ce dernier réſultat, on pourroit chercher l'aſcenſion droite du Soleil pour $7^h\ 15'$, ou pour $2^h\ 42'$ méridien de Paris; on trouveroit $188^d\ 29'\ 56''$, qui ôtés de $297^d\ 14'\ 55''$, aſcenſion droite du méridien, donneroient pour reſte $108^d\ 44'\ 59''$

ou 7^h 15′ 0″; ainſi l'erreur provenant de celles de 9 minutes ſur l'heure de l'obſervation, ne montoit qu'à une ſeconde de temps. Deux degrés d'erreur ſur l'eſtime de la longitude ne produiroient pareillement qu'une ſeconde de temps d'erreur ſur l'heure vraie concluë de l'obſervation.

Quand on connoît l'heure vraie à laquelle on a obſervé l'azimut d'une Comète & ſa hauteur ſur l'horizon, on a l'aſcenſion droite du méridien, en ajoutant l'heure vraie réduite en degrés à l'aſcenſion droite du Soleil, ou, ce qui revient au même, en ajoutant l'heure moyenne à la longitude moyenne du Soleil. Alors un ſeul triangle ſuffit pour conclure l'aſcenſion droite & la déclinaiſon de la Comète, de ſa hauteur & de ſon amplitude obſervées. Prenons pour exemple une obſervation faite par Tycho en 1590 le 28 Février, ou (N. St.) le 10 Mars à 8^h 20′, l'aſcenſion droite du milieu du ciel étant à cette heure de 115^d 45′ 19″. Il obſerva l'azimut de la Comète de 104^d 43′ 30″ du ſud vers l'oueſt, & ſa hauteur de 36^d 41′ 40″; donc l'azimut étoit de 75^d 16′ 30″ du nord vers l'oueſt, la hauteur corrigée de la réfraction 36^d 40′ 20″, la diſtance au Zénith 53^d 19′ 40″; la latitude du lieu 55^d 54′ 15″, dont le complément eſt 34^d 5′ 45″. Dans le triangle *CPZ* (*fig.* 12) *P* eſt le pôle de l'Équateur, Z le Zénith, *C* la Comète; on connoît *PZ* 34^d 5′ 45″, *CZ* 53^d 19′ 40″, & l'angle *Z* 75^d 16′ 30″. On trouvera *PC*, diſtance de la Comète au pôle, de 52^d 29′ 35″, donc la déclinaiſon boréale de 37^d 30′ 25″: on trouvera pareillement l'angle *P* de 77^d 55′ 23″, c'eſt la différence entre l'aſcenſion droite du méridien & celle de la Comète. Puiſque la Comète eſt à l'oueſt du méridien, ſon aſcenſion droite eſt moindre que celle du méridien; il faut donc de l'aſcenſion droite du méridien 115^d 45′ 19″, ôter la différence des aſcenſions droites 77^d 55′ 23″, il reſtera 37^d 49′ 56″ pour aſcenſion droite de la Comète. Selon l'Éphéméride de Tycho, l'aſcenſion droite de la Comète devoit être alors de 38^d 31′ $\frac{1}{2}$, & la déclinaiſon 37^d 35′ $\frac{1}{2}$; la différence entre ce réſultat & le nôtre eſt un peu forte, Fig. 12.

ſur-tout quant à l'aſcenſion droite; c'eſt ſans doute parce qu'il étoit 8^h 22 à 23′ lorſque Tycho obſerva l'azimut de la Comète, & que pour conſtruire ſon éphéméride il employa des obſervations faites le même jour, & moins dépendantes du temps précis auquel elles avoient été faites.

CINQUIÈME MÉTHODE.

Paſſage au méridien & hauteur méridienne.

Cette méthode eſt la plus ſûre & la plus expéditive de toutes; mais elle n'eſt pas toujours praticable, parce que le plus ſouvent la Comète eſt inviſible à ſon paſſage au méridien : ſi elle y paſſe de nuit, ou ſi elle a aſſez d'éclat pour être vue de jour dans la lunette d'un bon quart-de-cercle mural, on marque l'inſtant précis de ſon paſſage & ſa hauteur méridienne; ſon aſcenſion droite eſt la même que celle du méridien, & la différence entre ſa hauteur, corrigée de la réfraction & même de la parallaxe, s'il y avoit lieu, & la hauteur de l'équateur donnera ſa déclinaiſon: cette déclinaiſon ſera du côté du pôle élevé ſi la Comète eſt plus haute que l'équateur, & du côté du pôle abaiſſé ſi l'équateur eſt plus haut que la Comète. Ainſi Tycho obſerva le 13 Octobre 1580, à 7^h 42′ 50″, temps moyen, le paſſage de la Comète au méridien; ſa hauteur étoit de 37^d 7′ 30″. L'aſcenſion droite du milieu du ciel, & par conſéquent celle de la Comète étoit de 327^d 55′ 22″; de la hauteur obſervée & corrigée de la réfraction, 37^d 6′ 13″ ôtez 34^d 5′ 45″, hauteur de l'Équateur à Uranibourg, il reſte 3^d 0′ 28″ pour déclinaiſon boréale de la Comète; &, ſi l'on ſuppoſe que l'obliquité de l'écliptique étoit alors de 23^d 30′ 0″, il réſultera que la longitude de la Comète étoit alors de $11^ſ$ 1^d 11′ 15″, & ſa latitude boréale de 15^d 2′ 44″.

SIXIÈME MÉTHODE.

Comparaison avec les Étoiles fixes.

Cette méthode eſt maintenant la plus uſitée de toutes, parce qu'elle eſt bonne & toujours praticable à terre lorſqu'on a les inſtrumens néceſſaires pour l'employer. Elle conſiſte à obſerver le paſſage de la Comète & d'une ou de pluſieurs Étoiles aux fils d'un micromètre; ainſi, une lunette garnie d'un bon micromètre, ou d'un réticule rhomboïde & une bonne pendule, réglée ſur le moyen mouvement du Soleil ou ſur celui des Fixes, ſuffiſent ordinairement pour bien obſerver le lieu des Comètes. On fixe la lunette, & on incline le micromètre ou le réticule, de manière que l'Étoile, à laquelle on veut comparer la Comète, ſuive exactement un fil fixe de l'inſtrument; ce fil fixe repréſentera alors un parallèle à l'équateur, & le fil qui lui eſt perpendiculaire repréſentera un cercle horaire. Il faut alors marquer exactement à la pendule l'inſtant auquel l'Étoile paſſe au centre de l'inſtrument, ou au point d'interſection des deux fils; on marquera pareillement l'inſtant précis auquel la Comète traverſera le fil horaire. On convertira l'intervalle de ces deux inſtans, conſidéré comme temps ſolaire moyen, en degrés & fractions de degrés, & l'on aura la différence d'aſcenſion droite entre l'Étoile & la Comète; on ajoutera cette différence à l'aſcenſion droite de l'Étoile, ſi l'Étoile a paſſé avant la Comète; on la retranchera au contraire, ſi la Comète a précédé l'Étoile, & l'on aura l'aſcenſion droite de la Comète au moment de ſon paſſage au fil horaire. Si l'on n'a pas ſous la main une Table pour faire la réduction du temps ſolaire moyen en degrés, on réduira le temps écoulé en degrés, à raiſon de 15 degrés par heure; mais on ajoutera au réſultat la 365.me partie de ce réſultat. Ceci ſuppoſe que la pendule eſt réglée ſur le moyen mouvement du Soleil; ſi elle eſt réglée ſur le mouvement des Étoiles fixes, il n'y a pas de réduction à faire. Quant à la déclinaiſon de la Comète, on prendra avec le fil mobile du micromètre la diſtance de

la Comète, traversant le fil horaire, au centre du micromètre, & cette distance réduite en degrés & fractions de degrés conformément à la valeur des parties du micromètre, donnera la différence de déclinaison entre la Comète & l'Étoile. Si l'on emploie un réticule à 45 degrés, le temps que la Comète aura mis à aller d'un fil oblique au fil horaire, converti en parties de degré, selon ce que nous avons dit ci-dessus, & multiplié par le cosinus de la déclinaison approchée de la Comète, donnera pareillement la différence de déclinaison entre les deux Astres. Enfin si l'on s'étoit servi d'un réticule rhomboïde, on marqueroit le temps précis que la Comète emploîroit à traverser l'intérieur du réticule, on réduiroit comme ci-dessus ce temps en degrés & parties de degrés, on retrancheroit le résultat multiplié par le cosinus de la déclinaison approchée de la grande demi-diagonale du réticule, dont on est censé connoître la valeur, & le reste seroit la différence de déclinaison cherchée.

Si le mouvement propre de la Comète en déclinaison est assez lent, pour qu'on puisse le regarder comme nul durant l'intervalle de temps qu'elle emploie à traverser le réticule, on peut lui faire parcourir le fil parallèle du réticule, & c'est ce qu'il faudroit même nécessairement faire, si son mouvement étoit lent en déclinaison & très-prompt en ascension droite. Alors il faudroit faire sur l'Étoile ce que nous avons dit qu'il falloit faire sur la Comète; on n'observeroit de celle-ci que l'instant de son passage au centre du réticule. Le calcul seroit d'ailleurs absolument le même.

Si le mouvement de la Comète en déclinaison est fort prompt, l'usage du micromètre, pour déterminer sa déclinaison à l'instant de son passage au fil horaire est préférable au réticule. Ce n'est pas cependant qu'on ne puisse aussi employer le réticule; mais il y aura une réduction à faire, réduction d'autant plus nécessaire, que le mouvement en déclinaison sera plus précipité: cette réduction suppose qu'on connoît la variation de la Comète en déclinaison durant un intervalle de temps donné, comme par exemple durant dix minutes.

Il faut néceſſairement faire ſuivre à l'Étoile le fil parallèle du réticule. On obſerve enſuite l'intervalle de temps qui s'écoule entre le paſſage de la Comète au premier fil oblique & au fil horaire du réticule à angles de quarante-cinq degrés ; on réduit ce temps en parties de grand cercle, comme nous venons de le dire, & cette réduction donne la différence de déclinaiſon entre l'Étoile & la Comète à l'inſtant du paſſage de la Comète par le fil oblique. Pour avoir la déclinaiſon de la Comète au moment de ſon paſſage par le fil horaire, il faut à la déclinaiſon qu'elle avoit en traverſant le fil oblique, appliquer la variation en déclinaiſon qu'elle a dû ſubir, durant l'intervalle de temps qui s'eſt écoulé entre ſes paſſages par le fil oblique & par le fil horaire.

Si l'on emploie un réticule rhomboïde, on obſerve le temps qui s'écoule depuis l'entrée de la Comète dans l'intérieur du réticule juſqu'à ſon paſſage par le fil horaire ſeulement, & l'on réduit le double de ce temps en degrés ou fractions de degrés d'un grand cercle ; le réſultat retranché de la grande demi-diagonale du réticule, donne pour reſte la différence de déclinaiſon entre l'Étoile & la Comète à l'inſtant de l'entrée de la Comète dans le champ du réticule. On trouvera facilement la déclinaiſon de la Comète traverſant le fil horaire, ſi l'on connoît le mouvement de cet Aſtre en déclinaiſon ; ſi l'on ne le connoiſſoit pas, il ſeroit facile de le déterminer par l'obſervation même. Pour cela il faudroit continuer d'obſerver le temps qui s'écouleroit entre le paſſage de la Comète par le fil horaire & ſa ſortie du champ du réticule ; le double de ce temps, réduit comme ci-deſſus, donneroit la différence de déclinaiſon entre la Comète & l'Étoile, à l'inſtant auquel la Comète ſort du champ du réticule. Connoiſſant donc la déclinaiſon de la Comète aux momens de ſon entrée & de ſa ſortie &, l'intervalle de temps écoulé entre ces deux inſtans, on connoîtra ſon mouvement en déclinaiſon.

Si la Comète a un mouvement ſenſible en aſcenſion droite, il faut en tenir compte. Pour cela, après avoir réduit le temps

écoulé en degrés & fractions de degrés de petit cercle, avant que de convertir le résultat en parties de grand cercle, il faut lui ajouter le mouvement de la Comète en ascension droite durant l'intervalle de temps écoulé, si ce mouvement est rétrograde; il faut l'en retrancher au contraire, si le mouvement est direct. La somme ou la différence, multipliée par le cosinus de la déclinaison donnera par les différentes méthodes exposées ci-dessus, la différence de déclinaison entre l'Étoile & la Comète. Si durant la durée du passage de la Comète par l'intérieur du réticule, la variation en déclinaison étoit insensible, & qu'on fît en conséquence parcourir à la Comète le fil parallèle du réticule, son mouvement en ascension droite, quel qu'il fût, n'exigeroit aucune réduction.

La méthode que nous venons d'exposer n'est praticable, que lorsque la déclinaison de la Comète est peu considérable. Les Astres par leur mouvement diurne ne parcourent un grand cercle de la sphère, que quand ils sont dans l'Équateur; par-tout ailleurs ils parcourent un petit cercle parallèle à l'Équateur, & le fil du réticule, qui représente un parallèle à l'Équateur, couvre dans le ciel, non pas une portion de parallèle, mais une portion de grand cercle. Il est cependant vrai qu'au voisinage de l'Équateur, le cercle parallèle & le grand cercle sont sensiblement confondus dans l'espace du champ d'une lunette ou d'un réticule; l'on ne risque rien alors d'employer la méthode précédente. Mais si l'on s'écarte considérablement de l'Équateur, le cercle parallèle & le grand cercle diffèrent sensiblement, même dans une petite portion de leur étendue. Au reste cet effet dépend aussi beaucoup du champ de la lunette. Si la lunette ou le réticule a 30 minutes ou un demi-degré de champ, & que la déclinaison de l'Astre soit de 20 degrés, durant le temps que l'Astre emploîra à parcourir le fil, le grand cercle & le cercle parallèle ne s'écarteront que de 2 secondes; la déviation sera de $4'' \frac{1}{2}$ à *30* degrés de déclinaison, de $6'' \frac{1}{2}$ à 40 degrés, de *9* secondes à 50 degrés, de près de 14 secondes à *60* degrés. Si le champ du réticule n'est que de 15, la déviation des deux fils ne sera

ſera que d'une ſeconde $\frac{2}{3}$ à 40 degrés de déclinaiſon, de 2 ſecondes $\frac{1}{2}$ à 50 degrés, de 3 ſecondes $\frac{1}{2}$ à 60 degrés. Mais ces réticules ont ordinairement un champ beaucoup plus étendu.

Une machine parallactique, dûment orientée, peut être d'un grand ſecours pour obſerver les Comètes, celles ſur-tout dont la déclinaiſon ou le mouvement eſt trop conſidérable. On fait paſſer l'Étoile ou la Comète par le centre de l'inſtrument, ou à une diſtance de ce centre que l'on meſure avec le micromètre, & l'on marque l'inſtant précis du paſſage par le centre ou par le fil horaire. On marque pareillement l'inſtant du paſſage de la Comète ou de l'Étoile par le même fil, & l'on prend avec le micromètre ſa diſtance au centre. L'intervalle de temps écoulé entre les deux paſſages, & réduit en degrés, donne la différence des deux Aſtres en aſcenſion droite, & la différence en déclinaiſon eſt donnée directement par le micromètre.

On pourroit auſſi, au défaut d'autres inſtrumens, employer un quart-de-cercle poſé bien verticalement, ou même une ſimple lunette garnie d'un micromètre, mais tellement montée, qu'on ſoit bien aſſuré que le fil vertical du micromètre conſerve toujours ſa poſition verticale, & que le fil mobile ſoit parallèle au fil horizontal. On fait paſſer la Comète ou une Étoile au centre de l'inſtrument, ou du moins au fil vertical, & l'on marque l'inſtant de ce paſſage. On attend qu'une Étoile ou que la Comète paſſe au même fil, & l'on marque pareillement l'inſtant du paſſage. On prend avec le micromètre, en minutes ou en ſecondes, la diſtance de chaque Aſtre au centre du micromètre à l'inſtant de ſon paſſage par le fil vertical, ce qui donne leur différence de hauteur. On calcule l'azimut & la hauteur de l'Étoile pour le moment auquel elle a paſſé par le fil vertical; la Comète à l'inſtant où elle a traverſé le même fil, avoit le même azimut, & ſa hauteur au même inſtant étoit égale à celle de l'Étoile, plus ou moins la différence des hauteurs obſervée. Si on a pris directement avec le quart-de-cercle & ſon micromètre la hauteur de la Comète traverſant le fil vertical, on s'épargne le calcul de la hauteur

de l'Étoile. Connoiſſant maintenant la latitude du lieu, ainſi que l'azimut & la hauteur de la Comète, on calculera ſon aſcenſion droite & ſa déclinaiſon, & enſuite ſa longitude & ſa latitude par les méthodes connues. Il eſt inutile que nous avertiſſions qu'il ne faut pas faire ces ſortes d'obſervations trop près du méridien.

Quant aux Étoiles auxquelles on compare la Comète, il eſt eſſentiel de bien connoître leur poſition. On prend ſouvent cette poſition dans le catalogue de Flamſteed, ſi elle s'y trouve; ſi on ne l'y trouve pas, on compare l'Étoile obſervée avec quelque petite Étoile voiſine & mentionnée dans ledit catalogue, de ſorte que l'erreur de la poſition de la petite Étoile, déterminée par Flamſteed, eſt communiquée à la poſition de l'Étoile obſervée. Flamſteed étoit ſans doute un bon obſervateur; mais, ou pluſieurs fautes de Copiſte ou d'Imprimeur ſe ſont gliſſées dans ſon catalogue, ou il s'eſt permis quelques négligences, ſur-tout par rapport aux petites Étoiles, ou bien enfin quelques-unes de ces petites Étoiles ont eu un mouvement propre depuis les obſervations de Flamſteed. Bradley, la Caille, M. le Monnier ont obſervé & déterminé le lieu de pluſieurs Étoiles du catalogue de Flamſteed; les différences entre leurs déterminations & celles de Flamſteed montent ſouvent à pluſieurs minutes: ι de la Baleine eſt de 3′ 27″ plus orientale dans le catalogue de Bradley que dans celui de Flamſteed; la différence entre les deux catalogues eſt de 4′ 46″ ſur la longitude du premier α du Capricorne; elle eſt de 5′ 12″ ſur la longitude de ϵ du Bélier. A de plus hautes latitudes, les différences ſont plus énormes, elles vont à 10′ 13″ ſur la longitude de μ du Serpentaire, à 12′ 43″ ſur celle de o du Dragon; mais la plus énorme de toutes eſt celle que je remarque ſur μ de la même Conſtellation; elle va juſqu'à 1ᵈ 32′ 7″ ſur la longitude, & à 8′ 43″ ſur la latitude. Je ne parle pas du catalogue d'Hévélius, il eſt aujourd'hui aſſez généralement abandonné: cet obſervateur, ſi eſtimable d'ailleurs, auroit dû ne pas tenir auſſi imperturbablement qu'il l'a fait, au préjugé

qu'il s'étoit formé, que les pinnules étoient préférables aux lunettes pour les obſervations des Étoiles.

Nous penſons donc que ſi l'on veut rendre des ſervices réels à l'Aſtronomie Cométaire, il faut comparer les Comètes à des Étoiles, dont la poſition ait été déterminée par les le Monnier, les Bradley, les Mayer, les la Caille, &c. Si l'on ne le peut faire directement, on peut choiſir l'Étoile qu'on juge la plus propre à la comparaiſon qu'on ſe propoſe de faire; mais il ne faut pas prendre la poſition de cette Étoile dans les catalogues anciens; il faut la déterminer en la comparant à quelqu'une des Étoiles, dont la poſition a été établie par quelques-uns des Aſtronomes que nous venons de nommer. Il faut employer les meilleures méthodes pour réduire la poſition de ces Étoiles, de l'époque fixée par ces Aſtronomes, au temps de l'obſervation; il ne faut point épargner à cet effet le calcul, en ſe ſervant de Tables, ſouvent inſuffiſantes, & quelquefois fautives. Il n'eſt pas néceſſaire d'avoir égard à la nutation; elle eſt la même pour l'Étoile & pour la Comète: mais ſi l'on veut préſenter une bonne obſervation au Public, on ne doit point négliger l'effet de l'aberration, tant ſur l'Étoile que ſur la Comète. Si l'on ne ſe ſent point aſſez fort pour uſer de toutes ces précautions, il faut du moins faire un détail exact & précis de ſes opérations, & des routes que l'on a ſuivies pour déterminer le lieu de la Comète; il ſe trouvera peut-être quelque zélé calculateur qui tirera tout le parti poſſible des obſervations, & qui parviendra à déterminer l'orbite préciſe de la Comète. Ceux même qui auroient eu le courage de ſoumettre leurs obſervations aux calculs les plus rigoureux, ne doivent point priver le Public du détail de leurs opérations; une telle communication ne peut que leur procurer le plus haut degré de confiance.

SECTION SECONDE.

Du calcul des Comètes dont l'orbite eſt déterminée.

POUR ne nous pas répéter à chaque page, nous commençons par donner l'explication des lettres dont nous nous ſervirons conſtamment pour déſigner toujours les mêmes quantités. Si nous comparons pluſieurs obſervations enſemble, un, deux ou trois accens, mis après la lettre, déſigneront le rapport à la première, à la ſeconde, à la troiſième obſervation. Ainſi S marquant en général le lieu du Soleil, S' marquera ce lieu à la première obſervation, S'' le même lieu à l'inſtant de la ſeconde obſervation, S''' au moment de la troiſième, & ainſi de la plupart des autres lettres. Soit donc

S Le lieu du Soleil.
T Le lieu de la Terre.
C Longitude géocentrique de la Comète.
K Son lieu héliocentrique ſur ſon orbite.
κ Le même réduit à l'Écliptique.
L Latitude géocentrique de la Comète.
λ Sa latitude héliocentrique.
R Rayon vecteur de la Terre, ou ſa diſtance actuelle du Soleil.
r Rayon vecteur de la Comète.
ρ Le même rayon accourci ou projeté ſur l'Écliptique.
c Corde entre deux r.
D Diſtance de la Comète à la Terre.
Δ La même projetée ſur l'Écliptique.
π Diſtance périhélie de la Comète.
α Sa diſtance aphélie.
$2p$ Paramètre de l'orbite de la Comète.
A Demi-grand axe, ou moyenne diſtance de la Comète au Soleil.
a Demi-petit axe.

e Excentricité rapportée à la moyenne diſtance de la Terre au Soleil, que nous prenons toujours pour unité.

ε La même comparée au demi-grand axe de l'orbite de la Comète, pris alors pour unité.

N Lieu du nœud aſcendant de l'orbite de la Comète.

P Lieu du périhélie.

υ Anomalie vraie de la Comète ſur ſon orbite.

Y La même ſur l'Écliptique.

ω Anomalie excentrique.

Ω Anomalie moyenne.

u Angle traverſé depuis le ☊ ſur l'orbite, compté ſelon l'ordre des ſignes, ou argument de latitude.

ν Le même réduit à l'Écliptique.

U Diſtance du ☊ au périhélie, compté ſur l'orbite, ſelon l'ordre des ſignes.

V Diſtance de la Terre au ☊, comptée depuis le ☊ ſur l'Écliptique.

φ Angle entre deux r, φ' entre r' & r'', φ'' entre r'' & r'''.

χ Angle entre deux r extrêmes, comme entre r' & r'''.

θ' Temps écoulé entre la première & la ſeconde des obſervations qu'on compare.

θ'' Temps entre la ſeconde & la troiſième.

θ''' Entre la troiſième & la quatrième.

ϑ' Temps entre la première & la troiſième obſervation.

ϑ'' Entre la première & la quatrième.

Θ Durée de la révolution périodique de la Comète.

o Intervalle de temps entre une obſervation & le paſſage au périhélie.

1 Le rayon du cercle.

n 116,2648; dont le logarithme eſt 2,0654481. Nous allons expliquer ce que c'eſt que cette quantité.

Que $\frac{1}{\beta}$ dénote le rapport du diamètre du cercle à ſa circonférence, β étant alors $=$ 3,1415926, &c. l'aire de l'ellipſe ſera $= \beta A a$. L'on ſait d'ailleurs qu'en vertu des forces centrales & générales des corps céleſtes, le temps de la révolution des Planètes & des Comètes eſt comme l'aire

de leur orbite divisée par la racine quarrée du demi-paramètre de cette orbite; donc $\Theta = \frac{\beta A a}{\sqrt{p}} = \frac{n \beta A a}{\sqrt{p}}$, n étant un coëfficient quelconque ajouté pour réduire l'équation à une échelle commune. Mais par la propriété de l'ellipse, $\sqrt{p} = \frac{a}{\sqrt{A}}$: donc $\Theta = n \beta . A^{\frac{3}{2}}$. Maintenant pour déterminer la valeur de n, on a choisi pour échelle commune le demi-grand axe de l'orbite terrestre, ou la moyenne distance de la Terre au Soleil, & pour mesure commune du temps nos jours naturels. Dans cette hypothèse, en appliquant l'équation $\Theta = n \beta A^{\frac{3}{2}}$ à l'orbite de la Terre, $A = 1$ & $\Theta = 365,25659$ jours, durée de la révolution sidérale de la Terre; l'équation devient donc $\Theta = n \beta$, ou $\frac{\Theta}{\beta} = n$, ou $n = \frac{365,25659}{3,14159, \&c.} = 116,2648$.

On peut considérer le mouvement des Comètes, ou dans une orbite parabolique, ou dans une orbite elliptique. Si toutes les orbites des Comètes sont des ellipses; au moins faut-il convenir que presque toutes ces ellipses sont extrêmement excentriques, que la différence entre leur demi-paramètre & le double de leur distance périhélie est insensible, & qu'en conséquence la partie de ces ellipses où la Comète nous est visible, ne diffère pas sensiblement d'une partie de parabole. On peut donc traiter ces orbites cométaires comme des paraboles, le calcul sera plus expéditif, & les résultats seront sensiblement exacts. On ne doit calculer dans des ellipses que les Comètes dont la révolution périodique est connue, comme celle de 1759, ou celles qui se refusent absolument à une orbite parabolique, telle qu'il paroît qu'a été la Comète de 1770. Si on en calcule d'autres, on déterminera sans doute avec exactitude les élémens qui sont communs à l'ellipse & à la parabole; mais je ne puis ne me pas défier de la précision de ceux qui sont propres à l'ellipse, tels que sont l'excentricité, le grand axe & la durée

de la révolution périodique : les plus légères erreurs dans les obſervations en peuvent ſouvent occaſionner de bien grandes dans la détermination de ces élémens.

Nous traiterons d'abord de la détermination du lieu des Comètes dans une orbite ſuppoſée parabolique : nous paſſerons à de ſemblables recherches dans des orbites elliptiques.

ARTICLE PREMIER.

Du mouvement des Comètes dans une orbite parabolique.

PROBLÈME PREMIER.

Les élémens de l'orbite d'une Comète étant connus, déterminer ſa longitude & ſa latitude héliocentriques pour un inſtant donné.

Les élémens que nous ſuppoſons donnés, ſont au nombre de ſix ; 1.° le lieu de ſon nœud aſcendant N, 2.° l'inclinaiſon de l'orbite ou l'angle que ſon plan forme avec le plan de l'Écliptique I, 3.° le lieu du périhélie P, 4.° ſa diſtance périhélie au Soleil π, ou le logarithme de cette diſtance, 5.° l'inſtant où la Comète a paſſé par ſon périhélie, 6.° le ſens de ſon mouvement, s'il eſt direct ou rétrograde, c'eſt-à-dire, s'il eſt ſuivant l'ordre des ſignes, d'occident en orient, ou s'il eſt contre cet ordre, d'orient en occident.

Nous prendrons pour exemple la Comète de 1769, & nous ſuppoſerons ſes élémens tels que M. Proſperin les a déterminés.

$N = 175^d\ 6'\ 33''$.
$I = 40.\ 48.\ 49.$
$P = 144.\ 11.\ 7.$
$\pi = 0{,}12272$; logarithme 9,0889150.

Paſſage au périhélie, Octob. $7^j\ 13^h\ 58'\ 40''$, ou $7^j{,}58241$.
Sens du mouvement, direct.

Nous ſuppoſons qu'on veut connoître quel devoit être le lieu de cette Comète le 21 Août à $13^h\ 4'\ 53''$.

Il faut d'abord chercher l'anomalie vraie de la Comète, & pour y parvenir on réduit les heures, minutes & ſecondes données, en décimales de jours, & l'on a le 21 Août, 54506. Nòtre première Table donne le moyen de faire cette réduction.

Si l'inſtant donné précède celui du paſſage au périhélie, retranchez le temps donné du temps de ce paſſage; ou retranchez le temps du paſſage au périhélie du temps donné, ſi celui-ci eſt poſtérieur au temps du paſſage; & vous aurez l'intervalle de temps écoulé entre le paſſage au périhélie & le temps donné $= t$.

Donc de	Octobre	$7^j,58241$.
Otez	Août	$21,54506$.
Il reſte		$47,03735 = t$.

Pour conclure de-là l'anomalie vraie de la Comète, on a démontré que ſi l'on nomme τ le temps que la Comète emploie à aller du périhélie à 90 degrés, ou à l'extrémité de ſon paramètre, ſon anomalie vraie ſeroit toujours obtenue par l'équation, $\text{tang.}^3 \frac{1}{2} v + 3 \text{ tang.} \frac{1}{2} v = \frac{t}{\frac{1}{4}\tau}$. La réſolution de cette équation du troiſième degré ſeroit longue & pénible; pour ſe l'épargner, on a remarqué que ſi pluſieurs Comètes font leur révolution dans différentes paraboles autour d'un même foyer, les temps qu'elles emploient à parvenir à une même anomalie vraie ſont proportionnels aux racines quarrées des cubes de leurs diſtances périhélies. $t : t' :: \pi^{\frac{3}{2}} : \pi'^{\frac{3}{2}}$. On a enſuite ſuppoſé une Comète dont la diſtance périhélie fût $= 1$, ou égale à la moyenne diſtance du Soleil à la Terre. La vîteſſe de cette Comète en ſon périhélie ſeroit à la vîteſſe moyenne de la Terre, comme $\sqrt{2}$ eſt à 1; la vîteſſe moyenne de la Terre en une heure eſt de $2'\ 27''\ 50''',5$; celle de la Comète en une heure ſera donc de $3'\ 24''\ 4''',75$. Donc dans l'équation $\text{tang.}^3 \frac{1}{2} v + 3$ tang.

tang. $\frac{1}{2} v = \frac{t}{\frac{1}{4} \tau}$ ou $\tau = \frac{4\, t}{\text{tang.}^3 \frac{1}{2} v + 3 \text{ tang.} \frac{1}{2} v}$ on connoît $t =$ une heure, & $v = 3' \; 24'' \; 4''',75$; on trouvera $\tau = 109^j,6154$, c'eſt le temps que la Comète ſuppoſée emploîroit à aller de ſon périhélie à 90 degrés d'anomalie vraie, & c'eſt pour cela qu'on la nomme aſſez ordinairement, *Comète de 109 jours.* Cette opération faite, on a calculé toutes les anomalies vraies de cette Comète de 109 jours, correſpondantes à différens intervalles de temps écoulés depuis le périhélie ; on en a conſtruit une *Table générale du mouvement des Comètes dans une orbe parabolique* ; nous la donnons à la fin de cet ouvrage, vérifiée & augmentée. Voici ſon uſage. Dans la proportion $t : t' :: \pi^{\frac{3}{2}} : \pi'^{\frac{3}{2}}$, où t' & π' appartiennent à la Comète de 109 jours, $\pi'^{\frac{3}{2}} = 1$; donc $t' = \frac{\pi^{\frac{3}{2}}}{t}$. Donc ſi vous voulez pour un inſtant donné, avoir l'anomalie vraie d'une Comète quelconque, ajoutez au logarithme de ſa diſtance périhélie la moitié de ce même logarithme, & de la ſomme retranchez le logarithme du temps écoulé entre l'inſtant donné & celui du paſſage au périhélie, le reſte ſera le logarithme de t', c'eſt-à-dire du temps que la Comète de 109 jours emploîroit à parvenir au même degré d'anomalie vraie où eſt parvenue la Comète actuelle après le temps propoſé t. Cherchez donc ce temps t' dans la Table générale; vous trouverez vis-à-vis l'anomalie vraie cherchée.

L'anomalie des Planètes ſe compte, ſelon l'uſage ancien, depuis l'aphélie de la Planète ſuivant l'ordre des Signes, & par conſéquent dans le ſens du mouvement de la Planète. Mais les Comètes n'étant pas viſibles dans leur aphélie, l'uſage a prévalu de prendre pour leur anomalie leur diſtance au périhélie, ſoit que les Comètes n'aient point encore paſſé par leur périhélie, ſoit qu'elles aient dépaſſé ce point. Il eſt cependant à remarquer que ſi une Comète directe n'a pas encore paſſé par ſon périhélie, ou ſi une Comète rétrograde

y a déjà paſſé, ſon anomalie doit être négative, ou affectée du ſigne —.

Dans notre exemple, le logar. de π eſt....	9,0889150.
Sa moitié eſt....................	9,5444575.
La ſomme ou le logar. de $\pi^{\frac{3}{2}}$ eſt donc...	8,6333725.
Otez-la du logar. de 47,03735 = t....	1,6724428.
Il reſte........................	3,0390703.

C'eſt le logarithme de 1094,1335, nombre de jours que la Comète de 109 jours auroit employé à parcourir l'anomalie vraie que la Comète de 1769 a parcourue en 47,03735 jours. Cherchez ce nombre de jours dans la Table; vis-à-vis de 1090 jours on trouve 144^d 28′ 19″, & vis-à-vis 1095 jours 144^d 31′ 56″ d'anomalie vraie; donc prenant une partie proportionnelle, on aura 144^d 31′ 18″ pour v anomalie vraie répondante à 1094,1335 jours de la Comète de 109 jours, ou à 47,03735 jours de la Comète de 1769; & cette anomalie ſera négative, parce que le mouvement de la Comète eſt direct, & qu'elle n'a pas encore paſſé par ſon périhélie.

Au lieu du périhélie P.....	+ 144^d	11′	7″.	
Ajoutez l'anomalie vraie v ...	— 144.	28.	19.	
La ſomme ſera...............	359.	39.	49	= K.

On voit que v étant négatif, nous avons dû le retrancher de P, au lieu de l'ajouter, & que pour faire la ſouſtraction, nous avons augmenté P d'une circonférence entière, ou de 360 degrés.

On conçoit facilement que K doit être le lieu de la Comète dans ſon orbite. Pour réduire ce lieu à l'Écliptique, & pour avoir par conſéquent la vraie longitude héliocentrique x, & en même temps la latitude héliocentrique λ de la Comète, ſoit EN une partie de l'Écliptique, CN une partie de l'orbite de la Comète, coupant l'Écliptique au point N, lieu du nœud aſcendant, CE une partie du cercle de latitude de la Comète. Puiſqu'on connoît par l'hypothèſe le lieu du nœud N

Fig. 13.

& que l'on vient de trouver le lieu K de la Comète placée au point C, on aura la diſtance CN, en ôtant le lieu du nœud N de la longitude héliocentrique K. Cette diſtance eſt ce que nous avons appelé l'angle traverſé, ou l'argument de latitude ſur l'orbite de la Comète. Ainſi, dans le triangle ſphérique ECN, rectangle en E, on connoît l'hypothénuſe CN, argument de latitude $= u$, & l'angle CNE, inclinaiſon de l'orbite ſur l'Écliptique $= I$, inclinaiſon qu'il faut traiter comme négative, lorſque la Comète eſt rétrograde; il faut trouver $CE = \lambda$, latitude héliocentrique de la Comète; & $EN = v$ diſtance du lieu de la Comète au nœud, ou argument de latitude réduit à l'Écliptique. On aura l'un & l'autre par les analogies ſuivantes:

Sin. total: ſin. u :: ſin. I: ſin. λ.

Sin. total: tang. u :: coſin. I: tang. v.

Dans la première analogie, ſi le ſinus de λ eſt poſitif, la latitude eſt boréale; elle eſt auſtrale ſi le ſinus de λ eſt négatif. On ſait que les ſinus ſont poſitifs depuis 0 degrés juſqu'à 180 degrés, négatifs depuis 180 degrés juſqu'à 360 degrés; les coſinus poſitifs depuis 0 degrés juſqu'à 90 degrés, & depuis 270 degrés juſqu'à 360 degrés; négatifs entre 90 degrés & 270 degrés; enfin les tangentes & les cotangentes poſitives entre 0 degré & 90 degrés, & entre 180 degrés & 270 degrés, négatives de 90 degrés à 180 degrés & de 270 degrés à 360 degrés.

Dans la ſeconde analogie, il n'eſt pas néceſſaire de faire attention aux ſignes; il ſuffit de remarquer que v doit toujours être dans le même quart que u. $N + v$ donnera le vrai lieu héliocentrique de la Comète réduit à l'Écliptique $= x$.

L'inclinaiſon I de la Comète de 1769 eſt de $40^d\ 48'\ 49''$. Si de ſon lieu héliocentrique K, trouvé ci-deſſus de $359^d\ 39'\ 49''$, on retranche le lieu du nœud $175^d\ 6'\ 33''$, il reſtera $184^d\ 33'\ 16'' = u$ pour argument de la latitude.

Sin. u . . . . (*a*) — 8,8998552.
Sin. I . . . . + 9,8153124.

Sin. λ . . . . — 8,7151676.

C'est le sinus de $2^d\ 58'\ 30''$, latitude héliocentrique de la Comète; cette latitude est australe, son sinus étant négatif. Si la Comète eût été rétrograde, l'inclinaison I eût été négative, ainsi que son sinus; donc sinus λ eût été positif, & la latitude boréale.

Tang. u . . . . 8,9012288.
Cosin. I . . . . 9,8790039.

Tang. v . . . . 8,7802327.

C'est la tangente de $183^d\ 27'\ 0''$. Au lieu du nœud $N = 175^d\ 6'\ 33''$, ajoutez $v = 183^d\ 27'\ 0''$, la somme $x = 358^d\ 33'\ 33''$, sera la longitude héliocentrique vraie de la Comète.

PROBLÈME SECOND.

Déterminer le rayon vecteur r *de la Comète & son rayon vecteur accourci* ϱ.

Lambert, Insign. propr. orbit. Comet. § 4.

Par la nature de la parabole, on a $r = \frac{\pi}{\text{cosin.}^2 \frac{1}{2} v}$; ainsi du logarithme de la distance périhélie, ôtez le double du logarithme cosinus de la moitié de l'anomalie vraie, le reste sera le logarihme du rayon vecteur; & puisque par les règles de la trigonométrie rectiligne, sinus total : cosin. λ :: $r : \varrho$; à ce logarithme du rayon vecteur, ajoutez le logarithme du cosinus de la latitude héliocentrique, la somme sera le logarithme du rayon vecteur accourci ou projeté sur l'Écliptique.

Pour la Comète de 1769, à l'instant indiqué,

(*a*) Les signes + & — que nous mettons avant les logarithmes ne servent point à distinguer ces logarithmes en logarithmes positifs & logarithmes négatifs; ils indiquent seulement que les nombres auxquels ces logarithmes appartiennent sont ou positifs ou négatifs.

v	144^d 31′ 18″
$\frac{1}{2} v$	72. 15. 39.
Logarithme de π	9,0889150.
Otez-en le double du logarithme cosin. de $\frac{1}{2} v$ ...	8,9677000.
Il reste le logarithme de r	0,1212150.
Ajoutez le logarithme cosinus de λ	9,9994143.
Somme, ou logarithme de ρ	0,1206293.

On n'a besoin ici que des logarithmes; on peut se dispenser de chercher les nombres qui leur répondent.

PROBLÈME TROISIÈME.

Déterminer la longitude & la latitude géocentriques de la Comète.

Du centre S, où est le Soleil, tracez le cercle TVX, (*Fig. 14*); ce cercle divisé en signes, représente l'orbite terrestre ou le plan de l'Écliptique. Calculez pour l'instant donné le lieu du Soleil S, & la distance R du Soleil à la Terre. Le lieu du Soleil augmenté ou diminué de six signes ou de 180 degrés, donnera le lieu de la Terre T. Placez la Terre en T au degré où elle doit être; placez pareillement la Comète en C, au degré de longitude héliocentrique $\varkappa$, que vous avez trouvé qu'elle doit avoir, & la distance TS étant supposée égale à R, faites SC égal à ρ. Cela posé, dans le triangle rectiligne TSC, nous connoissons les deux côtés $TS = R$ & $CS = \rho$, ainsi que l'angle compris $TSC = T - \varkappa$ ou $\varkappa - T$; cet angle, qui est la différence de longitude entre la Terre & la Comète, se nomme *Angle de commutation*. Pour trouver l'angle STC, qu'on appelle *Angle d'élongation*, prenez le complément de la moitié de l'angle de commutation; ce complément est manifestement égal à la demi-somme des angles STC, SCT. Pour avoir la demi-différence de ces mêmes angles, on peut, suivant les loix de la Trigonométrie, prendre al Fig. 14.

différence des logarithmes des deux rayons vecteurs R & ρ, ôtant le plus petit du plus grand ; le reste (augmenté de 10 à sa caractéristique) sera le logarithme de la tangente d'un angle duquel on ôtera 45 degrés ; & l'on dira, le sinus total est à la tangente de l'angle qui restera, comme la tangente de la demi-somme des angles STC, SCT est à la tangente de leur demi-différence. Comme on a les logarithmes des deux côtés SC, ST, on sait lequel de ces deux côtés est le plus grand ; si c'est le côté SC, l'angle STC, qui lui est opposé sera égal à la demi-somme, plus la demi-différence des deux angles ; si au contraire le côté CS est plus petit que CT, l'angle STC sera égal à la demi-somme, moins la demi-différence des angles STC, SCT.

Le 21 Août, à $13^h\ 4'\ 53''$, le lieu du Soleil S étoit $4^s\ 29^d\ 7'\ 43''$ ou $149^d\ 7'\ 43''$; donc le lieu de la Terre T étoit $10^s\ 29^d\ 7'\ 43''$, ou $329^d\ 7'\ 43''$. Nous avons trouvé le lieu de la Comète $\varkappa$ en $358^d\ 33'\ 33''$. De plus le logarithme de la distance R du Soleil à la Terre est 0,0046650, & nous avons vu que celui de la distance ρ de la Comète au Soleil, réduite à l'Écliptique, étoit 0,1206293 ; donc cette distance étoit plus grande que celle du Soleil à la Terre. Sur la Figure, je place la Terre en T en $10^s\ 29^d$, & la Comète en C en $11^s\ 28^d\ \frac{1}{2}$, & je fais SC plus grand que ST ; il ne faut pas plus de précision dans la construction de la Figure.

Nous avons donc $\varkappa$, lieu de la Comète...	$358^d\ 33'\ 33''$.
T, lieu de la Terre..................	329. 7 43.
Différence, angle de commutation CST...	29. 25. 50.
Demi-angle de commutation...........	14. 42. 55.
Son complément $= \frac{1}{2}\ CTS + \frac{1}{2}\ TCS$....	75. 17. 5.
Logarithme de ρ......................	0,1206293.
Logarithme de R......................	0,0046650.
Différence..........................	0,1159643.
Ou, ajoutant 10 à la caractéristique......	10,1159643.

C'eſt le logarithme de la tangente de......	$52^d\ 33'\ 36'',6$.
J'ôte..............................	45. 0. 0.
Il reſte............................	7. 33. 36,6.
Son logarithme tangente..............	9,1229395.
Ajoutez le log. tang. de $75^d\ 17'\ 5''$, $\frac{1}{2}$ ſomme.	0,5806555.
Logarithme tangente de la demi-différence...	9,7035950.

C'eſt le logarit. de la tangente de $26^d\ 48'\ 35''$; telle eſt donc la demi-différence des angles *CTS*, *TCS*; & puiſque *SC* eſt plus grand que *ST*, l'angle *CTS* ſera plus grand que l'angle *TCS*. Ajoutant donc la demi-différence $26^d\ 48'\ 35''$ à la demi-ſomme $75^d\ 17'\ 5''$, on aura $102^d\ 5'\ 40''$ pour valeur de l'angle *CTS*, ou pour angle d'élongation du Soleil à la Comète.

L'angle d'élongation eſt la différence de longitude entre le Soleil & la Comète; par l'inſpection ſeule de la figure, on déterminera facilement s'il faut ajouter cet angle à la longitude du Soleil, ou s'il faut l'en retrancher, pour avoir la longitude géocentrique de la Comète. Par l'inſpection de la *Fig. 14*, on voit que le Soleil, rapporté à la fin du Lion par le rayon viſuel *TSO*, tiré de la Terre, eſt bien plus avancé dans l'Écliptique que la Comète ſituée en *C*; il faut donc du lieu du Soleil retrancher l'angle d'élongation. On peut établir pour règle générale, que ſi x, longitude héliocentrique de la Comète, moins T lieu de la Terre, donne un reſte moindre que 180 degrés, il faudra retrancher l'angle d'élongation du lieu du Soleil, pour avoir la longitude géocentrique de la Comète. Mais ſi $x - T$ eſt plus grand que 180 degrés, la longitude géocentrique de la Comète ſera égale au lieu du Soleil, plus l'élongation.

Dans notre exemple, $x = 358^d\ 33'\ 33''$, & $T = 329^d\ 7'\ 43''$; $x - T = 29^d\ 25'\ 50''$ eſt moindre que 180 degrés; donc du lieu

du Soleil..................		149^d	$7'$	$43''$.
Otez l'élongation..............		102	5	40.
Longitude géocentrique de la Comète.		47.	2.	3.
Ou........................	1^f	17^d	$2'$	$3''$.

Fig. 14. Quant à la latitude, ſoit *(Fig. 14)* K le lieu de la Comète dans ſon orbite, qu'il faut ſuppoſer relevée ſur le plan de l'Écliptique, de manière que le point K réponde verticalement ſur le point C, & que la ligne KC, abaiſſée perpendiculairement ſur l'Écliptique, ſoit perpendiculaire aux lignes SC, TC. Soit le ſinus total $= 1$, l'angle de commutation, $TSC = \beta$, l'angle d'élongation $STC = \gamma$, la perpendiculaire $CK = \zeta$, $SC = \rho$, $TC = \Delta$, l'angle $CSK = \lambda$, l'angle $CTK = L$. On a dans le triangle SCK rectangle en C.

$$1 : \text{tang. } \lambda :: \rho : \zeta.$$

Dans le triangle TCK rectangle en C.

$$1 : \text{tang. } L :: \Delta : \zeta.$$

Donc... $\rho : \Delta ::$ tang. L : tang. λ.

D'ailleurs dans le triangle STC, on a

$$\text{Sin. } \beta : \text{ſin. } \gamma :: \Delta : \rho.$$

Donc... Sin. β : ſin. γ :: tang. λ : tang. L.

C'eſt-à-dire que le ſinus de commutation eſt au ſinus d'élongation, comme la tangente de la latitude héliocentrique eſt à celle de la latitude géocentrique.

Sinus d'élongation...............	9,9902516.
Tangente de latitude héliocentrique.. —	8,7157533.
Somme....................... —	18,7060049.
Sinus de commutation...........	9,6914071.
Tangente de latitude géocentrique... —	9,0145978.

La latitude auſtrale de la Comète, vue de la Terre, devoit donc être de $5^d\ 54'\ 16''$.

Notez que comme on a déjà les logarithmes du ſinus & du coſinus de la latitude héliocentrique, il n'eſt pas néceſſaire de chercher dans les Tables le logarithme de ſa tangente, il ſuffit de retrancher le logarithme du coſinus de celui du ſinus, le reſte ſera celui de la tangente; & c'eſt ce qu'il faut pratiquer, lorſque la latitude héliocentrique eſt fort petite; autrement on s'expoſeroit à des erreurs de pluſieurs ſecondes.

PROBLÈME

PROBLÈME QUATRIÈME.

Déterminer la distance D de la Comète à la Terre.

De l'équation.......... $Sin.\ \beta : sin.\ \gamma :: \Delta : \rho$.
Et de celle que fournit le triangle *TCK.*
Cosin. $L : 1 :: \Delta : D$.
On conclut..... $Sin.\ \gamma \times cosin.\ L : sin.\ \beta \times 1 :: \rho : D$.
Donc $D = \frac{sin.\ \beta \times \rho}{sin.\ \gamma \times cos.\ L}$.

Sin. β	9,6914071.
ρ	0,1206293.
Complém. arithm. sin. de γ	0,0097484.
Complém. arithm. cosin. de L.....	0,0023101.
Somme ou logar. de D..........	9,8240949.

J'ai trouvé quelque part une autre formule pour trouver la distance D de la Comète à la Terre $D = r$ sin. u sin. I cosin. L, cotang. L. Cette formule n'est pas à beaucoup près si exacte que la précédente; elle peut cependant être de quelque utilité quand β & ρ sont inconnues.

PROBLÈME CINQUIÈME.

Déterminer l'effet de l'aberration & de la parallaxe sur la longitude & la latitude d'une Comète.

Soit m le mouvement de la Terre dans un intervalle de temps donné, & μ le mouvement géocentrique de la Comète dans le même intervalle de temps, soit en longitude, soit en latitude, soit même en ascension droite ou en déclinaison; l'aberration exprimée en secondes sera $\frac{\mu D\, 20''}{m}$. Voyez sur cette équation un Mémoire de M. Clairaut, *Mémoires de l'Académie des Sciences, année 1746, page 565 & suiv.* Dans l'usage de cette formule, si l'on prend pour intervalle de temps la durée d'un jour, au logarithme constant 9,5292, ajoutez les logarithmes du mouvement diurne de la Comète

réduit en minutes, & de sa distance à la Terre. Si pour ce temps, vous ne prenez qu'une heure, substituez le mouvement horaire de la Comète à son mouvement d'urne, & prenez pour logarithme constant 0,9094. L'aberration doit s'ajouter à la longitude, à la latitude, &c. observée de la Comète, pour la réduire en longitude ou latitude vraie, si la longitude ou la latitude va en augmentant; si elle va en diminuant, il faut en retrancher l'aberration *(b)*. Il faudroit faire tout le contraire, si l'on vouloit réduire un lieu vrai ou calculé en un lieu apparent ou observé.

Le 21 Août 1769, le mouvement diurne de la Comète, conclu des observations précédentes & suivantes, étoit de 63 minutes en longitude, & de 25 minutes en latitude, & tant la longitude que la latitude alloient en augmentant.

Logarithme de $\mu = 63'$	1,7993.
Logarithme de *D* trouvé ci-dessus	9,8241.
Logarithme constant	9,5292.
Somme, logarithme de l'aberration	1,1526.

C'est le logarithme de 14 secondes, aberration en longitude.

Pour la latitude, logarithme de $\mu = 25'$	1,3979.
Logarithme de *D*	9,8241.
Logarithme constant	9,5292.
Somme	0,7512.

C'est le logarithme de 6 secondes, aberration en latitude.

Pour appliquer ces aberrations à la longitude & à la latitude observées le 21 Août à $13^h\ 4'\ 53''$, puisque l'une & l'autre alloient en augmentant, il faut ajouter à l'une & à l'autre l'aberration qui lui convient.

(b) On dit tout le contraire N.° 595 des *Leçons d'Astronomie* de l'Abbé de la Caille, même dans la 4.e édition; il faut l'attribuer à la grande confiance de l'Éditeur dans les lumières & les soins de l'Auteur. L'Éditeur, aux N.ºs 2851 & 2852 de son *Astronomie* est exact, & développe très-bien ce qui regarde l'aberration des Planètes & des Comètes.

Longitude apparente obſervée........	47ᵈ	1′	31″.
Aberration additive...............			14.
Longitude vraie obſervée...........	47.	1.	45.
Longitude calculée ci-deſſus.........	47.	2.	3.
Différence......................			18.

Latitude apparente obſervée.........	5.	53.	48.
Aberration additive...............			6.
Latitude vraie obſervée............	5.	53.	54.
Latitude calculée ci-deſſus..........	5.	54.	16.
Différence......................			22.

On voit que le calcul s'accorde aſſez préciſément avec l'obſervation. Il faut cependant remarquer que le lieu obſervé n'étoit vraiſemblablement pas le lieu apparent de la Comète. Ce lieu obſervé a été conclu de la comparaiſon de la Comète avec une Étoile, & pour déterminer le lieu de l'Étoile, on n'aura probablement pas fait attention à l'effet de l'aberration. Au reſte cet effet étoit ici peu ſenſible; il ſe réduiſoit à faire paroître l'Étoile 4 ſecondes plus orientale & 2 ſecondes plus auſtrale qu'elle n'étoit réellement.

Il eſt encore une cauſe de l'altération du vrai lieu des Comètes; on ne doit pas la négliger; du moins lorſque la Comète eſt dans la proximité de la Terre: cette cauſe eſt la parallaxe. Il faut d'abord déterminer la parallaxe horizontale de la Comète par cette analogie; la diſtance de la Comète à la Terre eſt à la diſtance moyenne du Soleil à la Terre $= 1$, comme la parallaxe horizontale moyenne du Soleil $= 8,8$ eſt à la parallaxe horizontale de la Comète. On trouvera que le 21 Août la parallaxe horizontale de la Comète de 1769 étoit de 13 ſecondes $= \gamma$; logar. 1,12039.

La parallaxe horizontale une fois établie, on détermine la parallaxe actuelle en longitude & en latitude, préciſément par les mêmes règles qu'on employe pour déterminer celle des Planètes; je vais les expoſer en peu de mots; on peut en trouver la démonſtration dans les Leçons de l'Abbé de la Caille, dans l'Aſtronomie de M. de la Lande, &c.

Ajoutez le temps moyen réduit en parties de l'Équateur, à la longitude moyenne du Soleil, la somme donnera le point de l'Équateur qui est alors au méridien.

Temps moyen..................	13^h $2'$ $20''$.
Le même réduit en degrés.........	195^d $35'$
Longitude moyenne du *Soleil*......	150. 36.
Point de l'Équateur au méridien.....	346. 11.

Il faut chercher ensuite dans les Tables astronomiques, 1.° le point de l'Écliptique qui répond à ce point de l'Équateur, on l'appelle *point culminant*; 2.° la déclinaison de ce point culminant; 3.° l'angle que l'Écliptique fait en ce point avec le méridien: j'appellerai cet angle ζ, & le point culminant z. Si l'on manque des Tables nécessaires, on peut trouver ces trois élémens par les trois analogies suivantes.

Le sinus total est à la cotangente du point de l'Équateur au méridien, comme le cosinus de l'obliquité de l'Écliptique est à la cotangente de z.

Le sinus total est au sinus du point de l'Équateur au méridien, comme la tangente de l'obliquité de l'Écliptique est à la tangente de la déclinaison de z.

Le sinus total est au cosinus du point de l'Équateur, comme le sinus de l'obliquité est au cosinus de l'angle ζ.

Le point z est toujours de même espèce & dans le même quart que le point de l'Équateur qui médie; sa déclinaison est boréale dans les 180 premiers degrés de l'Écliptique, australe dans les autres.

Je trouve par les Tables, que le point culminant z est 344^d $59'$, que sa déclinaison australe est de 11^d $15'$, enfin que l'angle ζ de l'Écliptique & du méridien est de 67^d $15'$.

Si la déclinaison de z est du côté du pôle élevé sur l'horizon, ajoutez-la au complément de la latitude du lieu; sinon retranchez-la de ce complément; la somme ou la différence sera la hauteur de $z = H$. Notez qu'entre les Tropiques, la somme peut excéder 90 degrés; alors son cosinus & sa

cotangente seront négatifs. L'observation du 21 Août a été faite à Paris par 48^d $51'$ de latitude boreale.

Du complément de la latitude...........	41^d	$9'$
Otez la déclinaison australe de ζ.........	11.	15.
Il reste pour H, ou pour la hauteur de ζ...	29.	54.

Dites, $1 : \text{cosin. } H :: \text{sin. } \zeta : \text{cosin. } h.$

$1 : \text{cotang. } H :: \text{cosin. } \zeta : \text{tang. } \xi.$

Ici h est la hauteur du *nonagésime*, c'est-à-dire du point de l'Écliptique, qui en suivant la direction de l'Écliptique, est de part & d'autre à 90 degrés de l'horizon. Cette hauteur h est de même espèce que H; si H excède 90 degrés, h doit aussi être censé les excéder. ξ est un arc qu'il faut ajouter au point culminant ζ dans les signes ascendans, qu'il en faut retrancher dans les signes descendans. Il faudroit faire tout le contraire, si ξ se trouvoit négatif, ce qui ne peut arriver que dans la Zône torride; & l'on aura le point nonagésime.

Cosin. H..................	9,93797.
Sin. ζ....................	9,96483.
Cosin. h..................	9,90280.

C'est le cosinus de 36^d $55'$; telle est donc la hauteur du nonagésime $= h$.

Cotang. H..................	0,24031.
Cosin. ζ....................	9,58739.
Tang. ξ....................	9,82770.

C'est la tangente de 33^d $55'$, qu'il faut ajouter au point culminant ζ, parce que ce point ζ est dans les signes ascendans, la somme 344^d $59'$ + 33^d $55'$ donnera 18^d $54'$ pour nonagesime.

Prenez la différence entre la longitude géocentrique de la Comète & le nonagésime, & vous aurez la distance de la Comète au nonagésime, je la nomme x.

Lieu de la Comète	47^d 2'.
Nonagéſime	18. 54.
Différence $= x$	28. 8.

Soit la parallaxe horizontale $= \gamma$; vous aurez

$$\text{Parallaxe de longitude} = \gamma \frac{\text{ſin. } h. \text{ ſin. } x}{\text{coſin. } L}.$$

Parallaxe de latitude $= \gamma$ coſin. h coſin. $L - \gamma$ ſin. h, coſin. x ſin. L.

Si la latitude eſt du côté du pôle abaiſſé, c'eſt-à-dire auſtrale en-deçà de la Ligne, ou boréale au-delà, elle eſt négative ainſi que ſon ſinus, mais ſon coſinus eſt poſitif.

La parallaxe en longitude éloigne toujours la Comète du nonagéſime ; elle eſt donc additive à la longitude de la Comète ſi la Comète eſt plus orientale que le nonagéſime, & ſouſtractive ſi la Comète eſt plus occidentale.

Si la parallaxe en latitude eſt poſitive, elle écarte la Comète du pôle élevé: donc en-deçà de la Ligne, il faut l'ajouter à la latitude auſtrale, la retrancher de la latitude boréale; ce ſeroit le contraire, ſi cette parallaxe ſe trouvoit négative, ce qui peut arriver ſouvent, ſur-tout entre les tropiques. Il eſt donc eſſentiel d'appliquer ſoigneuſement les ſignes convenables aux ſinus & aux coſinus de la formule.

Appliquons ceci, à notre exemple, en employant le logarithme de la parallaxe horizontale, tel que nous l'avons trouvé ci-deſſus, 1,12039.

γ	1,12039.
Sin. h	9,77862.
Sin. x	9,67350.
Compl. arithm. coſin. L	0,00231.
Somme, parall. de long.	0,57482.

La parallaxe de longitude étoit donc de 4", & puiſque la Comète en 47^d 2' étoit plus orientale que le nonagéſime 18^d 34', la parallaxe a dû la faire obſerver de 4" plus

orientale qu'elle n'étoit réellement. Nous avons trouvé que ſon vrai lieu étoit en $47^d\ 2'\ 3''$; elle auroit donc dû être obſervée en $47^d\ 2'\ 7''$.

γ	1,12039.	
Coſin. h	9,90280.	
Coſin. L	9,99769.	
Parall. en lat. 1.re partie	1,02088 =	$9'',1$.
γ	1,12039.	
Sin. h	9,77862.	
Coſin. x	9,94540.	
Sin. L	— 9,01196.	
Parall. en lat. 2.e partie	— 9,85637 =	— 0,7.

J'ajoute les deux parties de la latitude, parce que retrancher — 0,7 de + 9,1, c'eſt réellement ajouter + 0,7 à + 9,1. La ſomme $10''$ eſt la quantité dont la parallaxe a dû rejeter la Comète à l'oppoſite du pôle élevé ou au ſud. Sa latitude auſtrale vraie étoit de $5^d\ 54'\ 16''$, elle auroit donc dû être obſervée de $5^d\ 24'\ 26''$.

La méthode que nous venons d'expoſer eſt toujours ſuffiſante pour dépouiller une longitude ou une latitude obſervée de l'effet de la parallaxe. Elle ſuffit auſſi pour affecter de ce même effet preſque tous les lieux calculés des Comètes. Si cependant en calculant le lieu d'une Comète, on trouvoit ſa parallaxe horizontale de pluſieurs minutes, nos deux équations ne donneroient pas avec aſſez de préciſion les parallaxes de longitude & de latitude, vu que nos formules ſuppoſent la diſtance apparente de la Comète au nonagéſime & ſa latitude apparente, au lieu que le calcul donne la diſtance vraie & la latitude vraie. Ainſi les formules ne donneroient, par un premier calcul, que des parallaxes approchées; mais en appliquant ces parallaxes approchées à la diſtance de la Comète au nonagéſime & à ſa latitude, on auroit la diſtance apparente & la latitude apparente très-approchées; & par un ſecond calcul, où l'on emploîroit cette diſtance

& cette latitude, on obtiendroit avec une précision suffisante les vraies parallaxes. Il faudroit même alors pousser tous les calculs jusqu'à la précision des secondes.

Il est enfin une dernière cause qui affecte le lieu apparent des Comètes, c'est la nutation de l'axe de la Terre; cette cause n'a aucune action sur les latitudes; son effet sur la longitude est le même pour tous les Astres. Pour calculer cet effet, il faut prendre dans la *Connoissance des Temps* ou dans les Tables astronomiques, le lieu du nœud ascendant de la Lune, & y ajouter trois Signes ou 90^d, on aura l'argument de la nutation. Dites, comme le sinus de l'obliquité de l'écliptique est au cosinus de l'argument, ainsi $9''$ sont à la nutation. Cette nutation, appliquée à la longitude vraie pour la convertir en longitude apparente, est additive ou soustractive, suivant que le cosinus de l'argument est positif ou négatif. Nous ne corrigeons point notre Comète de l'effet de la nutation; son lieu ayant été déterminé probablement sur le lieu vrai d'une Étoile, se trouve tout naturellement dépouillé de cet effet. La nutation l'auroit fait paroître de $22''$ plus orientale qu'elle n'étoit réellement. Ceci au reste n'est qu'une approximation; si l'on veut avoir avec plus de précision l'effet de la nutation, il faut faire les trois analogies suivantes.

134 est à 180, comme la tangente de l'argument est à la tangente du même argument réduit.

Le sinus de l'argument réduit est au sinus de l'argument simple, comme $9''$ à une quantité que je nomme q.

Le sinus de l'obliquité de l'écliptique est au cosinus de l'argument, comme q est à l'effet de la nutation.

Cet effet sera borné par ces analogies à $17''$ dans notre exemple.

ARTICLE SECOND.

Du calcul des Comètes dans une orbite elliptique.

Le calcul des Comètes dans l'ellipse ne diffère du calcul dans

dans la parabole que par rapport à deux élémens, l'anomalie vraie & le rayon vecteur. Nous prendrons pour exemple la Comète de 1759, & nous supposerons les élémens de son orbite, tels qu'ils ont été déterminés par l'Abbé de la Caille. Quant à la durée de la révolution, nous la supposerons de 28070 jours, telle que Clairaut a établi qu'il falloit la supposer en 1759. Donc le demi-grand axe $A = 18,07597$. On trouve ce demi-grand axe de la manière suivante. La révolution est, avons-nous dit, de 28070 jours, ou, réduisant en années sidérales, de 76,85147 ans.

Du logarithme de 76,85147......	1,8856522.
Otez le tiers de ce logarithme.......	0,6285507.
Il reste......................	1,2571015.

C'est le logarithme de A. Il est facile de s'apercevoir que cette pratique est fondée sur la seconde loi de Képler : les temps des révolutions des Planètes, dans des orbites elliptiques autour d'un foyer commun, sont comme les racines quarrées des cubes de leurs distances moyennes ou de leurs demi-grands axes. Ici la distance moyenne de la Terre au foyer commun $= 1$. Sa révolution périodique est aussi $= 1$ (an.). On a donc $1 : \odot :: 1^{\frac{3}{2}} : A^{\frac{3}{2}}$ ou $1 : 1 :: \odot : A^{\frac{3}{2}}$; donc $\odot = A^{\frac{3}{2}}$; donc $A = \odot^{\frac{2}{3}}$.

Du demi-grand axe..............	18,07597.
Otez la distance périhélie..........	0,58380.
Il reste l'excentricité e............	17,49217.
Ajoutez à e le demi-grand axe A....	18,07597.
Vous aurez la distance aphélie α......	35,56814.

Pour avoir l'excentricité rapportée au demi-grand axe de l'orbite ou ε, dites, $A : 1 :: e, \varepsilon$.

Logarithme de e................	1,2428437.
Logarithme de A..............	1,2571015.
Logarithme de ε................	0,9857422.

Il faut réduire cette excentricité ε en secondes de degrés, en disant, si le rayon contient $57^d\ 17'\ 44'',8$ ou $206264'',8$, combien ε en contiendra-t-il ?

Logarithme du rayon............	5,3144251.
Logarithme de ε...............	0,9857422.
Logarithme de ε, réduit en secondes..	5,3001673.

Enfin pour avoir le demi-petit axe a, on a par la propriété de l'ellipse $a = \sqrt{(\pi\, \alpha)}$.

Logarithme de π...............	9,7662640.
Logarithme de α...............	1,5510610.
Somme......................	1,3173250.
Demi-somme ou logar. de a......	0,6586625.

Les autres élémens que nous empruntons de l'Abbé de la Caille, sont

N, lieu du nœud ascendant.....	53^d	$49'$	$0''$.
I, Inclinaison de l'orbite.......	17.	38.	0.
P, lieu du périhélie...........	303.	15.	30.
Passage au périhélie, Mars.......	12,5625 jours.		

Le mouvement étoit rétrograde.

PROBLÈME VI.

Déterminer l'anomalie vraie d'une Comète mue dans une orbite elliptique.

Ce problème, connu communément sous le nom de *Problème de Képler*, a réellement été proposé d'abord par ce savant Astronome. En combinant avec la plus profonde sagacité un nombre presque infini d'observations célestes, il étoit parvenu à dévoiler les loix que l'Auteur de la Nature a prescrites aux Planètes, dans leurs mouvemens autour de leur foyer commun. Pour porter la théorie des mouvemens célestes à son plus haut point de perfection, il restoit à

déterminer quelle devoit être l'anomalie vraie d'une Planète, après un intervalle de temps connu & écoulé depuis ſon paſſage par une extrémité du grand axe de ſon orbite. Képler n'a pu réſoudre ce problème, & les Géomètres qui ſont venus depuis en ont tenté infructueuſement la ſolution directe; on eſt donc obligé de recourir à des méthodes indirectes, & voici celle qui m'a paru la plus expéditive.

Je ſuppoſe que l'on ſait 1.° ce que c'eſt que l'*anomalie moyenne* Ω, l'anomalie de l'excentrique ou l'anomalie excentrique ω & l'anomalie vraie v des Planètes; ces connoiſſances regardent l'Aſtronomie en général, elles ne forment pas ici mon objet; voyez la Caille [a], la Lande, &c.

[a] *Leçons d'Aſtronomie, n.° 189.*

Je ſuppoſe 2.° ce qui eſt démontré dans les mêmes Ouvrages, que

(1) $\sqrt{\alpha} : \sqrt{\pi} :: \text{tang.} \frac{1}{2}\omega : \text{tang.} \frac{1}{2} v.$

(2) Sin. total : ſin. ω :: ε en ſecondes : $\omega - \Omega$.

On demande quelle devoit être l'anomalie vraie de la Comète de 1759, le 27 Janvier, à $6^h\ 35'\ 50''$; ces fractions de jours, réduites en décimales, donneront 0,28852.

Du temps du paſſage au périhélie, Mars	12^j,56250.
Otez l'inſtant donné. . . . . Janvier	27,28852.
Il reſte l'intervalle de temps, t.	44,27398.

Si l'inſtant donné ſuivoit celui du paſſage au périhélie, il faudroit de cet inſtant donné ôter celui du paſſage.

On aura l'anomalie moyenne Ω par cette analogie,

$$\Theta : t :: 360^d = 1296000'' : \Omega.$$

Logar. de 1296000''.	6,1126050.
Logar. de t = 44,27398.	1,6461486.
Somme.	7,7587536.
Logarithme de Θ = 28070 jours. . .	4,4482424.
Logarithme de Ω, anomalie moyenne. .	3,3105112.

L'anomalie moyenne eſt donc de 2044″,143 ou de 34′ 4″,143. Cette opération ne peut pas être trop préciſe, il eſt néceſſaire de joindre à la valeur de Ω en ſecondes au moins deux décimales.

Il faudroit maintenant, de l'anomalie moyenne connue, pouvoir conclure l'anomalie vraie ; mais, comme nous l'avons dit plus haut, nous n'avons pas encore pour cela de méthodes directes. Les ellipſes que décrivent les Comètes ſont ordinairement très-alongées, & par conſéquent fort approchantes de la parabole ; donc l'anomalie vraie dans la parabole ſera une anomalie vraie approchée pour l'ellipſe ; cherchons donc d'abord quelle ſeroit l'anomalie vraie dans la parabole.

Logarithme de l'intervalle *t*........	1,6461486.
Otez-en $\frac{3}{2}$ du logarithme de π......	9,6493960.
Il reſte......................	1,9967526.

C'eſt le logarithme de 99,255 jours, & à ce nombre de jours, dans la Table générale, répond une anomalie vraie de 86ᵈ 8′ 50″, telle ſeroit en effet l'anomalie, ſi l'orbite étoit parabolique. Pour avoir cette anomalie dans l'ellipſe, on peut ſe ſervir de notre Table III, en voici l'uſage.

Du logarithme de π.................	9,7663.
Otez le logarithme de *A*............	1,5581.
Il reſte.........................	8,2082.

Avec l'anomalie vraie, trouvée pour la parabole, cherchez dans la ſeconde colonne de la Table, le logarithme de correction qu'il faut employer pour réduire l'anomalie de la parabole à l'ellipſe, vous trouverez + 2,6467.

A ce logarithme................	+ 2,6467.
Ajoutez le reſte obtenu ci-deſſus.....	8,2082.
La ſomme eſt.................	+ 0,8549.

C'eſt le logarithme de 7',16 ou de 7' 10", qu'il faut ajouter à l'anomalie vraie dans la parabole, parce qu'en tête de la colonne on lit le mot *additive;* & l'anomalie vraie dans l'ellipſe ſera à peu-près 86ᵈ 16' 0". On voit que dans toute cette opération, il ne faut prendre que les quatre premières décimales des logarithmes, puiſque la Table ne s'étend pas au-delà. Le réſultat de l'opération donne des minutes, auxquelles il faut ajouter deux décimales, qu'on réduira en ſecondes en les multipliant par 6, & ſupprimant le dernier chiffre. Cette Table eſt de Simpſon *(a)*. *Miſcellan. Tract. p. 62.*

Nous avons dit que cette Table donnoit *à peu-près* la réduction de l'anomalie vraie dans la parabole à l'anomalie vraie dans l'ellipſe. En effet, les ellipſes n'étant pas toutes des courbes ſemblables, comme le ſont les cercles & les paraboles, il n'étoit guère poſſible d'exprimer par une ſeule & même formule le rapport de leurs anomalies vraies avec les autres élémens de leur orbite. Dans la formule que Simpſon a imaginée, il a été forcé de négliger quelques termes dont l'influence dans les réſultats pouvoit devenir ſenſible. Si l'on veut donc connoître avec toute la préciſion poſſible l'anomalie vraie dans l'ellipſe, on peut employer la méthode ſuivante.

(a) La Table que donne l'Abbé de la Caille *(Leçons d'Aſtronomie, avant le n.° 857)*, n'eſt autre que celle de Simpſon, aux logarithmes de laquelle il a conſtamment ajouté le logarithme de 60 ou 1,7782 : l'opération faite ſur cette Table, donne directement des ſecondes. Dans notre exemple, on auroit trouvé pour logarithme de correction, dans la Table de l'Abbé de la Caille, 4,4248, & ce logarithme ajouté au reſte 8,2082, donne 2,6330 logarithme de 430" = 7' 10". Nous avons cru pouvoir conſerver la Table de Simpſon, parce qu'il ne nous a pas paru plus difficile de convertir la fraction décimale 0,16 en ſecondes, en la multipliant par 60, que de convertir les 430" en 7' 10", en les diviſant par 60. Ceux qui ſe ſerviront de la Table de l'Abbé de la Caille, doivent corriger d'abord une erreur qui s'y eſt gliſſée. Au haut des colonnes pour la correction de l'anomalie, on a mis par tout *Additive,* où il falloit *Souſtractive,* & *Souſtractive* où il falloit *Additive.* Nous expliquerons au Problème XV la conſtruction de la Table de Simpſon.

Supposez deux anomalies vraies données, entre lesquelles l'anomalie vraie qu'on vient de trouver tienne à peu-près le milieu, & qui ne diffèrent entr'elles que de 3, 4, 5 ou tout au plus 6 minutes. Avec le secours des deux analogies (1) & (2), établies ci-dessus, cherchez l'anomalie excentrique & l'anomalie moyenne qui conviennent à chacune des deux anomalies vraies supposées. Si l'une des deux anomalies moyennes ainsi conclue, est précisément la même que celle que nous avons trouvée plus haut, l'anomalie vraie & l'anomalie excentrique correspondantes, auront toute la précision qu'on peut desirer; sinon, une simple règle de proportion fera connoître l'une & l'autre. L'exemple éclaircira tout ceci.

Nous avons trouvé plus haut que l'anomalie moyenne de la Comète de 1759 étoit, le 27 Janvier à $6^h\ 35'\ 50''$, de $34'\ 4'',143$. Nous venons de trouver que l'anomalie vraie étoit alors de $86^d\ 16'\ 0''$. Faisons les deux suppositions suivantes.

	I.re Hypothèse.	II.e Hypothèse.
Anomalie vraie v	$86^d\ 15'\ 0''$	$86^d\ 18'\ 0''$
$\frac{1}{2}v$	43. 7. 30	43. 9. 0.
Tangente $\frac{1}{2}v$	9,9715552	9,9719350.
Logar. $\sqrt{\pi}$ ou $\frac{1}{2}$ logar. π	9,8831320	9,8831320.
Somme	9,8546872	9,8550670.
Otez-en le logar. $\sqrt{\alpha}$ ou $\frac{1}{2}$ logar. α	0,7755305	0,7755305.
Reste ou tangente de $\frac{1}{2}\omega$	9,0791567	9,0795365.
$\frac{1}{2}\omega$	$6^d\ 50'\ 32'',607$	$6^d\ 50'\ 53'',952$.
Donc ω ou anomalie excentrique	13. 41. 5,214	13. 41. 47,904.
Sinus ω	9,3739782	9,3743472.
Logar. de ε en secondes	5,3001673	5,3001673.
Logarithme de $\omega - \Omega$	4,6741455	4,6745145.
Donc $\omega - \Omega =$	$47222'',120$	$47262'',261$.
Ou réduisant en minutes	$787'\ 2'',120$	$787'\ 42'',261$.

	I.re HYPOTHÈSE.	II.e HYPOTHÈSE.
Ou enfin réduisant en degrés........	13d 7′ 2″,120	13d 7′ 42″,261.
Donc de ω....................	13. 41. 5,214	13. 41. 47,904.
Otez ω — Ω..................	13. 7. 2,120	13. 7. 42,261.
Il reste Ω ou l'anomalie moyenne....	34. 3,094	34. 5,643.

L'anomalie moyenne véritable devoit être 34′ 4″,143, de 1″,049 plus forte que celle qu'on a conclue de la première hypothèse. D'autre part, les anomalies vraies supposées différoient de 3′ ou de 180″, & les anomalies moyennes conclues des deux hypothèses diffèrent de 2″,549. Je dis,

2″,549 : 180″ :: 1″,049 : 74″.

C'est donc 74″ ou 1′ 14″ qu'il falloit ajouter à l'anomalie vraie de la première hypothèse, pour qu'elle correspondît précisément à 34′ 4″,143 d'anomalie moyenne. Ainsi l'anomalie vraie sera bien précisément de 86d 16′ 14″. On fera une pareille proportion pour trouver l'anomalie excentrique; la différence entre les anomalies excentriques des deux hypothèses est de 42″,7; on dira,

2″,549 : 42″,7 :: 1″,049 : 17″,6.

Ajoutant 17″,6 à 13d 41′ 5″,2, anomalie excentrique de la première hypothèse, on aura 13d 41′ 22″,8 pour véritable anomalie excentrique.

L'anomalie vraie déterminée, il faut trouver le lieu héliocentrique de la Comète; le procédé pour l'ellipse est absolument le même que pour la parabole. L'anomalie vraie est positive, parce que le mouvement de la Comète est rétrograde, & qu'elle n'a pas encore passé par son périhélie. Ainsi,

Au lieu du périhélie *P*.........		303d 15′ 30″,
J'ajoute l'anomalie vraie *v*.....	+	86. 16. 14.
Somme ou lieu dans l'orbite *K*...		29. 31. 44.
J'en ôte le lieu du nœud ascendant *N*.		53. 49. 0.
Reste ou argument de la latitude *u*..		335. 42. 44.

La Comète eſt rétrograde; donc ſon inclinaiſon doit être cenſée négative. Nous avons dit qu'elle étoit de $17^d\ 38'$.

Sinus de u..................	— 9,6141798.
Sinus de I..................	— 9,4813342.
Sinus de λ..................	+ 9,0955140.

La latitude héliocentrique λ eſt donc de $7^d\ 9'\ 27''$ au nord.

Tangente de u................	9,6544274.
Coſinus de I................	9,9790996.
Tangente de u................	9,6335270.
C'eſt la tangente de............	$336^d\ 43'\ 46''$.
Il faut lui ajouter N..........	53. 49. 0.
Somme ou $\varkappa$................	30. 32. 46.

C'eſt le lieu héliocentrique de la Comète, réduit à l'écliptique.

PROBLÈME VII.

Déterminer le rayon vecteur r *dans l'ellipſe.*

On peut ſe ſervir de la Table III pour corriger le logarithme du rayon vecteur déjà déterminé dans la parabole; l'uſage en eſt abſolument le même que pour la correction de l'anomalie vraie. Au logarithme de $\frac{\pi}{A}$ on ajoute le logarithme qu'on trouve dans la Table, & l'on obtient le logarithme d'un nombre qu'il faut toujours ſouſtraire du logarithme du rayon vecteur trouvé pour la parabole. Mais il me paroît beaucoup plus court de chercher ce rayon vecteur par quelques-unes des formules que nous fourniſſent les propriétés de l'ellipſe. La plus ſimple, à mon avis, eſt la ſuivante.

$$r = \frac{a \text{ ſinus } \omega}{\text{ſinus } v}.$$

Logarithme

Logarithme du petit axe a.	0,6586625.
Sinus de ω; anomalie excentrique. . . .	9,3741246.
Somme.	0,0327871.
Sinus de v, anomalie vraie.	9,9990794.
Logarithme de r rayon vecteur.	0,0337077.

Tout le reste de l'opération est le même pour l'ellipse & pour la parabole.

Lieu héliocentrique de la Comète $\varkappa$. .	30^d 32′ 46″
Lieu de la Terre T.	127. 40. 28.
Différence, commutation.	97. 7. 42.
Demi-commutation.	48. 33. 51.
Son complément.	41. 26. 9.
Logarithme de r.	0,0337077.
Cosinus de λ.	9,9966025.
Somme, logarithme de ρ.	0,0303102.
Logarithme de R.	9,9937180.
Otez le plus petit du plus grand. . . .	0,0365922.
C'est le logarithme tangente de. . . .	47^d 24′ 39″ $\frac{1}{3}$.
Otez-en.	45. 0. 0.
Il reste.	2. 24. 39. $\frac{1}{3}$.
Tangente de ce reste.	8,6243177.
Tangente du complément 41^d 26′ 9″.	9,8383263.
Somme.	8,4626440.

C'est la tangente de 2^d 7′ 43″, qu'il faut ajouter au complément de la demi-commutation, parce que ρ étant plus grand que R, l'angle qui lui est opposé doit être plus grand que celui qui est opposé à R.

Au complément de la demi-commut.	41^d 26′ 9″
J'ajoute.	2. 7. 43.
Somme ou élongation.	43. 33. 52.
Ajoutez S, lieu du Soleil.	307. 40. 28.
Lieu géocentrique C de la Comète. .	351. 14. 20.

On a ajouté l'élongation au lieu du Soleil, parce que $\varkappa - T$ eſt ici plus grand que 180^d. Le lieu de la Comète obſervé fut ce même jour de $351^d\ 8'\ 7''$, de $6'\ 13''$ moins avancé que celui que nous venons de trouver par le calcul.

Quant à la latitude,	
Sinus d'élongation	9,8383263.
Tangente de λ.	9,0989115.
Somme	18,9372378.
Sinus de commutation	9,9966302.
Il reſte la tangente de L	8,9406076.

La latitude géocentrique L étoit donc ſuivant le calcul, de $4^d\ 59'\ 5''$, elle fut obſervée de $5^d\ 0'\ 7''$, la différence n'eſt que de $1'\ 2''$.

On peut appliquer ici ce que nous avons dit de l'aberration & de la parallaxe, au Problème V.

SECTION TROISIÈME.

Détermination de l'orbite des Comètes d'après les Obſervations qu'on a faites de ſon mouvement géocentrique.

DANS le dernier ſiècle, les Auzout, les Pardies, les Caſſini, d'après les premières obſervations d'une Comète, entreprenoient de déterminer la route qu'elle devoit ſuivre durant tout le cours de ſon apparition; ils en dreſſoient des Éphémérides, ils en concluoient le lieu de ſon périgée & de ſon nœud, l'inclinaiſon de ſon orbite tant ſur le plan de l'Équateur que ſur celui de l'Écliptique, &c. Nous avons encore quelques-unes de ces Éphémérides; paſſablement exactes pour les jours qui ſuivoient immédiatement les

premières obſervations, elles ne tardoient pas pour l'ordinaire à fruſtrer l'eſpérance qu'on avoit conçue de leur exactitude; preſque toutes étoient ſur-tout abſolument en défaut, lorſque la Comète en s'éloignant de la Terre commençoit à diſparoître : la Comète fait alors aſſez ordinairement une eſpèce de retour ſur ſa direction primitive, retour qu'il n'étoit pas facile de concilier avec les anciens préjugés, qu'on n'avoit pas encore entièrement ſecoués. On regardoit le mouvement optique & apparent des Comètes, comme leur mouvement propre & véritable ; on ne penſoit pas à dégager ce mouvement apparent des illuſions optiques occaſionnées par la combinaiſon du mouvement propre des Comètes avec le mouvement de la Terre; leur mouvement en un mot étoit preſque par-tout rapporté à la Terre & non au Soleil. Maintenant qu'on ne doute plus que le vrai foyer de l'orbite des Comètes ne ſoit au centre du Soleil, à quoi nous ſerviroit-il de donner des règles incertaines & ſouvent fautives pour *déterminer, d'après deux ou trois obſervations, la route apparente qu'une Comète doit tenir entre les Étoiles fixes, le lieu apparent de ſon nœud & de ſon périgée, l'inclinaiſon de ſon orbite, le temps où elle ſera périgée, &c!* Si quelqu'un penſe cependant que ces problèmes puiſſent être de quelque utilité pour dreſſer des éphémérides cométaires, il en trouvera la ſolution dans l'*Aſtronomie Phyſique* de Grégori *(liv. V, ſect. II, prop. 7 & ſuiv.)* Nous croyons que le ſeul moyen de repréſenter avec quelque exactitude la route apparente d'une Comète, eſt de commencer par déterminer les élémens de ſa véritable orbite ; on calculera enſuite par la méthode propoſée dans la Section précédente, toutes les apparences qu'elle doit avoir, à tel jour & à telle heure que l'on voudra choiſir.

Entre tous les problèmes qui ont été propoſés ſur la détermination du mouvement apparent des Comètes, il en eſt cependant un qui peut avoir une utilité bien réelle, celle de conclure pour une époque donnée la longitude & la latitude d'une Comète, d'après des obſervations faites

antérieurement & postérieurement à cette époque. Nous extrayons ce problème des *Principes* de Newton, *(liv. III, lemmes 5 & 6).*

PROBLÈME VIII.

Plusieurs Observations de la longitude ou de la latitude d'une Comète étant données, trouver la longitude ou la latitude qu'elle a dû avoir à un instant intermédiaire entre les Observations données?

Soient T', T'' T''', &c. les temps auxquels ont été faites les observations données; prenez $\theta' = T'' - T'$, $\theta'' = T''' - T''$, $\theta''' = T^{IV} - T'''$, &c. $\vartheta' = T''' - T'$, $\vartheta'' = T^{IV} - T''$, $\vartheta''' = T^{V} - T'''$, &c. $\tau' = T^{IV} - T'$, $\tau'' = T^{V} - T''$, &c. $\Upsilon' = T^{V} - T'$, &c. $\Theta' = T^{VI} - T'$. On voit que l'on prend ici les temps des observations données d'abord successivement, ensuite de deux en deux, puis de trois en trois, de quatre en quatre, &c. Soit de plus $t =$ le temps intermédiaire pour lequel on cherche la longitude ou la latitude de la Comète, retranchez ce temps intermédiaire de tous les T ou de tous les temps des observations, pour avoir les restes $T' - t$, $T'' - t$, $T''' - t$.

Newton distingue deux cas dans ce Problème; ou les θ sont tous égaux, ou ils ne le sont pas.

I.er Cas. Si les θ sont égaux, désignant par L les longitudes ou les latitudes données, faites $b' = L' - L''$, $b'' = L'' - L'''$, $b''' = L''' - L^{IV}$, &c. $c' = b' - b''$, $c'' = b'' - b'''$, &c. $d' = c' - c''$, $d'' - c'' - c'''$, & ainsi de suite jusqu'à la dernière différence. Soit enfin $p = T' - t$, $q = \frac{1}{2} p \, (T'' - t)$, $r = \frac{1}{3} q \, (T''' - t)$, $s = \frac{1}{4} r \, (T^{IV} - t)$, $u = \frac{1}{5} s \, (T^{V} - t)$, & ainsi de suite jusqu'au dernier $(T - t)$ exclusivement. Si l'on a été attentif à bien placer les signes dans toute cette opération,

la longitude ou la latitude cherchée sera $= L' + b'p + c' q + d' r + e' s + \theta' u$, &c. Ce cas de l'égalité des θ doit être extrêmement rare; il a l'avantage de sauver l'emploi des ϑ, τ, $\daleth$, Θ, &c. Si ce cas venoit à échoir, je doute qu'on pût avoir besoin de connoître la longitude ou la latitude de la Comète à des temps intermédiaires; il y auroit même alors des méthodes plus expéditives pour résoudre le problème. C'est par ces considérations que nous nous dispensons de donner un exemple de ce premier cas.

II.e Cas. Les θ sont inégaux. Prenez, comme dans le premier cas, $b' = L' - L''$, $b'' = L'' - L'''$, &c. & faites $\beta' = \frac{b'}{\theta'}$, $\beta'' = \frac{b''}{\theta''}$, $\beta''' = \frac{b'''}{\theta'''}$, &c. Soit ensuite $c' = \beta' - \beta''$, $c'' = \beta'' - \beta'''$, &c. & $\gamma' = \frac{c'}{\vartheta'}$, $\gamma'' = \frac{c''}{\vartheta''}$, &c. puis $d' = \gamma' - \gamma''$, $d'' = \gamma'' - \gamma'''$, &c. & $\delta' = \frac{d'}{\tau'}$, $\delta'' = \frac{d''}{\tau''}$, &c. & pareillement $e' = \delta' - \delta''$, $e'' = \delta'' - \delta'''$; $\varepsilon' - \frac{e'}{\daleth'}$, $\varepsilon'' = \frac{e''}{\daleth''}$, &c. Maintenant soit $p = T' - t$, $q = p\,(T'' - t)$, $r = q\,(T''' - t)$, $s = r\,(T^{\text{IV}} - t)$ jusqu'au dernier $(T - t)$ exclusivement. La longitude ou la latitude demandée sera $=$ L' $+ \beta' p + \gamma' q + \delta' r + \varepsilon' s + \zeta' u$, &c. L'exemple que nous allons proposer est choisi dans le cas le plus défavorable, celui d'un mouvement très-prompt de la Comète en longitude; c'est ce qui nous oblige à employer six observations, les b excédant 10 & même 12 degrés. Si les b les plus forts n'eussent été que de 6 ou 7 degrés, nous n'aurions employé que cinq observations; que quatre seulement, si les premières différences des L ou les b eussent été peu considérables. En 1769, on a fait les observations suivantes de la longitude de la Comète qui paroissoit alors.

	Temps moyen, Méridien de Paris.				Longitude observée.				
	J.	H.	M.	S.		S.	D.	M.	S.	
Août.	28.	13.	50.	55.	$= T^{I}$	1.	28.	51.	27.	$= L^{I}$
	31.	12.	16.	25.	$= T^{II}$	2.	6.	20.	38.	$= L^{II}$
Septemb.	2.	12.	50.	23.	$= T^{III}$	2.	12.	57.	17.	$= L^{III}$
	5.	12.	57.	53.	$= T^{IV}$	2.	25.	13.	20.	$= L^{IV}$
	7.	13.	41.	13.	$= T^{V}$	3.	5.	27.	32.	$= L^{V}$
	9.	14.	16.	10.	$= T^{VI}$	3.	16.	50.	46.	$= L^{VI}$

Après avoir réduit les fractions de jours en fractions décimales, on prendra les différences des temps, d'abord successivement, ensuite de deux en deux, puis de trois en trois, & ainsi de suite jusqu'à la différence des deux temps extrêmes.

Août 28. $57703 = T^{I}$
31. $51140 = T^{II}$
Sept. 2. $53499 = T^{III}$
5. $54020 = T^{IV}$
7. $57029 = T^{V}$
9. $59456 = T^{VI}$

$2{,}93437 = T^{II} - T^{I} = \theta^{I}$
$2{,}02359 = T^{III} - T^{II} = \theta^{II}$
$3{,}00521 = T^{IV} - T^{III} = \theta^{III}$
$2{,}03009 = T^{V} - T^{IV} = \theta^{IV}$
$2{,}02427 = T^{VI} - T^{V} - \theta^{V}$

$4{,}95796 = T^{III} - T^{I} = \vartheta^{I}$.
$5{,}02880 = T^{IV} - T^{II} = \vartheta^{II}$.
$5{,}03530 = T^{V} - T^{III} = \vartheta^{III}$.
$4{,}05436 = T^{VI} - T^{IV} = \vartheta^{IV}$.

$7{,}96317 = T^{IV} - T^{I} = \tau^{I}$
$7{,}05889 = T^{V} - T^{II} = \tau^{II}$
$7{,}05957 = T^{VI} - T^{III} = \tau^{III}$

$9{,}99326 = T^{V} - T^{I} = \Upsilon^{I}$
$9{,}08316 = T^{VI} - T^{II} = \Upsilon^{II}$

$12{,}01753 = T^{VI} - T^{I} - \Theta$.

Supposons maintenant qu'on veuille connoître la longitude que devoit avoir la Comète le 4 Septembre à $13^{h}\ 57'\ 8''$, ou en Septembre $4^{j},58134$, réduction faite des fractions en fractions décimales. On a donc $t =$ Septembre $4,58134$; retranchez t de tous les temps des observations données, les différences seront

$$T^{I} - t = -7{,}00431.$$
$$T^{II} - t = -4{,}06994.$$
$$T^{III} - t = -2{,}04635.$$
$$T^{IV} - t = +0{,}95886.$$
$$T^{V} - t = +2{,}98895.$$

$T^{VI} - t$ n'est pas employé.

Cette opération faite, prenez ſucceſſivement les différences des longitudes données, retranchant toujours la ſuivante de la précédente, & réduiſez ces différences en ſecondes, & diviſez-les par les différences des temps θ, priſes ſucceſſivement de l'un à l'autre, pour avoir les β.

Longitudes obſervées.

S.	D.	M.	S.			D.	M.	S.		*Différences.*	
1.	28.	51.	27	$= L^{\text{I}}$							
					$-$	7.	29.	11	$= -$	$26951''$	$= L^{\text{I}} - L^{\text{II}} = b^{\text{I}}$.
2.	6.	20.	38	$= L^{\text{II}}$							
					$-$	6.	36.	39	$= -$	23799	$= L^{\text{II}} - L^{\text{III}} = b^{\text{II}}$.
2.	12.	57.	17	$= L^{\text{III}}$							
					$-$	12.	16.	3	$= -$	44163	$= L^{\text{III}} - L^{\text{IV}} = b^{\text{III}}$.
2.	25.	13.	20	$= L^{\text{IV}}$							
					$-$	10.	14.	12	$= -$	36852	$= L^{\text{IV}} - L^{\text{V}} = b^{\text{IV}}$.
3.	5.	27.	32	$= L^{\text{V}}$							
					$-$	11.	23.	14	$= -$	40994	$= L^{\text{V}} - L^{\text{VI}} = b^{\text{V}}$.
3.	16.	50.	46	$= L^{\text{VI}}$							

$$\frac{b^{\text{I}}}{\theta^{\text{I}}} = \frac{-26951}{2{,}93437} = -\ 9184{,}596 = \beta^{\text{I}}.$$

$$\frac{b^{\text{II}}}{\theta^{\text{II}}} = \frac{-23799}{2{,}02359} = -\ 11760{,}783 = \beta^{\text{II}}.$$

$$\frac{b^{\text{III}}}{\theta^{\text{III}}} = \frac{-44163}{3{,}00521} = -\ 14695{,}482 = \beta^{\text{III}}.$$

$$\frac{b^{\text{IV}}}{\theta^{\text{IV}}} = \frac{-36852}{2{,}03009} = -\ 18152{,}891 = \beta^{\text{IV}}.$$

$$\frac{b^{\text{V}}}{\theta^{\text{V}}} = \frac{-40994}{2{,}02427} = -\ 20251{,}248 = \beta^{\text{V}}.$$

Les différences c des β, priſes ſucceſſivement & diviſées par les différences ϑ des temps priſes de deux en deux, donneront les γ.

	Différences.		
$\beta^{\text{I}} = -\ 9184{,}596$			
	$+\ 2576{,}187 = c^{\text{I}}$	$\dfrac{c^{\text{I}}}{\vartheta^{\text{I}}} = \dfrac{2576{,}187}{4{,}95796}$	$= +\ 519{,}60631 = \gamma^{\text{I}}$.
$\beta^{\text{II}} = -\ 11760{,}783$			
	$+\ 2934{,}699 = c^{\text{II}}$	$\dfrac{c^{\text{II}}}{\vartheta^{\text{II}}} = \dfrac{2934{,}699}{5{,}02880}$	$= +\ 583{,}57838 = \gamma^{\text{II}}$.
$\beta^{\text{III}} = -\ 14695{,}482$			
	$+\ 3457{,}409 = c^{\text{III}}$	$\dfrac{c^{\text{III}}}{\vartheta^{\text{III}}} = \dfrac{3457{,}409}{5{,}03530}$	$= +\ 686{,}63412 = \gamma^{\text{III}}$.
$\beta^{\text{IV}} = -\ 18152{,}891$			
	$+\ 2098{,}357 = c^{\text{IV}}$	$\dfrac{c^{\text{IV}}}{\vartheta^{\text{IV}}} = \dfrac{2098{,}357}{4{,}05436}$	$= +\ 51{,}75558 = \gamma^{\text{IV}}$.
$\beta^{\text{V}} = -\ 20251{,}248$			

Les différences des γ, priſes pareillement en retranchant toujours le nombre ſuivant du précédent, & diviſées par les différences des temps τ, priſes de trois en trois, donneront les δ.

Différences.

$$\begin{array}{ll} \gamma^{I} + 519,60631 & \\ & - 63,97207 = d^{I}. \ \frac{d^{I}}{\tau^{I}} = \frac{-63,97207}{7,96317} = - 8,03349 = \delta^{I}. \\ \gamma^{II} + 583,57838 & \\ & - 103,05574 = d^{II}. \ \frac{d^{II}}{\tau^{II}} = \frac{-103,05574}{7,05889} = - 14,59922 = \delta^{II}. \\ \gamma^{III} + 686,63412 & \\ & + 634,87854 = d^{IV}. \ \frac{d^{III}}{\tau^{III}} = \frac{+634,87854}{7,05957} = + 89,93161 = \delta^{III}. \\ \gamma^{IV} + 51,75558 & \end{array}$$

Les différences ε ſe trouveront en diviſant les e où les différences des δ, par les η ou les différences de temps priſes de quatre en quatre.

Différences.

$$\begin{array}{ll} \delta^{I} - 8,03349 & \\ & + 6,56573 = e^{I}. \ \frac{e^{I}}{\eta^{I}} = \frac{+ 6,56573}{9,99326} = + 0,6570 = \varepsilon^{I}. \\ \delta^{II} - 14,59922 & \\ & - 104,53083 = e^{II}. \ \frac{e^{II}}{\eta^{II}} = \frac{-104,53083}{9,08316} = - 11,5082 = \varepsilon^{II}. \\ \delta^{III} + 89,93161 & \end{array}$$

Enfin ζ ſera égal à la différence f des deux ε diviſée par Θ, différence des deux temps extrêmes.

Différence.

$$\begin{array}{ll} \varepsilon^{I} + 0,6570 & \\ & + 12,1652 = f. \ \frac{f}{\Theta} = \frac{12,1652}{12,0175} = 1,0123 = \zeta. \\ \varepsilon^{II} - 11,5082 & \end{array}$$

Que l'on faſſe maintenant $p = T^{I} - t$, $q = p\,(T^{II} - t)$, $r = q\,(T^{III} - t)$, $s = r\,(T^{IV} - t)$, $u = s\,(T^{V} - t)$; cette opération ſe fait par ſimples logarithmes, ſans qu'il ſoit néceſſaire de chercher les nombres auxquels appartiennent ces logarithmes.

$$\begin{array}{rl} \text{Logarithme de } p & - 0,8453653 = T - t. \\ \text{de } (T^{II} - t) & - \underline{0,6095880.} \\ \text{de } q & + 1,4549533. \\ \text{de } (T^{III} - t) & - \underline{0,3109799.} \end{array}$$

Logarithme

Logarithme de r	—	1,7659332.
de $(T^{IV} - t)$	+	9,9817552.
de s	—	1,7476884.
de $(T^{V} - t)$	+	0,4755186.
de u	—	2,2232070.

La longitude cherchée devant être égale à la première longitude obſervée, ou à $L' + \beta' p + \gamma' q + \delta' r + \epsilon' s + \zeta u$, on aura

$\beta' p$ = ...	+	64331″,7.
γq = ...	+	14812,5.
δr = ...	+	468,6.
ϵs = ...	—	36,7.
ζu = ...	—	169,2.
Somme des termes poſitifs..........	+	79612,8.
Somme des termes négatifs.........	—	205,9.

Somme générale.............	+	79407″.
Ou réduiſant en degrés........	+	22^d 3′ 27″.
Première longitude obſervée, L..		58. 51. 27.
Longitude demandée.........		80. 54. 54.
Ou.....................		2^f 20. 54. 54.

La longitude de la Comète avoit été réellement obſervée ce même jour 4 Septembre à 13^h 57′ 8″ en 2^f 20^d 55′ 37″; la différence entre le réſultat du calcul & l'obſervation n'eſt que de 43″, les obſervations d'une Comète ne ſont guère ſuſceptibles d'une plus grande préciſion.

Le calcul de la latitude ſe feroit abſolument de même, ſauf que le mouvement de la Comète en latitude ayant été très-lent, il ne faudroit employer que quatre obſervations. De plus, ſi la latitude venoit à changer dans l'intervalle des obſervations, que de boréale elle devînt auſtrale, ou d'auſtrale boréale, il faudroit affecter les latitudes auſtrales du ſigne négatif —.

D'obſervations faites ſur terre, conclure la véritable orbite qu'une Comète a décrite autour du Soleil, c'eſt un problème qui a exercé la patience de preſque tous les plus grands Géomètres de ce ſiécle. Newton qui le premier, je penſe, en a entrepris la ſolution, en a pareillement reconnu le premier l'extrême difficulté, *problema hocce longè difficillimum*, dit-il. Le problème eſt cependant très-déterminé; trois longitudes géocentriques données avec deux des latitudes correſpondantes, ou trois latitudes données avec deux des longitudes correſpondantes, ſuffiſent à la rigueur pour déterminer l'orbite de la Comète; mais les tentatives que nos plus habiles Analyſtes ont faites pour parvenir à cette détermination, les ont conduits à des équations d'un ordre ſi élevé, qu'ils ont enfin déſeſpéré de parvenir à une ſolution directe du problème. C'eſt ce qui a fait dire à M. de la Grange, que dans l'état d'imperfection où eſt encore la théorie des équations, le ſeul objet qu'on puiſſe ſe propoſer eſt de réſoudre le problème par approximation[a]. Newton ſe propoſa le premier cet objet à la fin de ſon opuſcule *De ſyſtemate mundi*[b]. La ſolution qu'il imagina enſuite, & qu'il a publiée dans le troiſième livre de ſes Principes[c], eſt graphique. Quelqu'ingénieux que ſoient les théorêmes ſur leſquels ce grand Géomètre a fondé ſa méthode, elle paroît maintenant généralement abandonnée; on a préféré ſans doute des tâtonnemens ſur le calcul à des tâtonnemens ſur le papier, & les méthodes qu'on a propoſées depuis, ont été jugées plus expéditives. Je parle de *tâtonnemens*, parce qu'en effet dans preſque toutes ces méthodes on ſuppoſe qu'une ou pluſieurs diſtances de la Comète, ſoit à la Terre, ſoit au Soleil, ſont connues, quoiqu'elles ne le ſoient réellement pas; cette ſuppoſition conduit à la détermination de quelques élémens de l'orbite de la Comète; on a des moyens de s'aſſurer ſi ces élémens ſont exacts; s'ils ne le ſont pas, ce qui doit preſque toujours arriver dans les premières tentatives, on fait de nouvelles ſuppoſitions, & d'hypothèſes en hypothèſes on parvient enfin à découvrir les véritables diſtances qu'il falloit ſuppoſer d'abord.

L. III, prop. 41.

[a] *Acad. de Berlin, 1778, p. 122.*

[b] *Opuſcul. t. II, Opuſc. XVII, p. 65.*

[c] *Prop. XLI, probl. 21.*

Ce n'eſt pas que quelques grands Géomètres n'aient tenté de réſoudre directement le problème; mais pour éviter tous ces tâtonnemens, ils ont eu recours à d'autres ſuppoſitions qui ne pouvoient qu'induire le calculateur en erreur. On a choiſi des obſervations très-voiſines les unes des autres, & l'on a ſuppoſé que dans le court intervalle de temps écoulé entre les obſervations extrêmes, le mouvement de la Comète étoit rectiligne & uniforme; telle eſt entr'autres la méthode que Bouguer a propoſée dans les *Mémoires de l'Académie, année 1733*. M. de la Grange a prouvé qu'il n'étoit pas permis de ſuppoſer l'orbite d'une Comète rectiligne, même dans un intervalle de temps infiniment petit, dès qu'on veut employer trois obſervations. J'ajouterai que plus l'intervalle *Acad. de Berlin, 1778, p. 134 & 135.* de temps ſera petit, plus les erreurs légères, preſque inévitables dans les obſervations, influeront ſur les réſultats; outre que cela ſe conçoit facilement, j'en ai eu des preuves d'expérience dans pluſieurs calculs.

Il paroît donc que le problème peut ſe réduire à deux points principaux; il faut 1.° déterminer une ou pluſieurs diſtances approchées de la Comète au Soleil ou à la Terre; 2.° conclure de ces diſtances approchées les élémens de l'orbite de la Comète, & corriger ces élémens, ſi, ce qui ſans doute arrivera preſque toujours, on découvre qu'ils ne ſont point exacts. Dans tout ce qui va ſuivre, je ne dirai rien de moi. Mes guides principaux ont été M. Euler dans ſon ouvrage *De theoriâ motûs Planetarum & Cometarum*, imprimé en 1744, Lambert dans ſon Traité *De inſignioribus orbitæ Cometarum proprietatibus*, publié en 1761; M. du Séjour dans ſon *Eſſai ſur les Comètes* & dans ſon Mémoire ſur le même ſujet, imprimé dans les *Mémoires de l'Académie, année 1779;* M. de la Place dans ſon *Mémoire ſur la détermination de l'orbite des Comètes, ibid. année 1780;* M. de la Grange, *Mémoires de l'Académie de Berlin, année 1778;* les *Diſſertations ſur la théorie des Comètes* qui ont concouru pour le Prix propoſé par l'Académie de Berlin pour l'année 1778. L'objet de ce Prix étoit, pour me ſervir des termes

de l'illustre Académie qui le proposoit, « de perfectioner les
» méthodes qu'on emploie pour calculer les orbites des Comètes
» d'après les observations, de donner sur-tout des formules
» générales & rigoureuses, qui renferment la solution du pro-
» blème où il s'agit de déterminer l'orbite parabolique d'une
» Comète par le moyen de trois observations, & d'en faire
» voir l'usage, pour résoudre ce problème de la manière la
plus simple & la plus exacte ». Le Prix a été partagé entre M. le Marquis de Condorcet & M. Tempelhoff; on a joint à leurs Dissertations deux Mémoires de M. Hennert, auxquels on avoit accordé l'*accessit*. J'ai consulté de plus divers Mémoires de M.rs Lexell, Prospérin, Lambert, épars dans les Recueils des Académies de Berlin & de Pétersbourg, la Cométographie de Halley, les leçons d'Astronomie de l'Abbé de la Caille, l'Astronomie de M. de la Lande, les Mémoires de Fontaine, &c. J'ai tâché de recueillir ce qui m'a paru de plus simple & de plus exact dans tous ces ouvrages, j'ai cru même devoir éclaircir le tout par des exemples, persuadé que telle méthode qu'on juge excellente dans la théorie, peut n'être pas bonne dans la pratique, lorsqu'elle se trouve trop dépendante ou de la précision des observations, ou de la trop grande petitesse des angles & des autres grandeurs qu'on est forcé d'employer.

PROBLÈME NEUVIÈME.

Déterminer par observation les distances approchées d'une Comète, soit au Soleil, soit à la Terre.

Il est facile de concevoir que si des deux distances de la Comète à la Terre & au Soleil, l'une est déterminée, l'autre le sera pareillement. Dans un triangle rectiligne dont les angles sont au Soleil, à la Terre & à la Comète, on connoît par observation l'angle à la Terre, il est égal à la différence entre la longitude du Soleil & la longitude observée de la Comète; de cet angle mesuré sur l'Écliptique, il est facile de conclure la distance angulaire du Soleil à la

Comète, mesuré sur le plan de l'orbite de la Comète. On connoît de plus un côté du triangle, savoir la distance du Soleil à la Terre. Si l'on parvient donc à déterminer un des deux autres côtés, on déterminera facilement l'autre par les règles de la Trigonométrie rectiligne. Il est donc absolument indifférent de chercher d'abord à déterminer la distance de la Comète au Soleil ou à la Terre.

Première solution.

Elle est de Newton[a], Gregori[b], Lambert[c], &c; ces noms sont respectables. Des différentes constructions que ces Savans ont données, celle que Gregori propose d'après Christophe Wren me paroît la plus simple.

[a] *Arithm. univers. Probl. géometr. 56.*

[b] *Libro V, prop. 12.*

[c] *Comet. prop. sect. III, probl. 30.*

Choisissez quatre observations faites à des intervalles de temps peu considérables, pour qu'on puisse supposer, sans erreur sensible, que durant l'intervalle total des observations, le mouvement de la Comète a été rectiligne & uniforme. Que la *figure 15* représente le plan de l'Écliptique, & $P\ Q\ R\ S$ une partie de l'orbite terrestre. Que lorsque la Terre étoit aux points P, Q, R, S, on ait rapporté la Comète au plan de l'Écliptique par les rayons visuels PM, QO, RN, SK, ou, ce qui revient au même, que ces rayons représentent les longitudes géocentriques observées de la Comète. Prolongez les deux premiers rayons jusqu'à ce qu'ils se rencontrent en A. Prolongez pareillement les deux derniers jusqu'à leur rencontre en B. Le troisième rayon coupera les deux premiers en E & en C; marquez sur ce même rayon, du côté où la Comète a été observée, le point G, qui soit tel que $CE : CG :: \theta' : \theta'' + \theta'''$, c'est-à-dire, comme le temps écoulé entre la première & la seconde observation est au temps écoulé entre la seconde & la quatrième. Sur le second rayon AQ, qui coupe les deux derniers aux points D & C, marquez aussi du côté de la Comète le point F, de manière que $C\,D : CF :: \theta''' : \theta' + \theta''$. Des points A & B, par les points G & F, tirez les lignes AG, BF, & prolongez-les jusqu'à leur rencontre en H. Par le point H

Fig. 15.

tirez HM parallèle au troisième rayon BN, & HK parallèle au deuxième rayon AO; ces deux parallèles détermineront sur le premier & le dernier rayon les points M & K, par lesquels vous tirerez la ligne $MONK$; les points M, O, N, K seront les lieux de la Comète projetée sur l'Écliptique au moment de chaque observation.

En effet, puisque nous supposons le mouvement de la Comète uniforme & rectiligne, ses parties seront nécessairement proportionnelles aux temps écoulés. Or les parties de l'orbite, projetées sur l'Écliptique sont proportionnelles aux parties correspondantes de l'orbite réelle; donc elles sont pareillement proportionnelles aux temps écoulés. Le problème se réduisoit donc à couper les quatre rayons visuels par une ligne dont les parties fussent proportionnelles aux temps; or la ligne MN a cette propriété. Les parallèles HM & TN donnent $KN : NM :: KT : TH$; & vu les parallèles HK, FD, on a $KT : TH :: CD : CF$; donc $KN : NM :: CD : CF$. Mais par construction, $CD : CF :: \theta''' : \theta' + \theta''$; donc $KN : NM :: \theta''' : \theta' + \theta''$. Pareillement à cause des parallèles HK, OX, on a $MO : OK :: MX : XH$, & les parallèles HM, EG donnent $MX : XH :: CE : CG$; donc $MO : OK :: CE : CG :: \theta' : \theta'' + \theta'''$ par construction. Donc la ligne MN est partagée par les rayons visuels en parties proportionnelles aux temps; donc elle peut représenter à peu-près la projection sur l'Écliptique de la partie de l'orbite décrite par la Comète dans l'intervalle de temps écoulé entre les observations. Donc si l'on construit une échelle où le rayon de l'orbite terrestre $PQRS$ soit divisé en 100 ou en 1000 parties, & que l'on porte sur cette échelle les distances PM, QO, RN, SK, on aura les rapports entre la distance de la Terre au Soleil, & les Δ ou distances accourcies de la Comète à la Terre. Connoissant les Δ, on connoîtra facilement les D ou les distances réelles par l'analogie connue; cos. $L : 1 :: \Delta : D$.

Cette méthode peut être utile, lorsque la Comète est au voisinage de sa conjonction ou de son opposition avec le

Soleil; encore faut-il dans cette circonſtance, que ſon mouvement géocentrique en longitude ſoit ſenſiblement plus prompt ou plus lent que celui de la Terre; s'ils étoient égaux, les lignes *PM, QO, RN, SK* ſeroient parallèles, & le problème ſeroit indéterminé. Si la Comète approchoit de ſes quadratures, les mêmes lignes ſe confondroient, ou du moins les angles qu'elles formeroient en *A* & en *B* ſeroient ſi aigus, qu'il ſeroit comme impoſſible de diſtinguer les points de leurs rencontres, quand même on emploîroit une feuille de grand aigle pour conſtruire la figure. Ajoutez à cela que la plus légère erreur dans les obſervations en occaſionneroit alors une très-forte dans la détermination des points *M* & *N*. Nous ne conſeillerions donc de recourir à cette conſtruction que dans le cas où nous avons dit qu'elle pouvoit être utile. Alors même il faut que la figure ſoit conſtruite au plus grand point poſſible, afin que les mouvemens de la Terre & de la Comète, dans des intervalles de temps très-courts, puiſſent y être déterminés avec une préciſion du moins aprochée. Par la conſtruction de la figure, on s'apercevra facilement que les interſections des rayons viſuels *C, D, E* tomberont tantôt au-delà de l'orbite de la Terre par rapport à la Comète, tantôt au-delà de l'orbite de la Comète par rapport à la Terre, tantôt entre les deux orbites; la plus légère attention ſuffira pour juger des modifications qu'il conviendra d'apporter en ces différens cas à la conſtruction que nous avons propoſée, & ſur-tout à ſa démonſtration.

On pourroit déterminer par le calcul les diſtances accourcies *MP*, *OQ*, &c; voyez Newton & Lambert; mais ce calcul ſeroit prolixe & quelquefois même embarraſſant, je penſe qu'on ſera bien de ſe l'épargner.

Deuxième ſolution.

Cette ſeconde méthode, qui eſt de M. de la Lande, eſt purement mécanique. On a un cercle de cuivre ou ſimplement de carton, de cinq à ſix pouces de rayon, repréſentant

l'orbite de la Terre, & divisé en ses trois cents soixante degrés, ce cercle est évidé à moitié; il faut supposer sans doute que la partie pleine du cercle peut rouler dans une coulisse, pour laisser évidée la partie que doit traverser l'orbite de la Comète. Nous pensons même qu'il conviendroit que tout l'intérieur du cercle fût évidé, sauf trois rayons solides, pareillement mobiles, & qui se réuniroient au centre, où le Soleil est censé placé. Ce cercle représentera donc le plan de l'Écliptique, son rayon divisé en dix parties tiendra lieu d'échelle. On aura de plus onze paraboles ou plus si l'on veut, pareillement de cuivre ou de carton; la première aura pour distance périhélie, c'est-à-dire pour distance de son foyer à son sommet $\frac{1}{10}$, la seconde $\frac{2}{10}$, la troisième $\frac{3}{10}$ &c. du rayon de l'orbite terrestre; il est très-rare que la distance périhélie des Comètes excède $\frac{11}{10}$ de ce rayon. On divisera le limbe de toutes ces paraboles en jours, ce que l'on peut exécuter par le moyen de la Table générale. Nous joignons ici une petite Table qui peut abréger le calcul, en voici l'usage. Cherchez dans la première colonne la distance périhélie de la parabole que vous voulez diviser; vous trouverez vis-à-vis dans la seconde colonne le coefficient par lequel il faudra multiplier le nombre de jours qu'on se propose de marquer sur le limbe; le produit, cherché dans la Table générale du mouvement des Comètes, dans la colonne des jours, donnera l'anomalie vraie pour le nombre de jours désigné. On veut diviser en jours, par exemple, la parabole 0,4, c'est-à-dire celle dont la distance périhélie est $\frac{4}{10}$ de la distance moyenne du Soleil à la Terre, & l'on veut marquer 40 jours sur le limbe de cette parabole. Vis-à-vis de la distance périhélie 0,4 on trouve pour coëfficient

Distances périhélies.	Coëfficiens des jours.
0,1	31,623
0,2	11,180
0,3	6,086
0,4	3,953
0,5	2,828
0,6	2,152
0,7	1,708
0,8	1,397
0,9	1,171
1,0	1,000
1,1	0,867

3,953;

3,953; multipliez 40 jours par 3,953; le produit 158,12 jours, cherché dans la Table générale, donnera 103^d 4′ pour anomalie vraie. Tirez par le foyer de la parabole une ligne qui faſſe avec l'axe un angle de 103^d 4′, commençant à compter du ſommet de la parabole; cette ligne déterminera ſur le limbe le point de 40 jours.

Pour déterminer à peu-près les diſtances d'une Comète à la Terre & au Soleil, & pour éviter les trop longs tâtonnemens qu'on a été quelquefois obligé de faire pour parvenir à cette détermination, voici l'uſage qu'on peut faire de ces paraboles. On choiſit trois obſervations, les plus diſtantes entr'elles qu'il eſt poſſible, de la Comète dont on veut déterminer l'orbite. On fait couler le long du cercle écliptique ou de l'orbite terreſtre, trois fils, dont on fixe une extrémité aux trois lieux qu'occupoit la Terre à l'inſtant des trois obſervations. Les fils ſe tendent enſuite au-deſſus ou au-deſſous du plan de l'Écliptique, de manière qu'ils faſſent avec ce plan des angles égaux aux latitudes correſpondantes obſervées; il n'eſt pas difficile d'imaginer des machines qui aſſujettiſſent les fils à cette poſition & les y retiennent. Si les latitudes ſont toutes les trois boréales ou auſtrales, on peut fixer les fils au-deſſus du plan de l'Écliptique; mais ſi, comme cela arrive le plus ſouvent, les latitudes ſont les unes boréales, les autres auſtrales, il faut que les fils ſoient tendus, les uns au-deſſus, les autres au-deſſous du plan de l'Écliptique; le pied de la machine doit donc être évidé & conſtruit de manière à permettre ces tenſions en ſens oppoſés. Les fils étant fermement fixés dans la poſition qu'ils doivent conſtamment retenir, on leur appliquera ſucceſſivement les paraboles ci-deſſus décrites. On fixera le foyer d'une des paraboles au Soleil, c'eſt-à-dire au centre du cercle écliptique; on en fera tourner le limbe en tous ſens, pour lui faire toucher en même temps les trois fils tendus; ſi l'on ne peut y réuſſir, on eſſaiera une autre parabole, enſuite une troiſième, juſqu'à ce qu'enfin on en trouve une qui non-ſeulement touche les trois fils, mais les touche même de manière que les intervalles

des temps marqués ſur ſon limbe à chaque point de contact ſoient égaux aux intervalles de temps écoulés entre les obſervations. La parabole qui réunira ces deux conditions repréſentera l'orbite de la Comète; ſes points de contact avec les fils ſeront les vrais lieux de la Comète aux temps des trois obſervations; la longueur des fils depuis leur inſertion ſur le cercle écliptique juſqu'au point de contact du limbe de la parabole, donnera ſur l'échelle le rapport des diſtances de la Comète à la Terre à la diſtance de la Terre au Soleil. Cette même opération peut procurer auſſi tous les élémens approchés de l'orbite de la Comète; les deux points où le limbe de la parabole coupera le plan de l'Écliptique ſeront les nœuds de l'orbite; le nombre de jours écoulés entre le paſſage au périhélie & chaque obſervation déterminera le jour de ce paſſage; il ne ſeroit pas même bien difficile de meſurer l'angle de l'axe de la parabole avec la ligne des nœuds, ce qui feroit connoître le lieu du périhélie, & l'on pourroit enfin meſurer l'inclinaiſon de l'orbite de la parabole avec le plan de l'Écliptique. Mais il vaut beaucoup mieux s'en tenir à déterminer par cette méthode les diſtances approchées de la Comète à la Terre, & de partir de la ſuppoſition de ces diſtances pour en conclure par le calcul les élemens de l'orbite.

Cette manière mécanique de déterminer les diſtances approchées de la Comète à la Terre, eſt ſans doute ingénieuſement imaginée. Je n'objecterai pas qu'il ſeroit difficile de l'employer avec ſuccès dans pluſieurs cas, comme, par exemple, lorſqu'un des nœuds de l'orbite de la Comète ſeroit voiſin de l'orbite terreſtre, lorſque cette orbite ſeroit peu inclinée à celle de la Terre, ou même peut-être lorſqu'elle la couperoit au contraire preſque à angles droits; on répondroit que ces cas ſont rares. Mais ſuppoſons que la méthode ſoit auſſi parfaite qu'on peut le deſirer, on pourroit dire que pour diviſer les onze paraboles en jours, on emploîroit peut-être plus de temps qu'il n'en faudroit pour calculer dix ou douze orbites de Comètes par les

autres méthodes; que ſi l'on exécute la machine en carton, elle n'aura pas aſſez de ſolidité, à moins qu'on ne donne au carton une largeur & une épaiſſeur convenables, ce qui multiplieroit les cas défavorables où nous avons dit qu'il ſeroit difficile d'employer cette machine avec ſuccès; qu'enfin ſi on la fait exécuter en cuivre, ſon prix comparé à la rareté de l'uſage, effraiera bien des Aſtronomes, d'autant plus qu'on a maintenant des méthodes aſſez faciles pour s'épargner la plus grande partie des tâtonnemens qu'on faiſoit autrefois. Il pourra cependant ſe rencontrer quelques amateurs riches, qui ne ſeront point effrayés de la dépenſe; c'eſt en leur faveur que nous avons donné la deſcription de l'inſtrument.

Troiſième Solution.

A l'œil ſeul, dit Lambert, on peut ſouvent juger de la diſtance d'une Comète à la Terre. Tout le monde ſait que ſi la diſtance d'une Comète au Soleil eſt égale à la diſtance du Soleil à la Terre, ſa vîteſſe ſera à la vîteſſe de la Terre comme $\sqrt{2}$ eſt à 1, ou à peu-près comme 14 eſt à 10, & que par-tout ailleurs ſa vîteſſe ſera à la vîteſſe qu'elle auroit à la même diſtance du Soleil que la Terre, comme le quarré de cette diſtance de la Terre au Soleil eſt au quarré de la diſtance actuelle de la Comète au Soleil. Ceci poſé, que la Terre étant ſur le point T' de ſon orbite, *fig. 16*, on obſerve la longitude d'une Comète par le rayon viſuel $T'C'$, & que quelques jours après, la Terre étant au point T'', & enſuite au point T''' de ſon orbite, on obſerve les longitudes de la même Comète par les rayons $T''C''$ & $T'''C'''$, il eſt clair que le mouvement de la Comète durant l'intervalle des obſervations, doit être renfermé entre les rayons viſuels extrêmes $T'C'$ & $T'''C'''$, & que le rayon du milieu $T''C''$ doit couper l'orbite projetée de la Comète, de manière qu'en tirant du Soleil S les rayons vecteurs SC', SC'', SC''', les aires des ſecteurs paraboliques ſoient proportionnelles aux temps écoulés entre les trois obſervations. Cela poſé, je vois d'abord qu'on ne peut placer la Comète vers les points

Prop. orbit. Com. Sect. III. § 157.

Fig. 16.

Fig. 16. T', T'', T''', sa vîtesse seroit alors égale à celle de la Terre, & elle devroit être à celle de la Terre comme 14 est à 10. En la plaçant entre T & A, on l'approche du Soleil, son mouvement doit être plus prompt, & au contraire l'espace entre les rayons visuels extrêmes est rétréci. A plus forte raison, on ne peut placer la Comète entre A & B; outre le même inconvénient qu'on y éprouve, il s'en présente un second bien plus considérable, c'est que le second rayon visuel $T'' C''$ n'occupe plus le milieu. Il faut donc reculer l'orbite de la Comète au-delà du triangle ADB. En réfléchissant sur les conditions du problème, on concevra facilement que les lieux de la Comète ne peuvent guère mieux être placés que vers les points C', C'', C'''. Prenant pour échelle la moyenne distance du Soleil à la Terre, on rapportera à cette échelle les distances $C' T'$, $C'' T''$, $C''' T'''$, & l'on aura les trois Δ, ou les trois distances accourcies de la Terre à la Comète.

Cette méthode épargneroit bien des tâtonnemens pour déterminer ces distances, si elle étoit générale; mais telle que nous venons de la proposer, elle n'est praticable que dans peu de circonstances, dans celles où durant l'intervalle des observations le mouvement héliocentrique des Comètes en latitude est nul, ou du moins peu considérable relativement au mouvement héliocentrique en longitude, & où d'ailleurs cette latitude héliocentrique n'est que d'un petit nombre de degrés. On peut dire cependant que même dans les autres circonstances, la méthode n'est pas absolument inutile, quelques réflexions suffiront ordinairement pour perfectionner la position de l'orbite de la Comète. On a conclu de la construction précédente, que la Comète en décrivant l'orbite $C' C'' C'''$ s'éloignoit de la Terre. Si durant l'intervalle des observations, la latitude géocentrique & observée a un peu diminué, on conclura que la latitude héliocentrique a peu varié, puisque restant la même, elle a dû paroître diminuer en raison du plus grand éloignement de la Comète à la Terre. On pourra même remarquer que dans le cas présent, comme

la Comète au point C' étoit fort près de ſon périhélie, ſon mouvement en longitude étoit très-prompt; donc ſon mouvement en latitude, ſi elle en avoit un, étoit peu conſidérable en comparaiſon de ſon mouvement en longitude. On peut faire à peu-près les mêmes réflexions, ſi la latitude géocentrique n'a point varié ſenſiblement dans l'intervalle des obſervations, pourvu que cet intervalle ait été peu conſidérable. Car durant un petit intervalle de temps la Comète n'a pu s'éloigner beaucoup de la Terre, que dans des circonſtances extrêmement rares, circonſtances même dans leſquelles il ne ſeroit guère poſſible de l'obſerver; or la Comète s'éloignant peu de la Terre, ou, ce qui revient au même, s'en approchant peu, ſi la latitude géocentrique reſte la même, c'eſt que ſa latitude héliocentrique varie fort peu. Fig. 16.

Mais ſi durant l'intervalle des obſervations, la latitude héliocentrique varie beaucoup, ou ſi cette latitude eſt conſidérable, circonſtances qu'il eſt toujours facile de déterminer par des calculs ſimples & groſſiers, que l'on peut même apprécier par l'inſpection de la figure & par ſa combinaiſon avec les obſervations, il faut alors réformer l'orbite que l'on avoit tracée. Dans notre exemple, la Comète étant beaucoup plus éloignée de la Terre que du Soleil, ſes latitudes héliocentriques ſeront beaucoup plus fortes que les latitudes géocentriques; ſi celles-ci ſont de pluſieurs degrés, les premières ſeront beaucoup plus conſidérables. La Comète ne ſera donc plus en C', C'', C''', mais en des points de ſon orbite placés verticalement au-deſſus & beaucoup plus éloignés du Soleil; les ſecteurs de la véritable orbite, parcourus par les rayons vecteurs, auront une aire beaucoup plus grande que les ſecteurs projetés $C'SC''$, $C''SC'''$, & cette aire deviendra trop étendue, pour que les rayons vecteurs aient pu la parcourir durant l'intervalle des obſervations. Il eſt clair que dans cette hypothèſe il faut diminuer l'étendue des ſecteurs, & par conſéquent rapprocher du Soleil l'orbite projetée $C'C''C'''$, on pourra la placer en $c'c''c'''$, ou même encore plus près du Soleil, ſi l'on croit que la force de la latitude l'exige.

Fig. 16. Si pendant le temps écoulé entre les obſervations, la latitude géocentrique avoit conſidérablement varié, comme de 4 à 5 degrés par jour, ou même encore davantage, il en faut naturellement conclure que la Comète n'étoit point en C', C'', C''', mais beaucoup plus près de la Terre, comme en K', K'', K'''. Il eſt vrai que les arcs $K'K''$, & $K''K'''$ ſont plus petits que les arcs d'une orbite cométaire ne devroient l'être à une telle diſtance du Soleil. Mais ces arcs ne ſont pas les vrais arcs de l'orbite, ils n'en ſont que la projection; & ſi cette orbite eſt fort inclinée à l'Écliptique, ce que la grande variation de la latitude peut faire conjecturer, les vrais arcs de l'orbite ſeront beaucoup plus grands que les arcs projetés. Donc par le plus ou le moins de variation de la latitude ou même de la longitude géocentrique, on peut conjecturer la diſtance de la Comète à la Terre. On peut tirer auſſi d'utiles concluſions de l'éclat plus ou moins vif de la Comète, de ſa grandeur, de la longueur de ſa queue. En un mot, en faiſant toutes les réflexions, toutes les combinaiſons que le raiſonnement peut ſuggérer, il arrivera bien rarement qu'on ſe trompe beaucoup ſur l'eſtime de la diſtance de la Comète à la Terre.

Quatrième Solution.

Académ. de Berlin, année 1771, page 352 & ſuiv.

Cette ſolution eſt de Lambert; ce Savant, perſuadé que la théorie de l'orbite apparente des Comètes pouvoit conduire à la découverte de leur orbite réelle, donna tous ſes ſoins à cet objet. Il ne lui fut pas difficile de s'apercevoir que le mouvement apparent d'une Comète ne ſe fait preſque jamais en ligne droite, ou dans un grand cercle de la ſphère; une Comète qui ne s'écarteroit pas de l'Écliptique, auroit ſeule le privilége de paroître toujours décrire un grand cercle, & ce grandcercle ſeroit l'Ecliptique même. Toutes les autres Comètes peuvent auſſi durant un court intervalle de temps décrire ſenſiblement une portion de grand cercle, mais ce n'eſt que dans un ſeul cas, dans celui où leur diſtance & celle de la Terre au Soleil ſeroient égales; dans toute autre circonſtance,

la Comète fléchit ſon cours apparent en ſe détournant du grand cercle, & Lambert a découvert & prouvé que ſi la Comète eſt plus près du Soleil que la Terre, cette inflexion ſe fait vers la partie de l'Écliptique où eſt le Soleil, & vers la partie oppoſée, ſi la diſtance de la Comète au Soleil eſt plus grande que celle de la Terre au Soleil.

Cela poſé, que l'on choiſiſſe trois obſervations de la Comète qui ne ſoient pas fort diſtantes, de manière que le mouvement vrai de la Comète durant l'intervalle n'excède pas 15 ou 20 degrés; il faut d'ailleurs que les intervalles de temps écoulés entre la première & la ſeconde obſervations, & entre la ſeconde & la troiſième, approchent le plus qu'il eſt poſſible de l'égalité. Prenons pour exemple les obſervations de la Comète de 1769, faites les 14, 21 & 28 Août; voici ces obſervations.

JOURS du MOIS.	HEURE de L'OBSERVAT.	LIEU du SOLEIL.	LIEU de la COMÈTE.	LATITUDE AUSTRALE.
	H. M. S.	*S. D. M. S*	*S. D. M. S.*	*D. M. S.*
Août 14	12. 34. 12	4. 22. 21. 26	1. 9. 58. 16	3. 17. 13
21	13. 4. 55	4. 29. 6. 28	1. 17. 1. 30	5. 53. 49
28	13. 50. 55	5. 5. 54. 15	1. 28. 51. 27	10. 32. 2

Soit *Fig. 17 & 18*, *E S* une portion de l'Écliptique, *S* le Soleil au moment de la ſeconde obſervation, *A*, *B*, *C* les trois lieux de la Comète réduits à l'Écliptique, ou les trois longitudes obſervées de la Comète, *BS* l'élongation de la Comète ou ſa diſtance au Soleil au moment de la ſeconde obſervation. Aux points *A*, *B*, *C* élevez ſur l'Écliptique les lignes ou arcs perpendiculaires *Aa*, *Bb*, *Cc*, égaux aux latitudes obſervées; les points *a*, *b*, *c* repréſenteront les lieux de la Comète dans ſon orbite apparente ou vue de la Terre. Par les lieux extrêmes de la Comète *a* & *c*, faites paſſer un arc de grand cercle *a c E*, qui coupera l'Écliptique

Fig. 17 & 18.

Fig. 17 & 18. au point E. Si la Comète est plus près du Soleil que la Terre, cet arc laissera le point b du côté des parties de l'Écliptique occupées par le Soleil au moment de la seconde observation; il le laissera au contraire du côté opposé, si la Comète est plus éloignée du Soleil que la Terre. Il ne seroit peut-être pas bien sûr de déterminer le sens de cette inflexion a, b, c de l'orbite apparente par la seule construction de la Figure, on peut se promettre plus de succès du calcul.

Par le lieu du Soleil S & celui de la Comète b au moment de la seconde observation, tirez l'arc de cercle Sb, cet arc coupera l'arc Ec au point d; calculez Sb & Sd; si dS est plus grand que bS, la Comète en b est plus près du Soleil que la Terre; elle en est plus éloignée, si bS est plus grand que dS. Par le point d abaissez la perpendiculaire dD sur l'Écliptique.

Le triangle AEa donne

$$1 : \text{sin.}\ AE :: \text{cotang.}\ Aa : \text{cotang.}\ AEa.$$

Et par le triangle CEc, on a

$$1 : \text{sin.}\ (AC + AE) :: \text{cotang.}\ Cc : \text{cotang.}\ AEa;$$

donc

$$\text{Sin.}\ (AC + AE) : \text{sin.}\ AE :: \text{tang.}\ Cc : \text{tang.}\ Aa;$$

donc

$$\text{Tang.}\ (AE - \tfrac{1}{2}AC) : \text{tang.}\ \tfrac{1}{2}AC :: \text{sin.}\ (Cc + Aa) : \text{sin.}\ (Cc - Aa);$$

donc

$$\text{Tang.}\ (AE - \tfrac{1}{2}AC) = \frac{\text{sin.}\ (Cc + Aa)\ \text{tang.}\ \tfrac{1}{2}AC.}{\text{sin.}\ (Cc - Aa).}.$$

Connoissant donc AC par observation, on connoîtra AE, & par conséquent CE. L'angle E sera bientôt connu par une des deux analogies suivantes, relatives aux triangles AEa & CEc.

$$1 : \text{sin.}\ AE :: \text{cotang.}\ Aa : \text{cotang.}\ AEa.$$
$$1 : \text{sin.}\ CE :: \text{cotang.}\ Cc : \text{cotang.}\ CEc.$$

Dans

Dans le triangle BSb, duquel on connoît les deux côtés BS & Bb, on a Fig. 17 & 18.

$1 : \text{sin. } BS :: \text{cot. } Bb : \text{cot. } BSb.$

$1 : \text{cos. } BS :: \text{cos. } Bb : \text{cos. } bS.$

Dans Eds, on connoît maintenant les angles en E & en S, & le côté compris $ES = AE + AB + BS$ *fig. 17*, ou $= AE + AB - BS$ *fig. 18*. ES est en même temps la somme ou la différence des deux arcs ED, ES; on connoîtra ces arcs & principalement DS par l'analogie connue

$$\text{Sin. } (dSE + dES) : \text{sin. } (dSE - dES) :: \text{tang. } \tfrac{1}{2}(DE + DS) : \text{tang. } \tfrac{1}{2}(DE - DS).$$

Ou si dES étoit plus grand que dSE,

$$\text{Sin. } (dSE + dES) : \text{sin. } (dES - dSE) :: \text{tang. } \tfrac{1}{2}(DE + DS) : \text{tang. } \tfrac{1}{2}(DS - DE).$$

Enfin le triangle dDS donne

$1 : \text{cosin. } DSd :: \text{cotang. } DS : \text{cotang. } dS.$

Dans notre exemple, on a

$AB = C'' - C' =$	7^d 3′ 14″	$Aa = L' =$	3^d 17′ 13″.
$BC = C''' - C'' =$	11. 49. 57.	$Bb = L'' =$	5. 53. 49.
$AC = C''' - C' =$	18. 53. 11.	$Cc = L''' =$	10. 32. 2.
$\tfrac{1}{2} AC =$	9. 26. 35 ½.	$Cc + Aa =$	13. 49. 15.
$BS = S'' - C'' =$	102. 4. 58.	$Cc - Aa =$	7. 14. 49.

l. sin. $Cc + Aa$	9,3781917.		
l. tang. $\tfrac{1}{2} AC$	9,2209538.		
Somme	18,5991455.		
l. sin. $Cc - Aa$	9,1008737.		
l. tang. $AE + \tfrac{1}{2} AC$	9,4982718.	$AE + \tfrac{1}{2} AC$	17^d 29′ 58″ ½.
		$\tfrac{1}{2} AC$	9. 26. 35 ½.
l. sin. AE	9,1465857.	AE	8. 3. 23.
l. cot. Aa	1,2408535.		
l. cot. AEa	0,3874392.	AEa	22. 17. 0.

Fig. 17 & 18.

l. cotang. $B\,b$	0,9859583.		
l. ſin. $B\,S$	9,9902706.		
l. cotang. $B\,S\,b$	0,9762289.	$B\,S\,b$	$6^d\ 58'\ 14''$.
l. coſin. $B\,b$	9,9976957.		
l. coſin. $B\,S$	− 9,3208203.		
l. coſin. $b\,S$	− 9,3185160.	$b\,S$	102. 1. 4.
		$A\,E$	8. 3. 23.
		$+ A\,B$	7. 3. 14.
		$+ B\,S$	102. 4. 58.
		$E\,S$	117. 11. 35.
l. tang. $\frac{1}{2}(E\,D + D\,S)$	0,2143254.	$d\,E\,S$	22. 17. 0.
l. ſin. $d\,E\,S - d\,S\,E$	9,4217489.	$d\,S\,E$	6. 58. 14.
Somme	9,6360743.	$d\,E\,S - d\,S\,E$	15. 18. 46.
l. ſin. $d\,E\,S + d\,S\,E$	9,6890249.	$d\,E\,S + d\,S\,E$	29. 15. 14.
l. tang. $\frac{1}{2}(E\,D - D\,S)$	9,9470494.	$\frac{1}{2}\,E\,S$	58. 35. 47 $\frac{1}{2}$.
		$\frac{1}{2}(E\,D + D\,S)$	58. 35. 47″ $\frac{1}{2}$.
		$\frac{1}{2}(E\,D - D\,S)$	+ 41. 30. 57 $\frac{1}{2}$.
l. cotang. $D\,S$	− 9,2512785.	$D\,S$	100. 6. 45.
l. coſin. $D\,S\,d$	9,9967781.		
l. cotang. $d\,S$	− 9,2480566.	$d\,S$	100. 2. 21.

Fig. 17 & 18. Nous avons donc trouvé $b\,S$ de $102^d\ 1'\ 4''$ & $d\,S$ de $100^d\ 2'\ 21''$; $b\,S$ eſt donc de près de deux degrés plus grand que $d\,S$; donc la Comète le 21 Août étoit ſenſiblement plus éloignée du Soleil que la Terre, & c'eſt ce que confirme le calcul fait d'après les élémens, connus d'ailleurs, de l'orbite de cette Comète.

Le ſuccès de cette méthode dépend entièrement de la préciſion des obſervations, & ſur-tout de la ſeconde; mais comme on ne peut guère ſe flatter d'une parfaite préciſion dans les obſervations d'une Comète, Lambert avertit avec

raiſon, que ſi la différence entre dS & bS eſt fort petite, on peut en conclure avec aſſurance que les diſtances du Soleil à la Comète & à la Terre diffèrent peu; mais on ne peut déterminer avec la même confiance laquelle des deux diſtances eſt la plus grande, de légères erreurs dans les obſervations pouvant faire paroître plus grande celle qui réellement étoit la plus petite. Nous l'avons éprouvé nous-mêmes ſur l'obſervation faite le 8 Septembre, de la même Comète de 1769; ſa diſtance au Soleil étoit alors à peu-près égale à celle du Soleil à la Terre. Combinant cette obſervation avec celles des 5 & 11 Septembre, nous avons trouvé dS plus grand que bS de 10′ 15″, & la combinant avec les obſervations du 6 & du 10, nous avons trouvé au contraire bS plus grand que dS de 2′ 19″. De légères imperfections dans les obſervations ſuffiſent pour occaſionner de telles différences.

Cette méthode de Lambert eſt fondée ſur les principes ſuivans. Soit ABC, *fig. 19 & 20*, une petite partie de l'orbite terreſtre, & MQN une partie de l'orbite de la Comète, parcourue par la Comète dans le même temps que la Terre parcouroit ABC, de manière que la Comète ſoit en M, Q, N, lorſque la Terre eſt en A, B & C. Tirez du Soleil S les rayons SB, SQ aux lieux intermédiaires de la Terre & de la Comète, joignez les extrêmes par les cordes AB, MN. Puiſqu'on ſuppoſe les intervalles entre les obſervations courts & preſque égaux, la corde MN ſera coupée par le rayon vecteur SQ en deux parties à peu-près proportionnelles aux temps. Si la Terre & la Comète, au lieu de parcourir les arcs ABC, MQN de leurs orbites, en parcouroient les cordes AbC, MqN, il eſt clair que, quelle que fût l'inclinaiſon de l'orbite de la Comète ſur l'Écliptique, la Comète paroîtroit décrire une ligne droite, ou un grand cercle dans le ciel; la Terre parvenue en b verroit la Comète en q par le rayon viſuel bqR. Mais la Terre eſt en B & non pas en b, la Comète eſt en Q & non pas en q; de la Terre on verra donc la Comète par

Fig. 19 & 20.

Fig. 19 & 20. le rayon visuel BQR, qui rencontrera le premier rayon bqR au-delà de la Comète, *fig. 20*, si la distance de la Comète au Soleil est plus grande que celle du Soleil à la Terre, ou du côté opposé à la Comète, *fig. 19*, si la Comète est plus près du Soleil que la Terre. C'est cette différence d'aspect, c'est cette inclinaison des rayons visuels bqR, BQR, qui forme la déviation de la ligne droite que l'on remarque dans le mouvement apparent des Comètes, cette déviation étoit exprimée par le petit arc bd sur les *figures 17 & 18*; ici c'est l'angle BRb qui la mesure. Dans le triangle BbR, on connoît donc le petit angle BRb, & l'angle RBb qui est l'angle observé entre la Comète & le Soleil *(a)*; on connoîtra donc aussi l'angle RbB; & l'on connoît enfin le petit côté Bb, sinus verse de la moitié de l'arc ABC parcouru par la Terre dans l'intervalle des observations. Il sera donc facile de calculer le côté BR. On pourroit donc déterminer la distance de la Terre à la Comète BQ, & le rayon vecteur SQ, si l'on pouvoit découvrir le rapport de QR ou de BQ à BR. Lambert assigne celui-ci $RQ : RB :: SB^3 : SQ^3$; le problème seroit donc réduit à trouver par le moyen de cette analogie le point Q sur la droite BR, ce qui, dit M. de la Grange, conduiroit à une équation du 7.e degré, & c'est à une telle équation que nous sommes réellement parvenus par la marche suivante. Soit $BS = 1$, $BR = b$, $BQ = x$; donc $QR = b \pm x$; le signe supérieur sera par-tout employé lorsque la distance de la Comète au Soleil sera moindre que celle du Soleil à la Terre; autrement il faudra employer le signe inférieur. L'analogie $QR : BR :: BS^3 : QS^3$ deviendra

Académ. de Berlin, année 1778, p. 122.

(a) Cet angle n'est point égal à la différence de longitude entre le Soleil & la Comète, ce n'est point l'angle d'élongation sur l'Écliptique; il le faut compter sur l'orbite même de la Comète, ou plutôt sur un plan qui joindroit les centres du Soleil, de la Terre & de la Comète. Pour connoître cet angle, il suffit de dire 1 : cosin. de latitude géocentrique :: cosinus d'élongation : cosinus de l'angle cherché. Nous l'avons déjà calculé ci-dessus, & nous l'avons trouvé de 102^d 1′ 4″ pour le 21 Août 1769.

donc $b \pm x : b :: 1 : QS^3$; donc $QS = \sqrt[3]{\left(\frac{b}{b \pm x}\right)}$. Fig. 19 & 20.

On a d'ailleurs, par les règles de la Trigonométrie, $QS = \sqrt{(1 + x^2 - 2xm)}$, m eſt ici le coſinus de l'angle connu SBQ; on conçoit que cette quantité m ſera négative, ſi l'angle SBQ eſt obtus. Comparant les deux valeurs de QS, on trouve $\frac{b^{\frac{2}{3}}}{(b \pm x)^{\frac{2}{3}}} - 1 - x^2 + 2xm = 0$.

Élevant l'équation au cube, multipliant ce cube par $(b \pm x)^2$, effaçant b^2 & $-b^2$ qui ſe détruiſent, & diviſant le reſte par x, on parviendra à l'équation finale

$$\begin{array}{llllllll}
x^7 & \pm 2bx^6 & \mp 12bmx^5 & -6b^2mx^4 & +12b^2m^2x^3 & -8b^3m^3x^2 & +12b^2m^2x & -6b^2m = 0, \\
 & -6m & +b^2 & \pm 24bm^2 & +3b^2 & -12b^2m & +3b^2 & \pm 2b. \\
 & & +12m^2 & \pm 6b & \mp 16bm^3 & \pm 24bm^2 & \mp 12bm. & \\
 & & +3 & -8m^3 & \mp 24bm & \pm 6b & +1. & \\
 & & & -12m & +12m^2 & -6m. & & \\
 & & & & +3. & & &
\end{array}$$

Pour avoir, ſinon les diſtances de la Comète à la Terre, au moins la proportion des diſtances, Lambert propoſe la méthode ſuivante. Calculez ad, dc des *fig. 17 & 18*, en diſant

$$1 : \text{coſin. } DEd :: \begin{cases} \text{cotang. } AE : \text{cotang. } aE. \\ \text{cotang. } DE : \text{cotang. } dE. \\ \text{cotang. } CE : \text{cotang. } cE. \end{cases}$$

Or $ad = dE - aE$ & $dc = eE - dE$.

Tirez (*fig. 21*) la ligne Ta à volonté. Faites l'angle $aTd = ad$ & l'angle $dTc = dc$. Par le point a, choiſi à volonté, tirez la ligne ac, tellement que ſes parties ſoient proportionnelles aux temps, $ad : dc :: \theta' : \theta''$, ce que l'on peut exécuter ainſi. Tirez une ligne quelconque an, qui coupe la ſeconde ligne Td au point m; à la ſuite de ce point m marquez le point n, de manière que $am : mn :: \theta' : \theta''$, par le point n tirez nc parallèle à Td, cette ligne coupera Tc au point c, par lequel vous menerez ca, ligne demandée; Fig. 21.

Fig. 21. car à cauſe des parallèles md, nc, $am : mn :: ad : cd :: \theta' : \theta''$. Prenez aT pour l'unité. Des triangles aTd & dTc l'on conclud

$$\text{Sin. } aTd : ad :: \text{ſin. } adT : aT.$$
$$\text{Sin. } dTc : dc :: \text{ſin. } adT : cT;$$

donc

$$\text{Sin. } adT = \frac{aT \text{ ſin. } aTd}{ad} = \frac{cT \text{ ſin. } dTc}{dc};$$

donc

$$cT = aT \ \frac{dc}{ad} \cdot \frac{\text{ſin. } aTd}{\text{ſin. } dTc} = \frac{\theta''}{\theta'} \cdot \frac{\text{ſin. } aTd}{\text{ſin. } dTc}.$$

On aura donc le rapport de cT à aT priſe pour unité. On pourra pareillement déterminer le rapport de dT à aT, en calculant l'angle caT dans le triangle aTc, & enſuite dT dans le triangle daT. Or les lignes aT, dT, cT ſont dans la proportion des diſtances D de la Comète à la Terre.

Nous avons fait pluſieurs eſſais de ces trois méthodes de Lambert. La première, qui a pour objet de déterminer ſi la diſtance de la Comète au Soleil eſt plus grande ou moindre que celle du Soleil à la Terre, nous a réuſſi. Nous avons tenté pluſieurs fois de réſoudre par tâtonnemens l'équation $\frac{b^{\frac{2}{3}}}{(b \pm x)^{\frac{2}{3}}} - 1 - x^2 + 2xm = 0$; nous avons trouvé une racine $x = 0$, cette racine ſe préſente d'elle-même tout naturellement ; il ne nous a pas été poſſible d'en trouver d'autres. Il eſt vrai d'ailleurs que pour b ou BR

Fig. 19 & 20. des *fig. 19 & 20*, nous avions trouvé des valeurs ou manifeſtement trop fortes, ou de beaucoup trop foibles. Nous n'avons pas mieux réuſſi à déterminer le rapport des diſtances de la Comète à la Terre. Par exemple, les 14, 21, 28 Août 1769, les diſtances de la Comète à la Terre étoient, ſelon la théorie de M. Lexell, 0,857; 0,669; 0,497; & par la méthode de Lambert nous avons trouvé que ces diſtances devoient être comme 1,0; 0,951; 0,931. Nous attribuons ce peu de ſuccès à la petiteſſe du côté Bb,

& encore plus à celle de l'angle BRb. Les problèmes de Lambert portent ſur pluſieurs *à peu-près*; il eſt vrai que comme le remarque ce ſavant Géomètre, il eſt des circonſtances où ſes problèmes ſont réſolus rigoureuſement; mais comment diſtinguer ces circonſtances? & quand on les connoîtroit, on ne ſeroit pas toujours maître de les choiſir. Concluons que les erreurs de ces *à peu-près*, quelque légères qu'on les ſuppoſe, influent ſenſiblement ſur l'angle BRb, que les erreurs des obſervations y influent encore davantage, & qu'il ne faut pas chercher d'autres cauſes du peu de ſuccès qu'ont eu nos tentatives.

Fig. 19 & 20.

Nous finirons cet article par avertir qu'il eſt des cas où la première partie de cette ſolution devient inutile, ce ſont ceux où l'angle d'élongation obſervé eſt droit ou obtus; on n'a beſoin alors d'aucun calcul, pour décider que la diſtance du Soleil à la Terre eſt moindre que celle de la Comète au Soleil.

Cinquième Solution.

M. de la Grange a preſque épuiſé toutes les recherches qu'on pouvoit faire ſur l'objet qui nous occupe. Il a analyſé les méthodes où l'on ſuppoſe l'orbite rectiligne & uniformément parcourue dans un court eſpace de temps, & il a prouvé l'inſuffiſance de cette ſuppoſition; il a fait voir que d'autres analyſes conduiſoient à des degrés ſi élevés, qu'on ne pouvoit raiſonnablement eſpérer de parvenir par leur ſecours à une réſolution directe du problème; il a étudié tous les rapports qui pouvoient être entre les connues & les inconnues, il paroît en avoir tiré tout le parti poſſible. Ne pouvant tranſcrire ici ſon Mémoire en entier, je ſuis forcé d'y renvoyer pour les recherches, la marche & les démonſtrations; je me contenterai d'en rapporter les réſultats. Quant à la ſolution rapportée par M. de la Grange au N.° 9 de ſon Mémoire, nous en avons fait pluſieurs eſſais ſur différentes Comètes, dans des circonſtances favorables, & prenant les θ les plus petits qu'il nous étoit poſſible; aucun de ces

Acad. de Berl, année 1778, p. 124 & ſuiv.

Fig. 19 & 20. essais ne nous a réussi, ce qui confirme ce que prouve M. de la Grange au numéro suivant, qu'il n'est pas permis de supposer l'orbite rectiligne, même dans un intervalle de temps infiniment petit, dès qu'on veut employer trois observations.

Soit $m = \frac{\theta''}{\theta'}$, & que R'' soit censée égale à l'unité

$\mu'' =$ sin. L''' cosin. L' sin. $(C' - T'')$ — sin. L' cosin. L''' sin. $(C''' - T'')$.

$\gamma =$ sin. $(C'' - C')$ cosin. L' cosin. L'' sin. L'''.

+ sin. $(C''' - C'')$ cosin. L'' cosin. L''' sin. L'.

+ sin. $(C' - C''')$ cosin. L''' cosin. L' sin. L''.

$\xi =$ cosin. $(C'' - T'')$ cosin. L''.

$$\psi = \frac{m\, R''\, \mu''\, \theta'^2}{2\gamma}$$

Si ψ est positif, r'' excédera 1, mais il sera moindre que $\sqrt{(1 + 2\,\xi\,\psi + \psi^2)}$; si ξ est négatif, D'' est plus grand que $-\xi$; mais il sera plus petit que ψ, si ψ est positif.

Si ψ est négatif, r'' est plus petit que 1, & plus grand que $\frac{1}{\sqrt[3]{(1 + \frac{-2\xi}{-\psi})}}$; & D'' sera plus petit que -2ψ.

Dans la valeur de ψ, θ' doit avoir été exprimé par le moyen mouvement du Soleil réduit en parties du rayon.

Par les lettres que nous employons, & dont on trouve la valeur, *page 244* de ce volume, on voit facilement que nous supposons trois observations de longitudes & autant de latitudes. Si les trois latitudes sont australes, on peut les traiter toutes les trois, ou comme positives, ou comme négatives; mais si les unes sont boréales, les autres australes, il faut nécessairement regarder les unes comme positives, les autres comme négatives.

Plus les θ approcheront de l'égalité, ou, ce qui revient au même, plus $\frac{\theta''}{\theta'}$ approchera de l'unité, plus le résultat de l'opération précédente sera exact.

Soient

Soient encore les obſervations faites les 14, 21 & 28 Août 1769, & rapportées dans la ſolution précédente. L'intervalle entre la première & la ſeconde obſervation eſt de $7^j\ 0^h\ 30'\ 43'' = 606643'' = \theta'$; & l'intervalle entre la ſeconde & la troiſième eſt de $7^j\ 0^h\ 46'\ 0'' = 607560'' = \theta''$.

Logarithme de θ'' . . . . 5,7835892.
Logarithme de θ' . . . . 5,7829332.

Log. de $\frac{\theta''}{\theta'} = m$ . . . . 0,0006560.

Moyen mouvement du Soleil en $7^j\ 0^h\ 30'\ 43'' = 6^d\ 55'\ 14'' = \theta'$ exprimé par le moyen mouvement du Soleil; pour réduire ce θ', ainſi exprimé, en parties du rayon, on dira, ſi $57^d\ 17'\ 44'',8$ ſont égaux au rayon, $6^d\ 55'\ 14''$ ſeront égaux à 0,12078648 parties du rayon. Logar. de $R'' = 0,0045720$.

Cela poſé on trouvera

$$\mu'' = 0,17243028 - 0,05636971 = 0,11606057.$$
$$\gamma = 0,022294903 + 0,011497622 - 0,032641752 = 0,001150773.$$

Logarithme de ξ + 9,3185160.
Logarithme de ψ + 9,8719298.

ψ eſt donc poſitif, donc r'' eſt plus grand que l'unité, ou la diſtance de la Comète au Soleil eſt plus grande que la moyenne diſtance du Soleil à la Terre; mais elle eſt moindre que $\sqrt{(1 + 2\xi\psi + \psi^2)}$, ou moindre que 1,3655; en effet, ſelon nos calculs, faits ſur les élémens déterminés par M. Lexell, cette diſtance étoit de 1,32335. De ce que ψ eſt poſitif, il ſuit de plus que D ou la diſtance de la Comète à la Terre doit être moindre que ψ, ou moindre que 0,74461; & cette diſtance en effet n'étoit que de 0,668965.

J'ai fait quelques autres eſſais ſemblables, ils m'ont également réuſſi.

Pour s'approcher davantage de la véritable valeur de r'',

M. de la Grange croit qu'on peut faire uſage de cette équation,

$$(r''^2 - R''^2)\, r''^6 - 2\, R''\, \xi \psi\, (r''^3 - R''^4)\, \frac{r''^3}{R''^4} - \frac{\psi^2}{R''^8}\, (r''^3 - R''^4)^2 = 0.$$

Cette équation eſt du huitième degré, mais elle peut s'abaiſſer au ſeptième de deux manières. On peut d'abord au ſecond & au troiſième terme écrire $r''^3 - R''^3$ au lieu de $r''^3 - R''^4$; la différence entre R^3 & R^4 eſt toujours peu conſidérable, & d'ailleurs il ne s'agit ici que d'une ſimple approximation. Or cette ſubſtitution faite, l'équation entière eſt diviſible par $r'' - R''$ & prend la forme ſuivante,

$$(r'' - R'')\, r''^6 - 2 \xi \psi R'' (r''^2 + r'' R'' + R''^2)\, \frac{r''^3}{R''^4} - \frac{\psi^2}{R''^8}\, (r''^2 + r'' R'' + R''^2)\, (r''^3 - R''^4) = 0.$$

Il eſt peut-être plus ſimple & plus naturel de prendre R'' pour unité; alors toute l'équation ſera diviſible par $r'' - 1$, & la diviſion faite, on aura

$$(r'' + 1)\, r''^6 - 2\, \xi \psi\, (r''^2 + r'' + 1)\, r''^3 - \psi^2\, (r''^2 + r'' + 1)\, (r''^3 - 1) = 0.$$

Ces équations peuvent ſe réſoudre par le tâtonnement, & le tâtonnement n'eſt pas bien long. Nous l'avons eſſayé ſur les obſervations des 14, 21 & 28 Août 1769, & nous n'avons pas eu le bonheur de réuſſir. Faiſant $r'' = 1{,}32$, ce qui approche fort de ſa véritable valeur, la dernière équation au lieu de ſe réduire à 0, a donné pour reſte $+ 6{,}447$; ce reſte augmentoit toujours, à meſure que r'' augmentoit; il diminuoit, il eſt vrai, en diminuant la valeur de r'', mais il ſubſiſtoit toujours, & il étoit même toujours poſitif, juſque dans la ſuppoſition de $r'' = 0$. Nous n'avons donc pu trouver d'autre valeur de r'', que la valeur négative $r'' = -1{,}5208$, valeur qui n'eſt pas renfermée entres les limites établies ci-deſſus, 1 & 1,3655. Que pourroit ſignifier d'ailleurs un rayon vecteur négatif? Je n'ai pas balancé à attribuer ce réſultat ſingulier à l'imperfection des obſervations; je les avois extraites des Mémoires de l'Académie, *année*

1775, page 440. Les ayant comparées avec le résultat du calcul fait d'après les élémens déterminés de M. Lexell, j'ai trouvé que la latitude observée le 14 Août étoit d'environ cinq minutes plus forte que la latitude calculée; le 21 & le 28 Août c'étoit au contraire la latitude calculée qui excédoit l'observée de plus de six minutes. Ces erreurs en sens contraire ont dû affecter singulièrement la quantité γ, qui est presque toujours fort petite, & ont produit le résultat insolite que nous avons trouvé. Substituant aux latitudes observées les latitudes $3^d\ 11'\ 55''$, $6^d\ 0'\ 24''$ & $10^d\ 38'\ 27''$, sans toucher aux longitudes, on a

$$\mu'' = 0{,}11933873.$$
$$\gamma = 0{,}000460736.$$
$$\text{Log. de } \xi \quad 9{,}3184291.$$
$$\text{Log. de } \psi \quad 0{,}2815641.$$

$r'' > 1$ & $< 2{,}3352$, & la résolution de la dernière équation donne $r'' = 2{,}164$. Ce rayon vecteur est trop grand, il auroit sans doute été plus exact, si nous avions corrigé les longitudes aussi-bien que les latitudes.

Nous avons fait un autre essai sur les observations des 21 & 27 Août & du 2 Septembre.

JOUR du MOIS.	HEURE de l'OBSERVATION.	LONGITUDE de la COMÈTE.	LATITUDE AUSTRALE.
	H. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.
Août 21	13. 4. 55	1. 17. 1. 30	5. 53. 49
27	12. 41. 46	1. 26. 36. 56	9. 41. 37
Sept. 2	12. 50. 23	2. 12. 57. 17	15. 28. 3

$$\mu'' = 0{,}1544504.$$
$$\gamma = 0{,}000043988.$$
$$\text{Log. de } \xi \quad 9{,}1518457.$$
$$\text{Log. de } \psi \quad 0{,}2640515.$$

$r'' > 1$ & $< 2,2124$; la racine de la dernière équation eſt à très-peu-près $r'' = 1,018$; or le vrai rayon vecteur étoit 1,2. On approcheroit encore plus de la vérité, ſi l'on pouvoit répondre de la préciſion des obſervations. Il eſt d'ailleurs des circonſtances plus favorables que les autres, en ce que l'erreur des obſervations influe moins ſur le réſultat; c'eſt 1.° lorſque les latitudes ſont aſſez fortes, comme entre 20 & 70 degrés; 2.° lorſque le mouvement en longitude eſt prompt; 3.° lorſque la Comète n'eſt pas trop voiſine de ſa conjonction ou de ſon oppoſition avec le Soleil; 4.° enfin lorſqu'au moment de la ſeconde obſervation, la Comète n'eſt pas trop près de ſa quadrature. Dans ces circonſtances, la méthode de M. de la Grange doit être fort bonne; mais peut-on ſe flatter de trouver ſouvent toutes ces circonſtances réunies?

Quand on a trouvé une valeur approchée du ſecond rayon vecteur de la Comète, il eſt facile de déterminer les valeurs approchées des trois D, ou des trois diſtances de la Comète à la Terre. Pour cela faiſons

$$\mu' = \text{ſin.}\, L''' \,\text{coſin.}\, L'' \,\text{ſin.}\, (C'' - T'') - \text{ſin.}\, L'' \,\text{coſin.}\, L''' \,\text{ſin.}\, (C''' - T'').$$
$$\mu'' = \text{ſin.}\, L''' \,\text{coſin.}\, L' \,\text{ſin.}\, (C' - T'') - \text{ſin.}\, L' \,\text{coſin.}\, L''' \,\text{ſin.}\, (C''' - T'').$$
$$\mu''' = \text{ſin.}\, L'' \,\text{coſin.}\, L' \,\text{ſin.}\, (C' - T'') - \text{ſin.}\, L' \,\text{coſin.}\, L'' \,\text{ſin.}\, (C'' - T'').$$

Soit auſſi $m = \frac{\theta''}{\theta'}$.

Et nous aurons

$$D' = \frac{(m+1)\, R''\, \mu'\, \theta'^2}{2\gamma}\left(\frac{1}{R''^4} - \frac{1}{r''^3}\right).$$
$$D'' = \frac{m\, R''\, \mu''\, \theta'^2}{2\gamma}\left(\frac{1}{R''^4} - \frac{1}{r''^3}\right).$$
$$D''' = \frac{(m+1)\, m\, R''\, \mu'''\, \theta'^2}{2\gamma}\left(\frac{1}{R''^4} - \frac{1}{r''^3}\right).$$

Sixième Solution.

Cette ſolution eſt mécanique. On ſuppoſe trois obſervations données, & faites à des intervalles de temps peu

considérables. Soient les trois observations de la Comète de 1769, faites les 21 & 27 Août, & le 2 Septembre; nous les avons rapportées à la *page 307*. Il faut réduire en minutes & même en secondes les intervalles de temps entre les observations; on peut aussi les exprimer en jours & décimales de jours. Le premier intervalle est de $5^j\ 23^h\ 36'\ 51'' = 517011'' = \theta'$; le second intervalle est de $6^j\ 0^h\ 8'\ 37'' = 518917''$. Il faut aussi prendre la différence de longitude entre la Comète & le Soleil aux momens de la première & de la troisième observation, pour avoir les deux élongations de la Comète; ces deux élongations sont ici de $102^d\ 6'\ 13''$ & de $87^d\ 45'\ 26''$, on peut négliger les secondes.

D'un rayon pris à volonté, décrivez un cercle, ou du moins une partie de cercle XTZ, *fig. 22*, qui représentera une partie de l'Écliptique, le Soleil S occupe le centre. Marquez sur la circonférence à des intervalles de 30 degrés les signes de la partie du Zodiaque où est la Terre, comme ici ♒, ♓ & ♈. Que T' soit le lieu qu'occupoit la Terre lors de la première observation, & T''' celui où elle se trouvoit au moment de la troisième. Ici T' concourt avec ♒ $29^d\ 8'$ & T''' avec ♓ $10^d\ 43'$. Tirez les rayons vecteurs de la Terre ST', ST'''. Fig. 22.

Par le point T' menez la ligne $T'C'$ qui fasse avec le rayon ST' un angle égal à la première élongation de la Comète, & par le point T''' la ligne $T'''C'''$ qui fasse avec la ligne ST''' un angle égal à la troisième élongation; l'angle $ST'C'$ doit être de $102^d\ 6'$ & l'angle $ST'''C'''$ de $87^d\ 45'$; l'un & l'autre en partant du Soleil doit s'ouvrir d'orient en occident, parce que la Comète a été observée toutes les deux fois à l'occident du Soleil. Il est clair que les lignes $T'C'$, $T'''C'''$, représenteront les rayons visuels selon lesquels on a observé la longitude de la Comète.

Sur la ligne $T'C'$, marquez à discrétion le point C'; si par quelqu'autre opération ou par quelque raisonnement vous avez déjà une valeur approchée de la distance accourcie de

Fig. 22. la Comète à la Terre, c'eſt cette valeur qu'il faut porter de T' en C'. Vous déterminerez enſuite le point C''' par l'analogie ſuivante,

$$\theta'' \text{ ſin. } (C''' - C'') : \theta' \text{ ſin. } (C'' - C') :: T'C' : T'''C'''.$$

Cette analogie n'eſt pas de la plus grande préciſion, mais elle ſuffit pour une approximation. Tirez $C'\,C'''$, cette ligne repréſentera la projection d'une partie de l'orbite cométaire ſur le plan de l'écliptique.

Prenant le rayon de l'orbite terreſtre pour unité, nous avons donné à $T'\,C'$, 0,665 parties, & nous avons dit :

$$518917 \times \text{ſin.}\,(72^d\ 57' - 56^d\ 37') : 517011$$
$$\times\ \text{ſin.}\,(56\ 37 - 47\ \ 1\tfrac{1}{2}) :: 0{,}665 : 0{,}395.$$

Nous avons donc donné à $T'''\,C'''$, 0,395 parties.

Sur la ligne $C'\,C'''$, élevez les perpendiculaires $C'\,K'$, $C'''\,K'''$, dont les longueurs ſeront déterminées par les analogies ſuivantes :

$$1 : \text{tang. } L' :: C'\,T' : C'\,K'.$$
$$1 : \text{tang. } L''' :: C'''T''' : C'''K'''.$$

Tirez $K'\,K'''$, & diviſez cette ligne, ainſi que $C'\,C'''$ en deux également aux points x, y; tirez xy, cette ligne ſera moyenne proportionnelle arithmétique entre $C'\,K'$ & $C'''K'''$. Dans notre exemple,

$$1 : \text{tang. } 5^d\ 54' :: 0{,}665 : 0{,}069.$$
$$1 : \text{tang. } 15.\ 28 :: 0{,}395 : 0{,}109.$$

Nous avons donc donné 0,069 parties à $C'K'$, & 0,109 à $C'''\,K'''$; donc xy eſt de 0,089 parties.

Il faut ſe repréſenter le trapèze $C'\,C'''\,K'''\,K'$ relevé en l'air, & poſé ſur ſa baſe $C'\,C'''$ perpendiculairement au plan de l'écliptique, & alors $K'\,K'''$ repréſentera la partie de l'orbite que la Comète aura véritablement décrite dans l'intervalle des obſervations, pourvu du moins qu'on ait déterminé exactement la première diſtance $T'\,C'$ de la Terre

à la Comète. Pour s'assurer si on l'a fait, on mesurera la distance Sx, sur notre figure, on la trouvera de 1,185 ; dans le triangle rectiligne Sxy, rectangle en x, on connoît les deux côtés Sx de 1,185, & xy de 0,089 ; on trouvera l'hypothénuse Sy de 1,188, c'est la distance du Soleil à la Comète, moyenne entre les deux distances de la première & de la troisième observation. Fig. 22.

Mesurez l'arc $T'T'''$ parcouru par la Terre, ou seulement sa corde, elle est égale au double du sinus de la moitié de l'arc parcouru ; cet arc est de $11^d\,35'$, dont la moitié est de $5^d\,47'\frac{1}{2}$; le sinus de $5^d\,47'\frac{1}{2}$, est 0,101, dont le double 0,202 est la longueur de la corde $T'T'''$.

La Comète allant de K' à K''' approchoit du Soleil, & par conséquent elle accéléroit son mouvement ; sa vîtesse étoit plus grande en K''' qu'en y, plus grande en y qu'en K' ; mais vu la petitesse de l'arc ou de la corde $K'K'''$, on peut supposer sans erreur sensible, qu'elle a parcouru cet arc avec une vîtesse moyenne, telle qu'elle l'avoit lorsqu'elle étoit en y. Si elle eût été alors à la même distance du Soleil que la Terre, sa vîtesse auroit été à celle de la Terre, comme $\sqrt{2}$ est à 1, ou comme 1,4142 est à 1 ; donc l'espace g qu'elle auroit parcouru dans l'intervalle des observations, auroit été à l'espace $T'T'''$ parcouru par la Terre durant le même intervalle, comme $\sqrt{2}$ est à 1 ; donc $g = T'T'''\sqrt{2}$.

D'un autre côté, les espaces parcourus par la Comète à différentes distances du Soleil, sont en raison inverse des racines carrées de ces distances. Donc l'espace g que la Comète auroit parcouru à la distance du Soleil $ST' = 1$, est à l'espace $K'K'''$ qu'elle a parcouru à la distance $Sy = 1,188$, comme $\sqrt{1,188}$ est à $\sqrt{1}$; donc $K'K''' = \frac{g}{\sqrt{(Sy)}} = \frac{T'T'''\sqrt{2}}{\sqrt{(Sy)}}$. Dans notre exemple, $K'K''' = \frac{0,202 \times 1,4142}{\sqrt{1,188}} = 0,262$. Mesurez $K'K'''$ sur votre échelle, & si vous le trouvez réellement de 0,262 parties, la distance accourcie $T'C'$ de la Terre à la Comète

Fig. 22. eſt réellement à-peu-près telle que vous l'avez ſuppoſée d'abord de 0,665, & la troiſième diſtance accourcie, eſt de 0,395. Si $K' K'''$ excède 0,262, il faudra faire un ſecond eſſai, en donnant moins de longueur à $T' C'$; il faudroit au contraire augmenter $T' C'$, ſi $K' K'''$ ſe trouvoit moindre que 0,262, parce qu'on voit par l'inſpection ſeule de la figure, que plus on donnera de longueur à $T' C'$, plus les lignes $C' C'''$, $K' K'''$ deviendront grandes.

On voit par cet expoſé, 1.° que cette méthode, qui eſt de M. l'Abbé Boſcowich, eſt une méthode de tâtonnement; mais le tâtonnement n'eſt pas long, deux eſſais peuvent ſouvent ſuffire; il eſt bien rare que le troiſième ne réuſſiſſe pas.

On voit 2.° que M. l'Abbé Boſcowich ſuppoſe que dans un court intervalle de temps, la partie de l'orbite parcourue par la Comète eſt rectiligne; c'eſt un défaut ſans doute, mais nous ne cherchons ici qu'une approximation. D'ailleurs la ſolution actuelle a ſur la première ſolution, un avantage bien réel, c'eſt qu'on y tient compte de l'accélération du mouvement de la Comète; cette méthode nous a réuſſi, elle a réuſſi à pluſieurs autres; nous ne pouvons ne pas la regarder comme utile, pour déterminer par approximation les diſtances accourcies de la Comète à la Terre.

M. l'Abbé Boſcowich, après avoir fait décrire du centre du Soleil S un cercle dont le rayon doit être pris pour unité, comme repréſentant la moyenne diſtance du Soleil à la Terre, fait diviſer ce cercle en ſignes & degrés; ſur le rayon qui va du centre à 9 degrés du Capricorne, il fait marquer un point éloigné du centre de $\frac{3}{176}$ du rayon, ce point eſt le centre de l'orbite terreſtre, que l'on décrit du même rayon que le cercle précédent. Cette préciſion, dans la recherche d'une ſimple approximation, ne nous a point paru fort eſſentielle; & ſi l'on vouloit être ſi précis, il faudroit donner à la Terre une orbite elliptique & non circulaire. D'ailleurs on peut ſuppléer au défaut de ce ſecond cercle, en prenant pour rayon vecteur, ou pour diſtance de la

la Comète au Soleil, non pas ſimplement Sy, tel que nous l'avons trouvé ci-devant, mais Sy multiplié par la diſtance actuelle du Soleil à la Terre, ou par $\frac{R' + R'''}{2}$. Fig. 22.

M. l'Abbé Boſcowich tire de plus de ſa conſtruction les élémens approchés de l'orbite de la Comète. Par exemple, il fait prolonger les deux lignes $C'\,C'''$, $K'\,K'''$ juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent en N; on tire du point N au centre de l'Écliptique S la ligne $N\,S$, qui marquera ſur l'Écliptique le point n lieu du nœud vers $11^s\,26^d$. Comme les latitudes $C'\,K'$ & $C'''\,K'''$ ſont toutes les deux auſtrales, & que la ſeconde eſt plus forte que la première, ce nœud eſt manifeſtement le nœud deſcendant; le nœud aſcendant eſt donc en $5^s\,26^d$.

Si les deux lignes $C'\,C'''$ & $K'\,K'''$ ſont parallèles, ce qui doit arriver quelquefois, une parallèle à ces deux lignes, tirée par le centre du Soleil S, coupera l'Écliptique en deux points oppoſés, qui détermineront les nœuds de l'orbite, & il ne ſera pas difficile de diſtinguer lequel de ces deux nœuds eſt aſcendant. Mais ſi, ce qui doit arriver aſſez ſouvent, les deux lignes, ſans être parallèles, ſont peu inclinées l'une vers l'autre, la conſtruction de la figure devient au moins très-difficile, & ſon uſage extrêmement équivoque.

On peut auſſi déterminer à peu-près l'inclinaiſon de l'orbite à l'Écliptique, en abaiſſant des points C' & C'' les perpendiculaires $C'\,B$ & $C'''\,b$ ſur la ligne des nœuds $S\,N$. On meſurera ces deux lignes, ou l'une d'entr'elles, & l'on fera une des deux analogies ſuivantes,

$$C'\,B : C'\,K' :: 1 : \text{tang. d'inclinaiſon.}$$
$$C'''\,b : C'''\,K''' :: 1 : \text{tang. d'inclinaiſon.}$$

Choiſiſſant cette ſeconde analogie, comme contenant des termes plus grands, & par conſéquent plus comparables, nous trouverons $C'''\,b = 0{,}128$; nous dirons donc,

$$0{,}128 : 0{,}109 :: 1 : \text{tang. } 40^d\,25' = 1.$$

Fig. 22. On détermineroit auſſi le lieu du périhélie en prolongeant les lignes BC' & bC''', juſqu'en D & en d, de manière que

$$\text{coſin. } I : 1 :: BC' : BD.$$
$$\text{coſin. } I : 1 :: bC''' : bd.$$

Par D & d, on tireroit la ligne indéfinie DY, du Soleil S, on abaiſſeroit ſur cette ligne la perpendiculaire SE, on diviſeroit Dd en deux également au point z, on porteroit la diſtance Ez ſur la ligne DY, depuis E juſqu'à un point P, au-delà de Y; par ce point P & par le Soleil S, on tireroit une ligne qui couperoit la circonférence de l'Écliptique en un point qui détermineroit le lieu du périhélie ſur l'orbite de la Comète.

On tireroit enſuite le rayon vecteur SD, on meſureroit l'angle PSD, & l'on diroit

$$1 : \text{coſin.}^2 \tfrac{1}{2} PSD :: SD : \text{diſtance périhélie} = \pi.$$

Connoiſſant maintenant le lieu du foyer S de l'orbite parabolique de la Comète, ſon ſommet P, & ſon paramètre $= 4\pi$; il eſt facile de décrire la parabole, de la diviſer même en jours, &c. Il faudra convenir cependant que l'*à peu-près* que l'on prétend atteindre par cette pratique, pourra ſouvent ſe convertir en un *à beaucoup près ;* ſi l'on met un trop long intervalle de temps entre les obſervations, la ſuppoſition d'une orbite rectiligne parcourue durant cet intervalle, peut jeter dans de grandes erreurs ; ſi l'intervalle de temps eſt court, la ligne Dd eſt pareillement fort courte, & ſon prolongement peut être très-grand, comme il l'eſt en effet dans notre exemple. Alors l'étendue de la figure ne permettra peut-être pas de la tracer à un auſſi grand point qu'il faudroit le faire, & quand elle le permettroit, la ligne Dd reſteroit toujours très-petite relativement à ſon prolongement dP; la plus légère erreur dans la poſition des points D & d, & dans la trace de la ligne Dd, erreur qu'il eſt bien difficile d'éviter dans la pratique, en occaſionne une très-ſenſible dans la poſition des points E & P. Ajoutez à

cela que, quand l'angle *DSP* eſt extrêmement obtus, comme il l'eſt réellement dans notre exemple, l'erreur preſque inévitable de pluſieurs minutes dans la meſure de cet angle, en peut occaſionner une très-ſenſible dans la diſtance périhélie. Ces inconvéniens ne ſubſiſteroient pas, ſi la Comète, au moment des obſervations, eût été plus voiſine de ſon périhélie; mais ils pourroient alors faire place à un inconvénient bien plus fort; c'eſt que l'hypothèſe d'une orbite rectiligne s'écarte trop de la vérité au voiſinage du périhélie. Fig. 22.

J'ai rapporté tout de ſuite, ce qui concerne la méthode graphique de M. l'Abbé Boſcowich, pour n'être plus obligé d'y revenir; je ne doute pas que cette méthode ne puiſſe réuſſir quelquefois dans ſa totalité: on peut l'employer pour déterminer à peu-près le lieu du nœud & l'inclinaiſon de l'orbite, lorſque les lignes $C' C'''$, & $K' K'''$ ſe réuniſſent à peu de diſtance de $C' K'$, ou de $C''' K'''$, ou même encore lorſque ces lignes $C' C'''$, $K' K'''$ ſont preſque dirigées vers le Soleil; c'eſt ce qui eſt arrivé dans notre exemple. Enfin, je penſe que cette conſtruction graphique peut ordinairement être très-utile pour déterminer à peu-près les Δ, ou les diſtances accourcies de la Comète à la Terre, & c'eſt l'objet que nous nous ſommes propoſé dans le préſent Problème.

Septième Solution.

M. du Séjour avoit déjà tenté la ſolution du Problème, dans ſon ſavant *Eſſai ſur les Comètes*, imprimé en 1775; il étoit parvenu à des équations d'un degré fort élevé, en conſéquence il avoit renoncé à la ſolution directe du Problème. Une réflexion très-ingénieuſe lui a fait reprendre ſon travail; remarquant qu'entre les équations de l'orbite d'une Comète, les unes dépendent uniquement de la poſition du plan, telles que celles qui ont rapport à la ligne des nœuds & à l'inclinaiſon; & les autres, au contraire dépendent ſeulement de la nature de la trajectoire; il a partagé & traité ſéparément ces deux eſpèces d'équations, ce qui l'a conduit à la détermination des diſtances de la Comète à la Terre, *Acad. des Sc. année 1779, p. 51 & ſuiv.*

par une équation du second degré. Voici le précis de sa méthode, nous renvoyons pour les démonstrations au Mémoire même. Il eût peut-être été à souhaiter que le savant Académicien eût appuyé ses préceptes par quelque exemple; nous tâcherons d'y suppléer, & nous continuerons de nous en tenir à la Comète de 1769. Nous donnerons toujours à nos lettres, la signification que nous leur avons assignée, *page 244*. Les observations suivantes, sont toutes réduites à 14 heures, temps moyen, Méridien de Paris.

OBSERVATIONS de la Comète de 1769, faites en Septembre, à 14 heures.

	C.	L.	S.	R.
Jours.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S	
4	80. 56. 11	— 17. 51. 39	162. 42. 5	0,0031324
6	90. 18. 18	— 20. 7. 59	164. 38. 45	0,0029008
8	101. 0. 54	— 22. 5. 2	166. 35. 31	0,0026648
10	112. 38. 35	— 23. 20. 52	168. 32. 22	0,0024242
12	124. 19. 22	— 23. 43. 55	170. 29. 20	0,0021838

Soit

$$B = \text{sin.}\, L' \,\text{cos.}\, L'' \,\text{cos.}\, L''' \,\text{sin.}\, (C'' - C''') + \text{sin.}\, L'' \,\text{cos.}\, L' \,\text{cos.}\, L''' \,\text{sin.}\, (C''' - C') + \text{sin.}\, L''' \,\text{cos.}\, L' \,\text{cos.}\, L'' \,\text{sin.}\, (C' - C''),$$

$$\beta = R''' \,[\text{sin.}\, L' \,\text{cos.}\, L'' \,\text{sin.}\, (C'' - S''') + \text{sin.}\, L'' \,\text{cos.}\, L' \,\text{sin.}\, (S''' - C')],$$

$$\gamma = R'' \,[\text{sin.}\, L' \,\text{cos.}\, L''' \,\text{sin.}\, (S'' - C''') + \text{sin.}\, L''' \,\text{cos.}\, L' \,\text{sin.}\, (C' - S'')],$$

$$\delta = R' \,[\text{sin.}\, L'' \,\text{cos.}\, L''' \,\text{sin.}\, (C''' - S') + \text{sin.}\, L''' \,\text{cos.}\, L'' \,\text{sin.}\, (S' - C'')];$$

$$F = R'' R''' \,\text{sin.}\, L' \,\text{sin.}\, (S'' - S'''),$$

$$G = R' R''' \,\text{sin.}\, L'' \,\text{sin.}\, (S''' - S'),$$

$$H = R' R'' \,\text{sin.}\, L''' \,\text{sin.}\, (S' - S'');$$

$$\mu' = \text{sin.}\, L''' \,\text{cos.}\, L'' \,\text{sin.}\, (C'' - S'') - \text{sin.}\, L'' \,\text{cos.}\, L''' \,\text{sin.}\, (C''' - S''),$$

$$\mu'' = \text{sin.}\, L''' \,\text{cos.}\, L' \,\text{sin.}\, (C' - S'') - \text{sin.}\, L' \,\text{cos.}\, L''' \,\text{sin.}\, (C''' - S''),$$

$$\mu''' = \text{sin.}\, L'' \,\text{cos.}\, L' \,\text{sin.}\, (C' - S'') - \text{sin.}\, L' \,\text{cos.}\, L'' \,\text{sin.}\, (C'' - S'').$$

Soit de plus f l'expression de la force centrale qui agit sur la Terre en ses distances moyennes durant l'espace d'une minute de temps; elle est donc égale au sinus verse d'une demi-minute. Que d'ailleurs θ', θ'' & ϑ' soient exprimés en minutes de temps; on concluera de la savante analyse de M.[rs] de la Grange & du Séjour, que

$$D' : D'' :: \vartheta \left(1 - \tfrac{1}{2} \frac{f}{r''^3} \theta' \theta''\right) \mu' : \theta'' \mu'',$$

$$D' : D''' :: \theta' \mu' : \theta'' \mu''',$$

$$D'' : D''' :: \theta' \mu'' : \vartheta \left(1 - \tfrac{1}{2} \frac{f}{r''^3} \theta' \theta''\right) \mu'''.$$

J'ai calculé la valeur de $\frac{1}{2} f$, & je l'ai trouvée $=$ 0,000000000713525; elle ne peut donc devenir sensible qu'autant que son coëfficient $\theta'\,\theta''$ feroit considérable. Dans notre exemple, où les θ ne sont chacun que de deux jours ou de 2880 minutes, $\frac{1}{2} f\,\theta'\,\theta''$ devient 0,005910, &c; cette quantité sera diminuée en la divisant par r''^3, si r'' est plus grand que l'unité; elle sera augmentée au contraire, si r'' est moindre que l'unité, mais il ne paroît pas que cette augmentation puisse être ordinairement bien considérable. Donc dans la supposition que les intervalles de temps sont petits, on peut négliger le terme $\frac{1}{2} \frac{f \theta' \theta''}{r''^3}$, & les trois analogies deviennent,

$$D' : D'' :: \vartheta \mu' : \theta'' \mu'', \qquad \text{Donc } D'' = \frac{D' \theta'' \mu''}{\vartheta \mu'},$$

$$D' : D''' :: \theta' \mu' : \theta'' \mu''', \qquad D''' = \frac{D' \theta'' \mu'''}{\theta' \mu'},$$

$$D'' : D''' :: \theta' \mu'' : \vartheta \mu'''. \qquad D''' = \frac{D'' \vartheta \mu'''}{\theta' \mu''}.$$

Soit $\Pi = \frac{\theta'' \mu'''}{\theta' \mu'}$ & $\Pi' = \frac{\theta'' \mu''}{\vartheta \mu'}$, on aura $D'' = D' \Pi'$ & $D''' = D' \Pi$. Voilà donc les rapports entre les D; le second est précis, le premier n'est qu'approché, à cause du petit terme $\frac{1}{2} \frac{f \theta' \theta''}{r''^3}$ qu'on a négligé. On pourroit avoir les

deux rapports précis, en employant une quatrième & une cinquième obſervations, qu'on combineroit avec la troiſième, & l'on obtiendroit ainſi le rapport précis du troiſième D avec le cinquième; on auroit donc le rapport exact des D aux obſervations première, troiſième & cinquième. Il ne s'agit donc plus que de trouver la valeur d'un ſeul D, on l'obtiendra par l'équation ſuivante

$$\Pi\Pi' B D'^2 - D'(\Pi'\beta + \Pi\gamma + \Pi\Pi'\delta) + F + \Pi' G + \quad H = 0.$$

Voilà donc le Problème réduit à une équation du ſecond degré; on en tire

$$D' = \frac{\Pi'\beta + \Pi\gamma + \Pi\Pi'\delta}{2\,\Pi\Pi' B} \pm \sqrt{\left[\frac{(\Pi'\beta + \Pi\gamma + \Pi\Pi'\delta)^2}{4\,\Pi^2\Pi'^2 B^2} - \frac{(F + \Pi' G + \Pi H)}{\Pi\Pi' B}\right]}.$$

Cette équation a deux racines; il faut choiſir celle qui ſatisfait à peu-près à une ſeconde équation que propoſe M. du Séjour. On détermine d'abord r', r''' & c par les équations ſuivantes.

$$r' = \sqrt{[R'^2 + D'^2 - 2\,D'R' \text{ coſ. } L' \text{ coſ. } (C' - S')]},$$
$$r''' = \sqrt{[R'''^2 + \Pi^2 D'^2 - 2\,\Pi D' R''' \text{ coſ. } L''' \text{coſ. } (C''' - S''')]},$$
$$c^2 = \frac{4\,\vartheta^2 s^2}{r' + r'''}\left[1 + \frac{1}{3}\frac{\vartheta^2 s^2}{(r' + r''')^3}\right].$$

Dans cette dernière équation ϑ eſt le temps écoulé entre la première & la troiſième obſervation, exprimé en minutes; & s eſt l'eſpace que la Terre dans ſes diſtances moyennes parcourt pendant une minute de temps; le logarithme de s^2 eſt 0,1544304. La ſeconde équation, à laquelle il faut que la véritable valeur de D' ſatisfaſſe, au moins à peu-près, ſera donc celle-ci

$$D'\left(D' - \frac{2\,F}{\delta}\right) + \frac{1}{\delta}(G - c^2) = 0.$$

Dans ſept ou huit eſſais que j'ai faits de la méthode de M. du Séjour, je n'ai point été obligé de recourir à cette ſeconde équation, & je penſe que la première doit preſque

toujours ſuffire, les circonſtances de l'obſervation devant preſque toujours décider la racine qu'il faut choiſir.

Connoiſſant D' on connoîtra D'' & D''' par les équations $D'' = D'\,\Pi'$ & $D''' = D'\,\Pi$. Si les intervalles des temps ſont égaux, comme ils le ſont dans notre exemple, & comme il eſt à propos qu'ils le ſoient toujours, du moins lorſqu'ils ſont un peu conſidérables, on aura $\Pi = \frac{\mu'''}{\mu'}$ & $\Pi' = \frac{\mu''}{2\mu'}$.

Les équations précédentes ſuppoſent les obſervations prochaines, elles peuvent cependant s'appliquer à des obſervations plus éloignées, en liant celles-ci par des obſervations intermédiaires; les erreurs ſe compenſeront alors, dit M. du Séjour, & le réſultat ſera le plus exact qu'il puiſſe être. Que les obſervations pour leſquelles on veut déterminer les D ſoient éloignées, mais qu'on ait entre elles des obſervations voiſines les unes des autres, & dont on aura déterminé les D par la méthode précédente, on connoîtra le rapport de ces D ſucceſſifs. Que l'on ait donc

$D' : d' :: m' : n' . d' : d'' :: m'' : n'' . d'' : d''' :: m''' : n''' \ldots d : D'' :: m : n.$

&

$D' : \delta' :: \mu' : \nu' . \delta' : \delta'' :: \mu'' : \nu'' . \delta'' : \delta''' :: \mu''' : \nu''' \ldots \delta : D''' :: \mu : \nu.$

On fera

$$\Pi' = \frac{n'\,n''\,n''' \ldots\ldots n}{m'\,m''\,m''' \ldots\ldots m}, \ \& \ \Pi = \frac{\nu'\,\nu''\,\nu''' \ldots\ldots \nu}{\mu'\,\mu''\,\mu''' \ldots\ldots \mu}.$$

On emploîra Π' & Π ainſi déterminés dans l'équation qui donne la valeur de D', & dans les deux équations

$$D'' = D'\,\Pi', \ \& \ D''' = D'\,\Pi.$$

Combinant enſemble les obſervations des 4, 6, & 8 Septembre, nous avons trouvé les quantités ſuivantes

B	$= +$ 0,00005031.	Son logarithme	5,7016543.
β	$-$ 0,04720316.		8,6739711.
γ	$+$ 0,10173346.		9,0074638.
δ	$-$ 0,05607246.		8,7487496.

F	$=$	$+ 0,010549927$. Son logarithme	$8,0232495$.
G		.... $-$	$8,3741651$.
H		.... $+$	$8,1117687$.
μ'		$+ 0,05412673$.	$8,7334118$.
μ''		$+ 0,10105617$.	$9,0045628$.
μ'''		$+ 0,04836287$.	$8,6845120$.
Π		....	$9,9511002$.
Π'		....	$9,9701210$.

L'équation pour trouver D' deviendra donc

$$D' = \frac{0,000064823}{0,00008392772} \pm \sqrt{\left(\frac{0,000064823^2}{0,00008392772^2} - \frac{0,000012961}{0,00004196387}\right)}.$$

Donc en prenant le ſigne $+$, $D' = 1,30873366$ & en admettant le ſigne $-$, $D' = 0,23599992$. Or, vu l'éclat que la Comète avoit pour lors, & la promptitude de ſon mouvement géocentrique, il n'eſt pas poſſible de ſuppoſer qu'elle fût beaucoup plus éloignée de la Terre que le Soleil; donc il n'eſt pas poſſible d'admettre la première valeur de D'; il faut donc s'en tenir à la ſeconde, & l'on aura pour premier réſultat

$$D' = 0,23599992.$$
$$D'' = 0,22030934.$$
$$D''' = 0,21086898.$$

Calculant enſuite le réſultat des obſervations des 6, 8 & 10 Septembre, nous avons eu

B	$=$	$- 0,000077003$. Son logarithme	$5,8865076$.
β		$- 0,05113678$.	$8,7087333$.
γ		$+ 0,10664351$.	$9,0279344$.
δ		$- 0,05739203$.	$8,7588516$.
F		$+ 0,011835125$.	$8,0731729$.
G		.... $-$	$8,4123666$.
H		.... $+$	$8,1345635$.
μ'		$+ 0,05530021$.	$8,7427268$.
μ''		$+ 0,10599113$.	$9,0252695$.
μ'''		$+ 0,05252035$.	$8,7203276$.
Π		....	$9,9776008$.
Π'		....	$9,9815127$.

Donc

Donc

$$D' = \frac{0,000041625}{-0,0001401687} \pm \sqrt{\left(\frac{0,000041625^2}{0,0001401687^2} - \frac{0,000014645}{-0,000070084355}\right)}.$$

Les deux valeurs de cette équation ſont

$$D' = -0,84207804, \quad \& \quad D' = +0,24815096.$$

La première valeur étant négative ne peut être admiſe, il faut donc prendre la ſeconde, & l'on aura pour deuxième réſultat,

$$D' = 0,24815096.$$
$$D'' = 0,23780923.$$
$$D''' = 0,23567679.$$

Un pareil procédé ſur les obſervations des 8, 10 & 12 Septembre, nous a donné pour troiſième réſultat,

$$D' = 0,25389615.$$
$$D'' = 0,25074243.$$
$$D''' = 0,25664382.$$

Ces réſultats ſont non-ſeulement inexacts en eux-mêmes, ils ne s'accordent pas même entre eux. Pour diſtance de la Comète à la Terre le 8 Septembre, la première combinaiſon a donné 0,2109 ; la ſeconde 0,2378 ; la troiſième 0,2539 ; & la véritable diſtance étoit 0,328. C'eſt que le terme $\frac{1}{2} \frac{f}{r''^3} \theta' \theta''$, qu'on a négligé comme très-petit, ſe trouvoit plus grand que les numérateurs & les dénominateurs des fractions qui compoſent la valeur de D'. Dans tous les eſſais que nous avons faits de la méthode de M. du Séjour, nous avons toujours rencontré de ces numérateurs & de ces dénominateurs extrêmement petits, ſur leſquels les erreurs des obſervations ne peuvent qu'influer ſenſiblement.

Nous avons auſſi comparé les obſervations des 4, 8 & 12 Septembre, en les liant par les obſervations intermédiaires du 6 & du 10.

Le premier réſultat, nous a donné du 4 au 6,

$D' : d' : m' : n' :: 0,23599992 : 0,22030934$, .

Le second résultat, du 6 au 8, a produit

$d' : D'' : m'' : n'' :: 0{,}24815096 : 0{,}23780923.$

Donc, du 4 au 8, on aura

$$\Pi' = \frac{n' n''}{m' m''} = \frac{0{,}22030934 \times 0{,}23780923}{0{,}23599992 \times 0{,}24815096}.$$

Le logarithme de Π', est $9{,}9516337$.

D'autre part, le premier résultat a produit, du 4 au 8,

$D' : \delta' :: \mu' : \nu' :: 0{,}23599992 : 0{,}21086898.$

On conclut du troisième résultat, du 8 au 12,

$\delta' : D''' :: \mu'' : \nu'' :: 0{,}25389615 : 0{,}25664382.$

Donc, du 4 au 12,

$$\Pi = \frac{\nu' \nu''}{\mu' \mu''} = \frac{0{,}21086898 \times 0{,}25664382}{0{,}23599992 \times 0{,}25389615}.$$

Le logarithme de Π, est $9{,}9557749$.

Employant ces Π au lieu de ceux qu'on auroit trouvés par les formules $\Pi = \frac{\theta'' \mu'''}{\theta' \mu'}$ & $\Pi' = \frac{\theta'' \mu''}{\vartheta \mu'}$, ne changeant rien d'ailleurs au reste du calcul, on parviendra enfin à l'équation finale

$$D' = -\frac{0{,}00023203}{0{,}0003554693} \pm \sqrt{\left(+\frac{0{,}00023203^2}{0{,}0003554693^2} - \frac{0{,}0000062184}{0{,}000177734 65}\right)}.$$

Les deux valeurs de D′ seront donc $+ 0{,}92879186$ & $+ 0{,}37669352$; la première est manifestement trop forte; il faut donc choisir la seconde.

$$D' = 0{,}37669352.$$
$$D'' = \Pi' D' = 0{,}33699372.$$
$$D''' = \Pi D' = 0{,}34022250.$$

Nous voilà donc fort près de la vérité, puisque les vraies distances de la Comète à la Terre étoient 0,3655; 0,328 & 0,333; & il y a tout lieu de croire que nous nous en serions approchés davantage, si au lieu de nous contenter de cinq observations, nous en eussions employé un plus grand

nombre. On pourroit objecter qu'en multipliant les combinaiſons d'obſervations, le calcul devient bien long, & que d'ailleurs il eſt peu de Comètes, dont les obſervations ſe ſuivent d'aſſez près, pour permettre un nombre ſuffiſant de combinaiſons d'obſervations voiſines. Mais enfin on trouve de ces Comètes, telles que celles de 1763 depuis le 4 juſqu'au 26 Octobre, celle de 1769 depuis le 21 Août juſqu'au 15 Septembre, & depuis le 22 Octobre juſqu'au 10 Novembre, & pluſieurs autres. Le calcul eſt long, mais il épargne l'ennui des tâtonnemens. Enfin l'on ne peut diſconvenir qu'il eſt beau d'avoir réduit le problème des Comètes à une équation du ſecond degré. Au reſte nous ne prétendons point décider entre cette ſolution & la ſuivante; nous laiſſons à la volonté du calculateur le choix de l'une ou de l'autre.

Nous ne devons pas omettre une remarque importante de M. du Séjour; c'eſt que les L ſont quelquefois fort petites, & l'uſage de leur ſinus eſt alors très-équivoque, vu les légères erreurs dont il n'eſt guère poſſible que les obſervations ne ſoient affectées. On peut alors trouver D'' par l'équation ſuivante, qui ne renferme aucun ſinus de latitude; X y déſigne la quantité $1 - \frac{1}{2}\frac{F\theta'\theta''}{r''^3}$, & Y eſt $1 - \frac{1}{2}\frac{F\theta'\theta'''}{r''^3}$, θ''' déſignant ici l'intervalle de temps entre la ſeconde & la quatrième obſervation; & ϑ'' eſt l'intervalle entre la première & la quatrième. Ayant donc choiſi quatre obſervations, on aura

$$\begin{aligned} D''\,\text{cof.}\,L''[\vartheta'\theta'''X\,\text{ſin.}(C'''-C'')\,\text{ſin.}(C''''-C') - \vartheta''\theta''Y\,\text{ſin.}(C''''-C'')\,\text{ſin.}(C'''-C')] \\ = R''[\vartheta'\theta'''X\,\text{ſin.}(C'''-S'')\,\text{ſin.}(C''''-C') - \vartheta''\theta''Y\,\text{ſin.}(C''''-S'')\,\text{ſin.}(C'''-C)] \\ - R'\theta''\theta'''\,[\,\text{ſin.}\,(C'''-S') - \text{ſin.}\,(C''''-S')\,\text{ſin.}\,(C'''-C)] \\ - \theta'\theta'''R'''\,\text{ſin.}(C'''-S''')\,\text{ſin.}(C''''-C') + \theta'\theta''R''''\,\text{ſin.}(C''''-S'''')\,\text{ſin.}(C'''-C'). \end{aligned}$$

Si l'on néglige les très-petits termes $\frac{1}{2}\frac{F\theta'\theta''}{r''^3}$ & $\frac{1}{2}\frac{F\theta'\theta'''}{r''^3}$, les quantités X & Y deviennent $= 1$, & le Problème eſt réſolu; mais pour négliger ces termes, il faut qu'ils ſoient réellement très-petits, & pour cela, il faut que les intervalles

de temps ſoient courts : mais ſi ces intervalles ſont courts, les arcs $C''' — C''$, $C''' — C'$, $C'''' — C''$ feront ſouvent très-petits. Il ſeroit à deſirer que la ſavante analyſe de M. du Séjour, pût être pouſſée juſqu'à nous épargner l'uſage des ſinus de ces petits arcs, ils m'ont arrêté pluſieurs fois.

On pourroit faire X & $Y = 1$, & trouver par-là un D'' approché, à l'aide duquel on trouveroit facilement r'' approché; on trouveroit par ce moyen une valeur approchée de X & de Y; on ſubſtitueroit cette valeur dans l'équation, & l'on acquerroit une valeur plus approchée de D''; on réitéreroit l'opération autant qu'on le jugeroit néceſſaire, & l'on parviendroit enfin à la véritable valeur de D''; mais cela n'abrégeroit pas le calcul.

Huitième Solution.

CETTE méthode n'eſt pas auſſi directe *(a)* que la précédente; mais elle a ſur elle l'avantage de pouvoir renfermer un plus grand intervalle de temps, & de ne pas expoſer à l'uſage de ſinus d'arcs trop petits. Je l'ai eſſayée ſur les Comètes de 1763, de 1769 & de 1780, & elle m'a réuſſi; M.rs de la Place & Méchain l'ont employée avec ſuccès ſur d'autres Comètes. M. de la Place en eſt l'auteur; il en a développé les principes dans un Mémoire, imprimé parmi ceux de l'Académie, *année 1780.* En voici le mécaniſme.

Choiſiſſez trois, quatre ou cinq obſervations de la Comète, ou même plus, ſi vous le jugez à propos. Il faut que les intervalles de temps entre les obſervations ſoient les plus égaux qu'il ſera poſſible; on fera même bien, pour la commodité du calcul, de réduire toutes les obſervations à la même heure du jour. Si les obſervations ne ſont données qu'en aſcenſion droite & en déclinaiſon, on ſimplifiera beaucoup

(a) Par *méthode directe*, nous entendons ici une méthode fondée ſur une équation réſoluble ſans tâtonnemens, telles que ſont toutes les équations qui n'excèdent pas le quatrième degré. Les équations d'un degré ſupérieur au quatrième ne peuvent être réſolues ſans quelque tâtonnement, dans l'état où eſt actuellement la Science analytique.

le calcul, en réduiſant d'abord ces aſcenſions droites & ces déclinaiſons en longitudes & en latitudes; ſi l'on prend quatre obſervations, elles peuvent embraſſer dans le ciel un arc de 30 degrés, un de 36 ou de 40, ſi l'on a choiſi cinq obſervations. Plus on prend d'obſervations, plus elles doivent embraſſer d'eſpace dans le ciel; par-là l'influence de leurs erreurs eſt d'autant plus diminuée.

Nous choiſirons encore pour exemple, les cinq obſervations des 4, 6, 8, 10 & 12 Septembre 1769; la route géocentrique de la Comète, durant cet intervalle de temps, a été de près de 44 degrés; c'eſt peut-être un peu trop, mais nous ſommes parvenus à notre but. Nos intervalles de temps ſont de deux jours ſeulement, en ne les faiſant que d'un jour, ou même d'un jour & demi, l'eſpace parcouru par la Comète auroit été trop petit pour cinq obſervations.

Que C marque comme à l'ordinaire les longitudes, & L les latitudes obſervées de la Comète, ou qu'on ſe ſerve de ces caractères pour déſigner les aſcenſions droites & les déclinaiſons; ſi l'on aime mieux employer ces élémens, ce que je ne penſe pas qu'il ſoit à propos de faire. Les θ, ou différence de temps entre les obſervations, ſont ici exprimées en jours.

Faites

$$dC' = \frac{C'' - C'}{\theta'},\ dC'' = \frac{C''' - C''}{\theta''},\ dC''' = \frac{C'''' - C'''}{\theta'''},$$

& ainſi de ſuite, juſqu'à la dernière obſervation.

Prenez

$$d^2C' = \frac{dC'' - dC'}{\theta' + \theta''},\ d^2C'' = \frac{dC''' - dC''}{\theta'' + \theta'''},\ d^2C''' = \frac{dC'''' - dC'''}{\theta''' + \theta''''},\ \&c.$$

$$d^3C' = \frac{d^2C'' - d^2C'}{\theta' + \theta'' + \theta'''},\ d^3C'' = \frac{d^2C''' - d^2C''}{\theta'' + \theta''' + \theta''''}.$$

$$d^4C' = \frac{d^3C'' - d^3C'}{\theta' + \theta'' + \theta''' + \theta''''},\ \&c.$$

On continuera cette opération juſqu'à ce qu'on parvienne à un quotient $d^{n-1}C'$, n ſignifiant ici le nombre des

obſervations ; nous avons cinq obſervations, donc $d^4 C'$ eſt notre dernier quotient.

Choiſiſſez un temps, ou une époque moyenne entre les obſervations extrêmes. Pour faciliter le calcul, ſi le nombre des obſervations eſt impair, on peut choiſir pour époque, le temps même de l'obſervation mitoyenne. Que $\tau' \tau'' \tau'''$, &c. déſignent les jours écoulés entre l'époque & l'inſtant de chaque obſervation, les τ qui précédent l'époque étant cenſés négatifs. La longitude (ou l'aſcenſion droite) de la Comète, pour un temps quelconque, diſtant de l'époque du nombre ζ de jours, ſera

$$C' - \tau' dC' + \tau'\tau'' d^2 C' - \tau'\tau''\tau''' d^3 C' + \tau'\tau''\tau'''\tau'''' d^4 C' - \&c.$$
$$+ \zeta [dC' - (\tau' + \tau'') d^2 C' + (\tau'\tau'' + \tau'\tau''' + \tau''\tau''') d^3 C'$$
$$- (\tau'\tau''\tau''' + \tau'\tau''\tau'''' + \tau'\tau'''\tau'''' + \tau''\tau'''\tau'''') d^4 C' + \&c.]$$
$$+ \zeta^2 [d^2 C' - (\tau' + \tau'' + \tau''') d^3 C'$$
$$+ (\tau'\tau'' + \tau'\tau''' + \tau'\tau'''' + \tau''\tau''' + \tau''\tau'''' + \tau'''\tau'''') d^4 C' - \&c.].$$

On s'aperçoit facilement que dans le premier membre de cette formule, les coéfficiens des dC ſont, 1.° le premier τ ; 2.° le produit des deux premiers τ ; 3.° le produit des trois premiers τ, &c.

Dans le ſecond membre, ces coéfficiens ſont, 1.° la ſomme des deux premiers τ ; 2.° la ſomme des produits alternatifs des trois premiers τ, pris deux à deux ; 3.° la ſomme des produits alternatifs des quatre premiers τ, pris trois à trois, &c.

Enfin dans le troiſième membre, les coéfficiens ſont, 1.° la ſomme des trois premiers τ ; 2.° la ſomme des produits alternatifs des quatre premiers τ, pris deux à deux ; 3.° s'il y avoit ſix obſervations, la ſomme des produits alternatifs des cinq premiers τ, pris trois à trois ; le dernier τ n'a jamais lieu dans cette formule.

S'il y a cinq obſervations, & que l'époque ſoit fixée au moment de la troiſième obſervation, alors $\tau''' = 0$, & la formule devient

$$C' - \tau' d C' + \tau'\tau'' d^2 C'$$
$$+ \zeta [dC' - (\tau' + \tau'') d^2 C' + \tau'\tau'' d^3 C' - \tau'\tau''\tau'''' d^4 C']$$
$$+ \zeta^2 [d^2 C' - (\tau' + \tau'') d^3 C' + (\tau'\tau'' + \tau'\tau'''' + \tau''\tau'''') d^4 C']$$

Si les temps sont égaux, & l'époque fixée à la troisième des cinq observations, le calcul devient encore plus simple; τ marquant le nombre de jours entre deux observations consécutives, la formule devient

$$C''' + \zeta\left(\frac{C' - C'''''}{12\tau} + \frac{2C'''' - 2C''}{3\tau}\right) + \zeta^2\left(\frac{2C'' + 2C''''}{3\tau^2} - \frac{5C'''}{4\tau^2} - \frac{(C''''' + C')}{24\tau^2}\right).$$

On est donc alors dispensé de tout le calcul des dC qui précède, cette dernière formule ne comprenant aucun dC.

Il faut opérer de même sur les latitudes (ou déclinaisons) de la Comète, la marche est absolument la même; il n'y a dans tout ce qui vient d'être dit, que les C à changer en L. Les latitudes boréales doivent être traitées comme positives; les australes comme négatives.

Nous avons dans notre exemple, les données suivantes pour 14 heures, temps moyen, Méridien de Paris, les 4, 6, 8, 10 & 12 Septembre.

C'	=	80^d 56′ 11″.	L'	=	− 17^d 51′ 39″.
C''	=	90. 18. 18.	L''	=	− 20. 7. 59.
C'''	=	101. 0. 54.	L'''	=	− 22. 5. 2.
C''''	=	112. 38. 35.	L''''	=	− 23. 20. 52.
C'''''	=	124. 19. 22.	L'''''	=	− 23. 43. 55.

En prenant pour époque le moment de la troisième observation, 8 Septembre, 14 heures, & τ étant égal à deux jours, la formule pour la longitude sera

$$101^d\ 0'\ 54'' + \zeta\ 20297'',7 + \zeta^2\ 429'',8.$$

Il faut donner maintenant à ζ, telle valeur qu'on jugera à propos, de manière cependant que le troisième terme $429'',8\ \zeta^2$ n'excède pas quatre ou cinq minutes. Si le mouvement apparent de la Comète étoit fort lent, on feroit ζ = cinq ou six jours, & même plus; mais ici que ce mouvement est très-prompt, nous ne pouvons donner à ζ que 16 heures, ou deux tiers de jour de valeur. Donnant donc à ζ successivement les deux valeurs $\zeta = -\frac{2}{3}$, & $\zeta = +\frac{2}{3}$, nous aurons les longitudes de la Comète pour

trois inſtans; 1.° pour celui qui précède de 16 heures la troiſième obſervation; 2.° pour celui de la troiſième obſervation; 3.° pour celui de 16 heures après cette même troiſième obſervation; ces longitudes ſeront donc

1.° $101^d\ 0'\ 54'' - 3^d\ 45'\ 32'' + 3'\ 11'' = 97^d\ 18'\ 33''$.
2.° 101. 0. 54.
3.° 101. 0. 54 + 3 45 32 + 3 11 = 104. 49. 37.

Ce ſont ces trois longitudes que nous déſignerons dorénavant par les caractères C', C'', C'''.

Quant aux latitudes, la formule deviendra

$$-22^d\ 5'\ 2'' - 2977''\ \zeta + 315{,}6\ \zeta^2;$$

& donnant à ζ les mêmes valeurs, on aura les trois latitudes correſpondantes aux trois longitudes déjà déterminées.

1.° $-22^d\ 5'\ 2'' + 33'\ 4'',7 + 2'\ 20'',3 = -21^d\ 29'\ 37''$.
2.° − 22. 5. 2.
3.° − 22. 5. 2. − 33. 4,7 + 2. 20,3 = − 22. 35. 46.

Nous déſignerons ces trois latitudes par L', L'', L'''.

Reprenons maintenant les coéfficiens de ζ & de ζ^2; ceux de ζ ſont pour les longitudes, 20297'',7, & pour les latitudes, — 2977''; & ceux de ζ^2 ſont pour les longitudes, 429'',8 (ou même pour plus de préciſion 429'',75), & pour les latitudes, 315,6.

Du logarithme du premier coéfficient de ζ, ôtez le logarithme conſtant 3,5500081, le reſte ſera le logarithme d'une quantité que nous nommerons β. Du double du ſecond coéfficient de ζ, ôtez pareillement le logarithme conſtant 1,7855911, le reſte ſera le logarithme d'un nombre que nous déſignerons par γ.

Pratiquez les mêmes opérations ſur les coéfficiens de ζ^2; du logarithme du premier, ôtez 3,5500081, & du logarithme du double du ſecond, ôtez 1,7855911; cette opération nous procurera les logarithmes de deux nouveaux nombres que nous nommons μ & ν.

Dans

Dans notre exemple, on trouve

Logarithme de β + 0,7574389.
Logarithme de γ + 1,1486548.
Logarithme de μ — 9,9237705.
Logarithme de ν + 1,0145759.

Si l'on avoit procédé par aſcenſions droites & déclinaiſons, on trouveroit de même les coéfficiens reſpectifs de ζ & de ζ^2, & au lieu de déterminer trois longitudes & trois latitudes, on parviendroit à trois aſcenſions droites & à trois déclinaiſons qu'il faudroit convertir par les analogies connues en longitudes & en latitudes. Déſignant ces longitudes & ces latitudes par C', C'', C''', L', L'', L''', on auroit

$$\text{Logarithme de } \beta = \log. \frac{C''' - C'}{2\,\zeta} - 3,5500081.$$

$$\text{Logarithme de } \gamma = \log. \frac{C' - 2\,C'' + C'''}{\zeta^2} - 1,7855911.$$

$$\text{Logarithme de } \mu = \log. \frac{L''' - L'}{2\,\zeta} - 3,5500081.$$

$$\text{Logarithme de } \nu = \log. \frac{L' - 2\,L'' + L'''}{\zeta^2} - 1,7855911.$$

Dans ces formules, ζ doit toujours être regardé comme poſitif.

Il faut mettre toute la préciſion poſſible dans la détermination de ces logarithmes, c'eſt de leur préciſion que dépend principalement le ſuccès de toute l'opération.

Calculez *T*, c'eſt-à-dire, le lieu de la Terre à l'inſtant choiſi pour époque, ou pour le 8 Septembre, à 14 heures, *R* rayon vecteur de la Terre au même moment, & *R'* rayon vecteur de la Terre, lorſqu'elle ſera de 90 degrés plus avancée dans l'Écliptique. Ce calcul des *R* peut ſe faire ſans le ſecours des Tables. Soit

E, l'excentricité de la Terre = 0,01680;
H, le lieu de l'aphélie de la Terre;

il étoit en 1769, en $9^s\,8^d\,58'$, il avance par an, de $1'\,6''$.

On aura

$$R = \frac{1 - E^2}{1 - E \operatorname{cof.}(T - H)}, \quad \& \quad R' = \frac{1 - E^2}{1 + E \operatorname{fin.}(T - H)}.$$

Il eſt vrai que dans ces formules, on néglige l'action de la Lune & des Planètes qui peut modifier cette diſtance; mais l'effet de cette action eſt peu conſidérable; il ne paroît pas qu'on puiſſe riſquer beaucoup en la négligeant. Le 8 Septembre, à 14 heures, on avoit

$$C = 101^d\ 0'\ 54''.$$
$$L = -\ 22.\ 5.\ 2.$$
$$T = 346.\ 35.\ 31.$$

Logar. de R 0,0026636. $R = 1{,}0061521$.

Logar. de R' 9,9931810. $R' = 0{,}9844213 6$.

Les recherches de M. de la Place l'ont conduit à deux équations en D, l'une du huitième degré, mais qui s'abaiſſe facilement au ſeptième, & l'autre ſeulement du ſixième. Combinant, décompoſant en quelque ſorte ces deux équations, il en a tiré les quatre équations ſuivantes, dans leſquelles y déſigne un rapport des élémens de la diſtance Δ aux élémens du temps, ou $\frac{d\Delta}{d\theta}$.

$$(1)\ r^2 = \frac{\Delta^2}{\operatorname{cof.}^2 L} + 2R\Delta \operatorname{cof.}(T - C) + R^2.$$

$$(2)\ y = \frac{R \operatorname{fin.}(T - C)}{2\beta}\left(\frac{1}{R^3} - \frac{1}{r^3}\right) - \frac{\gamma\Delta}{2\beta}.$$

$$(3)\ y^2 + \beta^2\Delta^2 + \left(y \operatorname{tang.} L + \frac{\mu\Delta}{\operatorname{cof.}^2 L}\right)^2$$
$$+ 2y\left[(R' - 1)\operatorname{cof.}(T - C) - \frac{\operatorname{fin.}(T - C)}{R}\right]$$
$$+ 2\beta\Delta\left[(R' - 1)\operatorname{fin.}(T - C) + \frac{\operatorname{cof.}(T - C)}{R}\right]$$
$$+ \frac{1}{R^2} - \frac{2}{r} = 0.$$

$$(4)\ y = -\Delta\left(\mu \operatorname{tang.} L + \frac{\nu}{2\mu} + \frac{\beta^2 \operatorname{fin.} L \operatorname{cof.} L}{2\mu}\right)$$
$$+ \frac{R \operatorname{fin.} L \operatorname{cof.} L}{2\mu} \operatorname{cof.}(T - C)\left(\frac{1}{r^3} - \frac{1}{R^3}\right).$$

Ces quatre équations ne renferment que trois inconnues r, Δ & y; il paroît donc que trois équations devroient suffire, nous verrons bientôt à quoi sert la quatrième.

Ces équations peuvent facilement se résoudre par des essais. On peut, comme nous l'avons dit plus haut, juger de la proximité de la Comète à la Terre, par sa grandeur, son éclat, la promptitude de son mouvement, &c. on peut aussi employer quelqu'une des solutions précédentes, pour avoir un D ou un Δ approché. Si c'est un D que l'on a trouvé, on aura le Δ correspondant par la formule $\Delta = D \text{ cos. } L$. Quoi qu'il en soit, on supposera dans l'équation (1), une valeur à Δ; cette équation donnera la valeur correspondante de r, & l'équation (2) donnera celle de y. Faisant usage de ces valeurs dans la troisième équation, si cette équation se réduit à 0, la valeur supposée de Δ est sa véritable valeur; si l'équation (3) donne un reste, il faut supposer à Δ une autre valeur; une valeur plus petite que la première, si le reste est positif; une plus grande au contraire, si le reste est négatif. Ce tâtonnement ne peut être bien long, & d'ailleurs dès la première opération on a tous les coéfficiens de Δ, r & y, qui restent les mêmes pour toutes les opérations subséquentes.

Comme ces équations sont une décomposition d'une équation d'un degré plus élevé, il se pourroit absolument faire que cette équation eût plusieurs racines réelles & positives; pour s'assurer si la valeur de Δ, qui a satisfait à l'équation (3), est réellement la véritable, on résoudra l'équation (4); si la valeur de y, trouvée par cette équation (4), diffère peu de celle qui a été donnée par l'équation (2), ce qui, je pense, arrivera au moins presque toujours, la valeur supposée de Δ est absolument sa véritable valeur.

Dans ce qui précède, nous avons supposé γ plus grand que ν: si ν étoit plus grand que γ, il faudroit trouver d'abord la valeur de r par l'équation (1), puis celle de y par l'équation (4); l'équation (3), réduite à 0, prouveroit que la valeur qu'on a supposée à Δ, est réellement une de ses véritables

valeurs ; enfin, ſi l'équation (2) donnoit à y à peu-près la même valeur qu'on a trouvée par l'équation (4), on ſeroit aſſuré que la valeur qu'on a donnée à Δ, eſt ſon unique & véritable valeur, au moins extrêmement approchée.

Dans notre exemple, en ſuppoſant $\Delta = 0{,}3$, l'équation (3) donne un reſte négatif aſſez ſenſible ; il faut donc augmenter la valeur de Δ. Suppoſons $\Delta = 0{,}31$, l'équation (3) donne un reſte poſitif un peu plus grand que n'étoit le premier reſte négatif ; concluons-en que Δ eſt entre 0,30 & 0,31, un peu plus près de 0,30 que de 0,31. Soit $\Delta = 0{,}3048$, le reſte ſera négatif, & en prenant des parties proportionnelles, nous parviendrons bientôt à $\Delta = 0{,}3048303$. Dans cette hypothèſe, on trouvera par l'équation (1), $r = 0{,}9310919$; puiſque y eſt plus grand que r, nous paſſerons à l'équation (2) ; elle nous donnera $y = -0{,}31842352$; l'équation (3) ſe réduira à $-0{,}000001$, reſte extrêmement petit, & qu'on peut regarder comme nul. Enfin, l'équation (4) donne $y = -0{,}354$, &c. ce qui ne diffère pas extrêmement de $y = -0{,}318$, &c. La différence auroit peut-être été encore moindre, ſi nos cinq obſervations n'euſſent pas embraſſé dans le ciel un arc de plus de 40 degrés.

Donc, le 8 Septembre 1769, à 14 heures, temps moyen, Méridien de Paris, la diſtance accourcie Δ de la Comète à la Terre, étoit 0,3048303, & le rayon vecteur r de la Comète, 0,9310919. On connoît d'ailleurs les élémens de l'orbite de cette Comète ; nous avons calculé Δ & r pour l'inſtant donné ſur pluſieurs théories de ces élémens, & Δ & r que nous venons de trouver par la méthode de M. de la Place, tiennent à peu-près le milieu entre les réſultats de nos calculs.

PROBLÈME X.

Un Δ *& un* r *étant donnés par le Problème précédent, trouver la diſtance périhélie de la Comète, & le temps de ſon paſſage au périhélie.*

Ceci eſt la ſuite de la méthode de M. de la Place, les lettres ont la même valeur.

Faites

$$B = \frac{\Delta y + \Delta^2 \mu \text{ tang. } L}{\text{coſ.}^2 L} + R y \text{ coſ. } (T - C)$$

$$+ \Delta [(R' - 1) \text{ coſ. } (T - C) - \frac{\text{ſin. } (T - C)}{R}]$$

$$+ \Delta R \beta \text{ ſin. } (T - C) + R (R' - 1).$$

On aura π, ou diſtance périhélie $= r - \frac{1}{2} B^2$.

Si B eſt poſitif, la Comète a déjà paſſé ſon périhélie; elle ne l'a pas encore paſſé, ſi B eſt négatif.

On a de plus, $\text{coſ. } v = \frac{2\pi}{r} - 1$.

Connoiſſant v ou l'anomalie vraie, on trouvera par la *Table générale du mouvement des Comètes dans un orbe parabolique*, le temps correſpondant à cette anomalie; ajoutant au logarithme de ce temps, celui de π plus la moitié de ce même logarithme de π, on aura le logarithme des jours compris entre l'époque & le paſſage au périhélie: on ajoutera ces jours à l'époque, ou on les en retranchera, ſuivant que B aura été trouvé négatif ou poſitif.

Nous avons trouvé dans notre exemple, $B = -1,2768976$; donc B étant négatif, la Comète n'avoit pas encore paſſé par ſon périhélie.

La diſtance périhélie π, eſt 0,115582.
L'anomalie vraie v, eſt 138^d 41′ 20″.
Le temps correſpondant dans la Table générale, eſt 729,6015^j.

A ſon logarithme 2,8630857, ajoutez $\frac{3}{2}$ du logarithme

de π, ou 8,5958902, la somme sera 1,4589759, logarithme de 28,77239 jours. A l'époque, Septembre 8,58333 jours, ajoutez ces 28,77239 jours, vous aurez pour le temps du passage au périhélie, Octobre 7,35572 jours.

Ces élémens ainsi déterminés ne sont qu'approchés; nous verrons au Problème XVIII, comment on peut leur donner toute la précision possible, & en conclure les autres élémens de l'orbite de la Comète.

Avertissement.

D'APRÈS une observation quelconque de la longitude & de la latitude géocentrique d'une Comète, on peut imaginer
Fig. 14. quatre triangles, *fig. 14*; S est le Soleil; T la Terre; K le lieu de la Comète dans son orbite; C la projection de ce point sur le plan de l'Écliptique. Tirez les lignes $ST = R$, $SC = \rho$, $SK = r$, $TC = \Delta$, $TK = D$, & CK perpendiculaire abaissée de la Comète K sur le plan de l'Écliptique. Cette construction donne quatre triangles rectilignes, 1.° SCT sur le plan de l'Écliptique; on connoît dans ce triangle l'angle d'élongation $CTS = \zeta$, l'observation donne directement cet angle; on y connoît de plus le côté $ST = R$, c'est la distance actuelle du Soleil à la Terre, donnée par les Tables solaires: le reste du triangle est inconnu.

2.° Dans le triangle KST, on connoît pareillement le côté $ST = R$; l'observation conduit naturellement à la connoissance de l'angle KTS. En effet, qu'on suppose le triangle rectiligne KCS projeté dans l'étendue du ciel, il y formera un triangle sphérique rectangle en C; le côté CS sera la mesure de l'angle connu $CTS = \zeta$; le côté KC sera pareillement la mesure de l'angle $KTC = L$, latitude géocentrique, donnée par l'observation; connoissant donc les deux côtés du triangle rectangle KCS, on en connoîtra l'hypothénuse KS par l'analogie $\text{cof.}\, KS = \text{cof.}\, \zeta \,\text{cof.}\, L$; ce côté KS projeté dans le ciel est la mesure de l'angle KTS. Dans tout ceci, il faut supposer les triangles KCS,

KCT relevés sur le plan du papier, ou sur le plan de l'Écliptique, de manière que le point *K* réponde verticalement au-dessus du point *C*. Fig. 14.

3.° Dans le triangle *KCT*, rectangle en *C*, on connoît l'angle $CTK = L$, & par conséquent *KCT* son complément.

4.° Enfin dans le triangle *CKS*, rectangle en *C*, on ne connoît que l'angle droit *C*.

Dans ces quatre triangles, on ne connoît donc, soit par observation, soit par les Tables, outre les angles droits, que $TS = R$, $CTS = \zeta$, $KTS = z$ & $KTC = L$; on voit que l'angle *CSK* est la latitude héliocentrique $= \lambda$.

PROBLÈME XI.

Une seule des quantités inconnues des quatre triangles précédens, étant donnée, déterminer toutes les autres.

Que dans le triangle *CST*, outre *R* & ζ qui sont connus, on donne, ou un autre côté, ou un autre angle, on connoîtra tout le triangle, & par conséquent $CS = \varrho$, & $CT = \Delta$. Dans *CKT*, outre l'angle droit *C*, on aura l'angle $T = L$, & le côté $CT = \Delta$, on calculera $KT = D$ & *CK*. Dans le triangle *CSK*, rectangle en *C*, les deux côtés étant maintenant connus, on calculera l'angle $CSK = \lambda$, & l'hypothénuse $SK = r$.

Si c'est un angle, ou un côté du triangle *TSK*, qui soit donné, outre le côté $TS = R$, & l'angle en $T = z$; on calculera *CT* ou Δ, & le reste de l'opération procédera, comme si on étoit parti du triangle *CST*.

Il en sera de même, si dans le triangle *CTK*, outre l'angle droit en *C*, l'angle $CTK = L$ & l'angle *CKT* complément de *L*, on donne un des trois côtés; si ce n'est pas *CT*, le calcul conduira du moins à la connoissance de *CT*, & de-là à celle de toutes les autres inconnues.

Enfin, si dans le triangle *CKS*, outre l'angle droit *C*,

Fig. 14. on donne l'angle $CSK = \lambda$, ou ſon complément CKS, on connoîtra l'angle S du triangle CTS par l'analogie tang. L : tang. λ : : ſin. d'élong. CTS : ſin. de commut. CST. Si c'eſt un des côtés du triangle CKS qui eſt donné, ce quatrième cas ſe réduit à l'un des trois premiers; puiſque le côté CS appartient au triangle CTS, le côté KS fait auſſi partie du triangle KST, & qu'enfin le côté CK eſt auſſi un des côtés du triangle CTK.

Il eſt à remarquer que dans cette ſuite de triangles, il ſe rencontre quelquefois des cas indéterminés, tel que celui où ſeroient donnés deux côtés, & un angle oppoſé à l'un de ces côtés; car alors, ſi l'angle donné eſt aigu, il arrive ſouvent que l'angle oppoſé à l'autre côté donné peut être indifféremment pris aigu ou obtus; le Problème eſt également ſatisfait des deux manières. Nous tâcherons, lorſque l'occaſion s'en préſentera, de propoſer des règles certaines ſur le choix qu'il eſt alors à propos de faire.

PROBLÈME XII.

Déterminer les rapports qui exiſtent entre les différentes parties de la trajectoire d'une Comète.

LE rapport entre l'anomalie vraie v, les rayons vecteurs r, & les angles φ & χ formés par les rayons vecteurs, ſe détermine ainſi, les v, φ & χ devant toujours être pris dans le même ſens.

Par la propriété des ſections coniques, on a

$$r' = \frac{p}{1 + \varepsilon \operatorname{cof.} v'},$$

$$r'' = \frac{p}{1 + \varepsilon \operatorname{cof.} v''} = \frac{p}{1 + \varepsilon \operatorname{cof.} (v' + \varphi)},$$

$$r''' = \frac{p}{1 + \varepsilon \operatorname{cof.} v'''} = \frac{p}{1 + \varepsilon \operatorname{cof.} (v' + \chi)};$$

donc

$$p = r' + r' \varepsilon \operatorname{cof.} v' = r'' + r'' \varepsilon \operatorname{cof.} (v' + \varphi) = r''' + r''' \varepsilon \operatorname{cof.} (v' + \chi).$$

Donc

Donc

$$\varepsilon = \frac{r'' - r'}{r' \text{cos.} v' - r'' \text{cos.} (v' + \varphi)} = \frac{r''' - r'}{r' \text{cos.} v' - r''' \text{cos.} (v' + \chi)}.$$

Donc substituant $\text{cos.} \varphi \text{ cos.} v' - \text{sin.} \varphi \text{ sin.} v'$ à $\text{cos.} (v' + \varphi)$, & mettant pareillement $\text{cos.} \chi \text{ cos.} v' - \text{sin.} \chi \text{ sin.} v'$, au lieu de $\text{cos.} (v' + \chi)$, & divisant ensuite les deux dénominateurs par $\text{cos.} v'$, on aura

$$\frac{r'' - r'}{r' - r'' \text{cos.} \varphi + r'' \text{sin.} \varphi \text{ tang.} v'} = \frac{r''' - r'}{r' - r''' \text{cos.} \chi + r''' \text{sin.} \chi \text{ tang.} v'};$$

d'où l'on tire

$$\text{Tang.} v' = \frac{r'' (r''' - r') \text{cos.} \varphi - r''' (r'' - r') \text{cos.} \chi - r' (r''' - r'')}{r'' (r''' - r') \text{sin.} \varphi - r''' (r'' - r') \text{sin.} \chi}.$$

Voilà donc une équation qui fera connoître l'anomalie vraie, si trois rayons vecteurs sont donnés avec les angles qu'ils forment entr'eux; on peut aussi parvenir aux deux équations suivantes, & choisir. Soit $\beta = \frac{\text{sin.} \frac{1}{2} \chi}{\text{sin.} \frac{1}{2} \varphi}$.

$$\text{Tang.} v' = \frac{\beta (r' - r'') r''' \text{sin.} \frac{1}{2} \chi - (r' - r''') r'' \text{sin.} \frac{1}{2} \varphi}{(r' - r''') r'' \text{cos.} \frac{1}{2} \varphi - \beta (r' - r'') r''' \text{cos.} \frac{1}{2} \chi}.$$

$$\text{Tang.} v' = \frac{(r' - r'') r''' \text{sin.}^2 \frac{1}{2} \chi - (r' - r''') r'' \text{sin.}^2 \frac{1}{2} \varphi}{(r' - r''') r'' \text{cos.} \frac{1}{2} \varphi \text{ sin.} \frac{1}{2} \varphi - (r' - r'') r'' \text{cos.} \frac{1}{2} \chi \text{ sin.} \frac{1}{2} \chi}.$$

Si au temps de la première observation, la Comète n'a point encore passé par son périhélie, ce dont il est toujours facile de s'assurer, on emploira les mêmes équations, mais il faudra changer le signe du numérateur.

Voyez au *Problème XXI*, une autre formule pour conclure v de deux r & de l'angle compris φ, formule qui n'a lieu que pour la parabole.

Dans la parabole, on a le rapport de π, distance périhélie, à un rayon vecteur quelconque, & à son anomalie vraie correspondante, par l'analogie connue,

$$1 : \text{cos.}^2 \tfrac{1}{2} v :: r : \pi.$$

Donc $\pi = r \operatorname{cof.}^2 \frac{1}{2} v$. Or p, demi-paramètre $= 2\pi$. On a auſſi $\operatorname{cof.} v = \frac{2\pi - r}{r}$.

Les rapports ne ſont pas ſi ſimples dans l'ellipſe; on a d'abord ci-deſſus celui de ε, excentricité comparée au demi-grand axe.

$$\varepsilon = \frac{r'' - r'}{r' \operatorname{cof.} v' - r'' \operatorname{cof.} v''}, \text{ ou } = \frac{r' - r''}{r'' \operatorname{cof.} v'' - r' \operatorname{cof.} v'},$$

$$p = r + r\,\varepsilon \operatorname{cof.} v.$$

Quant à la diſtance périhélie π, on a l'analogie

$$1 : 1 + \varepsilon :: \pi : p.$$

Donc

$$\pi = \frac{p}{1 + \varepsilon} = \frac{p\, r \operatorname{cof.} v}{p + r + r \operatorname{cof.} v}.$$

Si $\pi = p$, donc $\varepsilon = 0$, & la trajectoire eſt un cercle.

Si $p = 2\pi$, ε eſt $= 1$, & la trajectoire eſt une parabole.

Si p eſt plus grand que π, mais moindre que 2π, l'orbite eſt elliptique.

Enfin la trajectoire eſt hyperbolique, ſi p eſt plus grand que 2π.

L'excentricité ε décide donc de la nature de la trajectoire; cette trajectoire eſt parabolique, ſi $\varepsilon = 1$; elliptique, ſi $\varepsilon < 1$; hyperbolique, ſi $\varepsilon > 1$. Nous ne parlons pas de $\varepsilon = 0$, aucune orbite cométaire n'eſt circulaire.

Dans l'ellipſe, on a de plus

A, demi-grand axe, $= \frac{\pi}{1 - \varepsilon} = \frac{4\pi\pi}{2\pi - p}$,

a, demi-petit axe, $= \sqrt{(pA)} = \pi\alpha$,

e, excentricité rapportée au rayon moyen de l'orbite terreſtre, $= A\varepsilon = A - \pi$.

α, diſtance aphélie, $= A + e$.

PROBLÈME XIII.

Déterminer le rapport des temps avec les différentes parties de l'orbite.

On peut diſtinguer trois ſortes de temps; le temps Θ de la révolution entière d'une Comète autour de ſon orbite; le temps t écoulé entre une obſervation & le paſſage de la Comète par ſon périhélie; & le temps θ écoulé entre deux obſervations.

Le temps Θ n'a lieu que dans le cercle & dans l'ellipſe; on ſait que ſa formule eſt $\Theta = A^{\frac{3}{2}}$, la révolution ou l'année ſidérale de la Terre étant priſe pour unité.

Dans la parabole, Lambert a prouvé que le temps écoulé depuis le périhélie juſqu'à une obſervation quelconque, *Inſign. orb. Comet. propr. §. 131 & 134.*
$t = \frac{n}{3\sqrt{2}}(r + 2\pi)\sqrt{(r' - \pi)} = \frac{np\sqrt{p}}{12}(\text{tang.}^3 \frac{1}{2}v + 3 \text{ tang.} \frac{1}{2}v)$;
n, comme nous l'avons vu, *page 245*, eſt $= 116{,}2648$; ſon logarithme eſt 2,0654481. Mais il eſt plus court de conſulter la Table générale; ſi cependant l'anomalie vraie excédoit 90 degrés, elle varieroit beaucoup moins que le temps; le temps étant donné, on trouveroit facilement dans la Table, l'anomalie vraie correſpondante; mais l'anomalie étant donnée, on ne trouveroit pas avec la même préciſion le temps t qui y répond. Il faut avoir alors recours à la formule $4t = 3t' \text{tang.} \frac{1}{2}v + t' \text{tang.}^3 \frac{1}{2}v$; t' dénote ici le temps écoulé depuis le paſſage de la Comète par ſon périhélie, juſqu'à ce qu'elle ait atteint 90 degrés d'anomalie vraie. Si l'on applique donc cette formule à la Comète de 109,615, &c. jours, on aura $t = \frac{3}{4}$ 109, &c. tang. $\frac{1}{2}v + \frac{1}{4}$ 109, &c. tang.$^3 \frac{1}{2}v$; donc ajoutant 1,9149328 au logarithme de la tangente de la moitié de l'anomalie vraie, & 1,4378116 au triple de ce même logarithme, on aura les logarithmes de deux nombres, dont la ſomme ſera le t de la Table, ou de la Comète de 109 jours. La ſomme du

logarithme de ce t & des $\frac{3}{2}$ du logarithme de la distance périhélie, sera le logarithme du véritable t. Voyez-en un exemple, au *Problème XXII;* notre *Table IV* offre un autre moyen de déterminer ce même temps t. Par-tout ici, l'on suppose t & θ exprimés en jours naturels.

Dans l'ellipse & l'hyperbole, peu différentes de la parabole, si v ne surpasse pas beaucoup 90 degrés, on ne peut guère déterminer t que par une série; en voici une qui est de M. Euler.

Soit

$$b = \text{tang.}\,\tfrac{1}{2}v,$$

$$\gamma = \frac{n\pi^2}{\sqrt{p}},$$

$$q = \frac{2\pi - p}{p},$$

$$\delta = b - \tfrac{2}{3}q\,b^3 + \tfrac{3}{5}q^2 b^5 - \tfrac{4}{7}q^3 b^7 + \tfrac{5}{9}q^4 b^9 - \&c.$$
$$+ \tfrac{1}{3}b^3 - \tfrac{2}{5}q\,b^5 + \tfrac{3}{7}q^2 b^7 - \tfrac{4}{9}q^3 b^9 + \&c.$$

Dans l'hyperbole, q étant une quantité négative, tous les termes de la série deviennent positifs. Dans l'une & l'autre courbe $t = \gamma\delta$.

Si v excède beaucoup 90 degrés, la série peut devenir divergente; il faut alors recourir à une méthode directe, proposée pareillement par M. Euler, mais qui, vu la petitesse de l'angle ω, n'est praticable que lorsque la trajectoire diffère sensiblement de la parabole, ou quand v excède de beaucoup 90 degrés.

Pour l'ellipse, on cherche d'abord l'anomalie excentrique ω par la formule, $\text{tang.}\,\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(2\pi + p)}}{\sqrt{p}}\,\text{tang.}\,\frac{1}{2}v$. On aura le temps $t = \frac{n\pi^3}{2(2\pi - p)^{\frac{3}{2}}}(\omega - \epsilon\,\text{fin.}\,\omega)$. Dans cette formule, ω doit être exprimé en parties du rayon, ce qui se fera facilement par le secours de notre *Table V;* au défaut de cette Table, il faudroit réduire ω en secondes, &

au logarithme d'ω ainſi réduit, ajouter le logarithme conſtant 4,685574867; la ſomme ſeroit le logarithme d'ω réduit en parties du rayon.

Soit

p d'une Comète	1,2026629.
π	0,6853470.
Log. tang. $\frac{1}{2}v$	0,0052075.
Log. $\sqrt{(2\pi - p)}$	9,6126948.
Log. $\sqrt{(2\pi - p)}$ tang. $\frac{1}{2}v$	9,6179023.
— log. $\sqrt{p}$	0,0400719.
Log. tang. $\frac{1}{2}\omega$	9,5778304.
$\frac{1}{2}\omega$	20d 43′ 17″
ω	41. 26. 34.
Table IV, 41d en parties du rayon	0,71558499.
26′	0,00756309.
34″	0,00016484.
Somme, ou ω en parties du rayon	0,72331292.
Log. $\varepsilon = \frac{p - \pi}{\pi}$	9,8778453.
Log. ſin. ω	9,8207738.
Log. $\frac{p - \pi}{\pi}$ ſin. $\omega = \varepsilon$ ſin. ω	9,6986191.
ω en parties du rayon	0,7233129.
— ε ſin. ω	0,4995964.
ω — ε ſin. ω	0,2237165.
Son logarithme	9,3496978.
Log. de $\frac{n\pi^3}{2(2\pi - p)^{\frac{3}{2}}}$	2,4340654.
Log. de t	1,7837632.
$t =$	60,78036j.

Dans l'hyperbole, on a $\text{tang.}\frac{1}{2}\omega = \frac{\sqrt{(p - 2\pi)}}{\sqrt{p}}\,\text{tang.}\frac{1}{2}v$,

& $t = \frac{n\pi^3}{2(p - 2\pi)^{\frac{3}{2}}}\left[\frac{p - \pi}{\pi}\,\text{tang.}\,\omega - \text{log. tang.}\,(45^d + \tfrac{1}{2}\omega)\right]$.

On voit que cette dernière équation eſt tranſcendante ; pour la réſoudre, ce n'eſt pas le logarithme des Tables ordinaires, mais le logarithme hyperbolique de tang. $(45^d + \frac{1}{2}\omega)$ qu'il faut employer ; au défaut d'une Table de logarithmes hyperboliques, on peut y ſuppléer avec les Tables ordinaires de la manière ſuivante. Soit le logarithme hyperbolique cherché $= x$; on aura log. $x =$ log. du log. tang. de $(45^d + \frac{1}{2}\omega)$ $+$ 0,3622157. Ce cas n'arrive peut-être jamais, c'eſt-à-dire, qu'il n'eſt peut-être aucune Comète dont la trajectoire ſoit une hyperbole. Cependant comme dans la multitude de calculs que nous avons faits ſur les Comètes, il s'eſt préſenté quelquefois des hypothèſes qui conduiſoient à une orbite hyperbolique, & que d'ailleurs nous ne prétendons pas nier décidément la poſſibilité d'une trajectoire hyperbolique, nous allons donner un exemple de ce cas.

Suivant une hypothèſe que nous avions faite ſur la Comète de 1769, hypothèſe fauſſe, il eſt vrai, mais qui s'écartoit peu de la vérité, nous avons trouvé, pour le 21 Août, ſon anomalie vraie de $144^d\ 42'\ 2'',1$; d'autre part ſon excentricité ε étoit 1,0000402 ; elle excédoit l'unité, donc l'orbite dans cette hypothèſe devoit être hyperbolique. Le calcul nous avoit donné d'ailleurs, $p = 0,24265620$, & $\pi = 0,12132553$.

Donc

Log. de $\frac{\sqrt{(p - 2\pi)}}{\sqrt{p}}$	7,6629858.
Log. tang. $\frac{1}{2}v$	0,4973356.
Log. tang. $\frac{1}{2}\omega$	8,1603214.
$\frac{1}{2}\omega$	$0^d\ 49'\ 43'',43$.
ω	1. 39. 26,86.
$45^d + \frac{1}{2}\omega$	45. 49. 43,43.
Log. tang. de $(45^d + \frac{1}{2}\omega)$	0,0125651.
Log. de ce logarithme	8,0991660.
Log. conſtant	0,3622157.

Log. du log. hyperb. tang. $(45^d + \frac{1}{2}\omega)$....	8,4613817.
Log. hyperb. tang. de $(45^d + \frac{1}{2}\omega)$........	0,028932213.
Log. tang. ω........................	8,4614419.
Log. de ε........................	0,0000175.
Log. de ε tang. ω....................	8,4614594.
ε tang. ω..........................	0,028937393.
— log. tang. $(45^d + \frac{1}{2}\omega)$............	0,028932213.
ε tang. ω — log. tang. $(45^d + \frac{1}{2}\omega)$.......	0,000005180.
Son logarithme....................	4,7143298.
Log. de $\frac{n\pi^3}{2(p - 2\pi)^{\frac{3}{2}}}$..............	6,9498301.
Log. de t........................	1,6641599.
t..............................	46,148741.

Dans ces ſortes de calculs, on auroit ſans doute des réſultats plus exacts, en employant les grandes Tables d'Ulacq, à dix décimales, préférablement à celles de Gardiner qui n'en ont que ſept; alors le logarithme conſtant eſt 0,3622156886.

Il nous reſte à déterminer les θ, ou les temps écoulés d'une obſervation à l'autre. Deux r & l'angle compris φ ſuffiſent pour cette détermination, au moins dans la parabole. De ces données, on conclut aiſément la corde c qui ſoutend l'arc parcouru, par les analogies connues de la trigonométrie rectiligne, & nommément par la formule

$$c = \sqrt{(r'^2 + r''^2 - r'r'' \text{coſ.} \tfrac{1}{2}\varphi)}.$$

Or

$$\theta = n \frac{\left(\frac{r'+r''+c}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{r'+r''-c}{2}\right)^{\frac{3}{2}}}{3\sqrt{2}} = \frac{n}{12}(r'+r''+c)^{\frac{3}{2}}$$

$$-(r'+r''-c)^{\frac{3}{2}} = \frac{n}{3\sqrt{2}}\left[r'+r''+\sqrt{(r'r''\text{coſ.}\tfrac{1}{2}\varphi)}\right]$$

$\sqrt{\left[r'+r''-2\sqrt{(r'r''\text{coſ.}\tfrac{1}{2}\varphi)}\right]}$. Ce théorème de Lambert *Inſign. orb. &c. §.79, 80, &c.*

est très-curieux; il s'ensuit que le temps qu'une Comète emploie à parcourir un arc de sa trajectoire ne dépend, ni de la longueur de cet arc, ni de la position du périhélie, ni de la distance périhélie, mais seulement des deux rayons vecteurs & de l'angle qu'ils comprennent, ou de la somme de ces deux rayons & de la corde de l'arc parcouru.

Lambert, §. 210. Pour l'ellipse, soit $\beta = \frac{1}{2}(r' + r'' + c)$, $\gamma = \frac{1}{2}(r' + r'' - c)$, & A l'axe entier; on aura $\theta = \frac{n}{3\sqrt{2}}(\beta^{\frac{3}{2}} - \gamma^{\frac{3}{2}}) + \frac{n}{10A\sqrt{2}}(\beta^{\frac{5}{2}} - \gamma^{\frac{5}{2}}) + \frac{3n}{56A^2\sqrt{2}}(\beta^{\frac{7}{2}} - \gamma^{\frac{7}{2}}) + \frac{5n}{144A^3\sqrt{2}}(\beta^{\frac{9}{2}} - \gamma^{\frac{9}{2}}) + \frac{35n}{1408A^4\sqrt{2}}(\beta^{\frac{11}{2}} - \gamma^{\frac{11}{2}})$ + &c. La formation des coéfficiens est $\frac{1.}{3.} + \frac{1.}{2.5.} + \frac{1.3.}{2.4.7.} + \frac{1.3.5.}{2.4.6.9.} + \frac{1.3.5.7.}{2.4.6.8.11.}$ &c.

En général, pour toute sorte de courbe, on a $\theta = t'' - t'$, ou si la Comète a passé par son périhélie dans l'intervalle des observations, $\theta = t' + t''$. Or dans ce dernier cas, si l'on veut connoître θ par la série précédente, il faut partout mettre $+\gamma$, au lieu de $-\gamma$; & dans la formule pour la parabole, $+(r' + r'' - c)^{\frac{3}{2}}$, au lieu de $-(r' + r'' - c)^{\frac{3}{2}}$.

PROBLÈME XIV.

Étant donnés deux r *& le foyer, construire la parabole, &c.*

Lambert, §. 26 & seq. Fig. 23. SOIT F (*fig. 23*) le foyer, FM & FN les deux rayons vecteurs connus, ainsi que l'angle compris NFM. Portez FN de F en n sur FM; sur MN, comme diamètre, décrivez le demi-cercle MVN. Portez $nM = r' - r''$, de N en V sur le demi-cercle, & tirez MVH. Par le foyer F, tirez AFH parallèle à NV, & par conséquent perpendiculaire à MH, qu'elle rencontre en H; faites $AF = \frac{1}{2}(FM - FH)$; AH sera l'axe de la parabole, & A son sommet.

Abaissez

Abaissez la perpendiculaire ou l'ordonnée NK; soit l'abscisse $AH = x$, $AK = X$, l'ordonnée $MH = y$, $NK = Y$. L'aire du segment parabolique AMH sera $= \frac{2}{3}xy$, & celle du segment $ANK = \frac{2}{3}XY$; l'aire du quadrilatère $KNMH = \frac{1}{2}(x - X)(y + Y)$; donc l'aire du segment $NQM = AMH - ANK - KNMH = \frac{2}{3}xy - \frac{2}{3}XY - \frac{1}{2}(x - X)(y + Y) = \frac{1}{6}(xy - XY - 3xY + 3Xy)$; mais $x = \frac{y^2}{2p}$; $X = \frac{Y^2}{2p}$. Donc l'aire du segment $NQM = \frac{1}{12p}(y^3 - 3y^2Y + 3yY^2 - Y^3) = \frac{(y - Y)^3}{12p} = \frac{MV^3}{24AF} = \frac{1}{3}\sqrt{(r'r'')}\,\text{fin.}\frac{1}{2}\varphi\,[r' + r'' - 2\sqrt{(r'r'')}\,\text{cof.}\frac{1}{2}\varphi]$; donc l'aire du secteur $FMQN = \frac{1}{3}\sqrt{(r'r'')}\,\text{fin.}\frac{1}{2}\varphi\,[r'r'' + \sqrt{(r'r'')}\,\text{cof.}\frac{1}{2}\varphi] = \frac{1}{6}\sqrt{[c^2 - (r'' - r')^2]}\,[r' + r'' + \frac{1}{2}\sqrt{(r' + r'' - c^2)}] = \frac{1}{3}\sqrt{\pi}\,[(\frac{r' + r'' + c}{2})^{\frac{3}{2}} - (\frac{r' + r'' + c}{2})^{\frac{3}{2}}]$. Mais soit m le secteur parabolique $FMQN$, parcouru par le rayon vecteur dans l'intervalle des deux observations, on aura toujours $\theta = \frac{nm}{\sqrt{(p)}}$; c'est le fondement des valeurs que nous avons données à θ dans le Problème précédent.

Fig. 23.

Si $\varphi = 180^d$, ce qui auroit nécessairement lieu, si la Comète étoit observée dans l'un & l'autre nœud, on auroit $\theta = \frac{n}{3\sqrt{(2)}}(r' + r'')^{\frac{3}{2}}$; le temps θ étant donc connu par observation, on connoîtroit la somme des rayons vecteurs = la ligne des nœuds, $= \sqrt[3]{(\frac{18\,\theta^2}{n^2})}$, & l'on auroit même alors $\pi = \frac{r'r''}{r' + r''} = \frac{r'r''}{c}$.

PROBLÈME XV.

Déterminer la différence du mouvement d'une Comète dans une orbite parabolique & dans une orbite elliptique.

Simpson, Miscellaneous tracts, pag. 58. Fig. 24.

Que PNG (*fig.* 24) soit une parabole, & PBH une ellipse fort excentrique, ayant le même sommet P & le même foyer S que la parabole. Que deux Comètes partent en même temps du sommet P pour décrire l'une la parabole, l'autre l'ellipse; & qu'en un même instant, elles se trouvent la première en N, la seconde en n; le Problème se réduit à déterminer, 1.° la différence des deux anomalies vraies PSN & PSn; 2.° la différence des deux rayons vecteurs SN & Sn.

Menez NBC perpendiculaire à l'axe PSC; soit $PC = x$, $PS = \pi$, le grand axe entier de l'ellipse $= A$; donc le petit axe $= 2\sqrt{[\pi(A - \pi)]}$; le paramètre $= \frac{4A\pi - 4\pi\pi}{A}$; & l'ordonnée $BC = \frac{2\sqrt{[(A\pi - \pi\pi)(Ax - xx)]}}{A}$ par la propriété de l'ellipse, $= 2\pi^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}(1 - \frac{\pi}{A})^{\frac{1}{2}}(1 - \frac{x}{A})^{\frac{1}{2}}$ $= 2\pi^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}(1 - \frac{\pi}{2A} - \frac{x}{2A})$ à très-peu-près. Otez cette dernière quantité de $CN = 2\pi^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}$ par la nature de la parabole; il restera $BN = \pi^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}(\frac{\pi + x}{A})$. Multipliez par ∂x cette valeur de BN, & integrez; il viendra $\pi^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}(\frac{2\pi x}{3A} + \frac{2xx}{5A})$ pour valeur de l'aire NPB, ou de l'aire NPv à très-peu-près, v étant le point où le rayon vecteur parabolique SN coupe l'orbite elliptique. Otez l'aire NPv de l'aire $NSP = CN \times \frac{2}{3}PC - CN \times \frac{1}{2}CS = 2\pi^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}} \times \frac{2}{3}x - 2\pi^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}} \times (\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\pi)$,

$= \pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} (\pi + \frac{1}{3} x)$, il reste l'aire $\nu PS = \pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$ Fig. 24.
$(\pi + \frac{1}{3} x - \frac{2 \pi x}{3 A} - \frac{2 x x}{5 A})$.

Le paramètre de la parabole est $= 4\pi$, & celui de l'ellipse $= \frac{4 A \pi - 4 \pi \pi}{A}$, on a $\sqrt{4\pi} : \sqrt{(\frac{4 A \pi - 4 \pi \pi}{A})}$: : l'aire parabolique $NSP = \pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} (\pi + \frac{1}{3} x)$: aire elliptique correspondante ou simultanée $nSP = \sqrt{(1 - \frac{\pi}{A})}$ $\pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} (\pi + \frac{1}{3} x) = \pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} (1 - \frac{\pi}{2 A}) (\pi + \frac{1}{3} x)$ à très-peu-près $= \pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} (\pi + \frac{1}{3} x - \frac{\pi \pi}{2 A} - \frac{\pi x}{6 A})$, ce qui étant retranché de l'aire νPS, il reste l'aire νSn $= \pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} (\frac{\pi \pi}{2 A} - \frac{\pi x}{2 A} - \frac{2 x x}{5 A})$.

Tirez maintenant la tangente NA & la normale MN; par la nature de la parabole $SM = SN = SA$, & l'angle $PMN = \frac{1}{2} PSN$; soit la tangente de cet angle $PMN = z$. Donc $1 : z :: MC = 2\pi : CN = 2 \pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}}$; donc $x = \pi z^2$. Substituant cette valeur dans celle de l'aire νSn, on aura cette aire $\nu Sn = \pi z (\frac{\pi \pi}{2 A} - \frac{\pi^2 z^2}{2 A} - \frac{2 \pi^2 z^4}{5 A})$ $= \frac{\pi^3 z}{2 A} (1 - z^2 - \frac{4}{5} z^4)$; & divisant cette dernière valeur par $\frac{1}{2} S\nu^2 = \frac{1}{2} (\pi + x)^2 = \frac{1}{2} \pi^2 (1 + zz)^2$, le quotient $\frac{\pi z}{A} \times \frac{(1 - z^2 - \frac{4}{5} z^4)}{(1 + zz)^2}$ sera la mesure de l'angle νSn en parties du rayon; donc si l'on fait $m = 3437$, $=$ le nombre de minutes contenu dans un arc égal au rayon, & $q = \frac{z (1 - z^2 - \frac{4}{5} z^4)}{(1 + zz)^2}$, il est évident que $\frac{\pi}{A} m q$ exprimera le même angle νSn en minutes de degré. Or cet

Fig. 24. angle $\nu S n$, eſt la différence cherchée des deux anomalies vraies dans la parabole & dans l'ellipſe.

Il ne nous reſte plus qu'à trouver le rapport des rayons vecteurs SN, Sn; dans le triangle $BN\nu$, on a $N\nu = \frac{\text{ſin. } NB\nu}{\text{ſin. } B\nu N} \times BN = \frac{\text{ſin. } ANC}{\text{ſin. } ANS} \times BN$, vu que AN & $B\nu$ ſont ſenſiblement parallèles, $= \frac{\text{ſin. } AMN}{\text{coſ. } AMN} \times BN$, parce que les triangles ANC, MNC ſont ſemblables, & que l'angle CAM eſt égal à l'angle CNM; donc $N\nu =$ tang. $AMN \times BN = z \times \pi^{\frac{1}{2}} x^{\frac{1}{2}} (\frac{\pi + x}{A}) = \frac{\pi^2 z^2}{A} \times (1 + zz)$. Tirez bn perpendiculaire à $S\nu$, vous aurez, $1 : \frac{\pi q}{A}$ (meſure de l'angle $nS\nu$) $:: \pi(1 + zz)$ ($= Sn$ à très-peu-près) $: bn = \frac{\pi\pi q}{A}(1 + zz)$; mais les triangles MNC & $n\nu b$ ſont ſemblables; donc $1 : z :: CM : CN :: nb = \frac{\pi\pi q}{A}(1 + zz) : b\nu = \frac{\pi\pi z q}{A}(1 + zz)$. Mais $N\nu = \frac{\pi\pi zz}{A}(1 + zz)$; donc $Nb = N\nu + b\nu = \frac{\pi\pi z}{A}(q + z)(1 + zz)$. Donc $Nb : SN = \pi(1 + zz) :: \frac{\pi z}{A}(q + z) : 1$; donc $Sn = Sb : SN :: 1 - \frac{\pi z}{A}(q + z) : 1$.

C'eſt ſur ces principes que Simpſon a calculé notre *III.ᵉ Table pour déterminer la différence entre les anomalies vraies & les rayons vecteurs dans la parabole & dans l'ellipſe;* cette Table, quoique fort utile, n'eſt cependant pas de la plus extrême préciſion; parce que dans la précédente analyſe, Simpſon a été forcé de négliger des termes fort petits, il eſt vrai, mais cependant finis, comme s'ils étoient infiniment petits. On peut cependant, quand on ſe propoſe de calculer un grand nombre de lieux d'une Comète dans l'ellipſe, employer cette Table, & parvenir à des réſultats précis. On

choisit pour cela dans la parabole des anomalies vraies, par lesquelles on suppose que la Comète a passé; au-dessous de 90 degrés, on peut les prendre de 20 en 20 degrés, & seulement de 10 en 10, au-delà de 90 degrés; on applique à ces anomalies vraies & aux logarithmes des rayons vecteurs correspondans, les corrections indiquées par la Table, & dont nous avons fait voir l'usage aux *Problèmes VI & VII;* on obtient ainsi les anomalies vraies & les rayons vecteurs, corrigés par la Table. On calcule ensuite ces mêmes anomalies vraies & ces rayons vecteurs, par la méthode stricte exposée dans les mêmes *Problèmes,* & l'on a les anomalies & les rayons vecteurs véritables. Comparant les deux résultats, on reconnoît la quantité de l'erreur de la Table, pour toutes les anomalies paraboliques qu'on avoit choisies, & l'on en conclut avec la plus grande facilité les erreurs de la Table pour tous les degrés d'anomalie vraie, intermédiaires entre ceux qu'on a choisis. On dresse une Table qui comprend tous les degrés d'anomalie vraie que la Comète a parcourus, & l'on écrit vis-à-vis chaque degré, les erreurs des résultats de la Table, tant sur l'anomalie, que sur le logarithme du rayon vecteur. Cela fait, si l'on veut avoir dans l'ellipse, l'anomalie vraie d'une Comète à un instant donné, on cherche d'abord par la *Table générale,* son anomalie vraie dans la parabole, & l'on calcule son rayon vecteur par le *Problème II;* par la *Table III,* & par la méthode indiquée, *Problèmes VI & VII,* on corrige cette anomalie & le logarithme du rayon vecteur, pour les approprier à l'ellipse; enfin, on applique à ces élémens, ainsi corrigés, la correction des erreurs de la *Table III,* qui dans la petite Table particulière qu'on a dressée, correspondent au degré donné d'anomalie vraie dans la parabole.

Fig. 24.
La Caille, Leçons d'Astr. n.° 806.

PROBLÈME XVI.

Trois observations étant données, avec le rapport des trois △, déterminer le lieu du nœud ascendant & l'inclinaison de l'orbite à l'Écliptique.

Ce Problème qui est de M. Hennert, m'a paru assez curieux pour l'insérer ici, nous parlerons plus bas de son utilité.

Nous supposons qu'en Août 1769, on ait fait les observations suivantes de la Comète, qui paroissoit alors.

	S.	ζ élongation.	*L.*	*R.*
Jours.	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	
14,52352	142. 21. 26	102. 33. 3	3. 11. 55	0,0052440
21,54485	149. 6. 28	102. 7. 35	6. 0. 24	0,0045720
28,57679	155. 54. 15	97. 10. 19	10. 38. 27	0,0038720

Dans la troisième colonne, au lieu de la longitude observée de la Comète, nous avons marqué son élongation ζ au Soleil; cette élongation est occidentale dans les trois observations. Nous faisons les latitudes L positives, quoiqu'elles soient australes, parce qu'elles le sont toutes les trois; or qu'elles soient toutes les trois boréales, ou toutes les trois australes, le résultat est toujours le même; enfin, à la dernière colonne, au lieu des rayons vecteurs de la Terre, nous marquons, comme à l'ordinaire, leurs logarithmes.

Fig. 27. Soit *(fig. 27)* S le Soleil; ♒♓♈ l'orbite de la Terre; T', T'', T''' les lieux de la Terre, au moment des trois observations; nK partie de l'orbite de la Comète; P sommet de cette orbite, ou lieu du périhélie; K', K'', K''' les lieux de la Comète sur son orbite; C', C'', C''' les mêmes lieux projetés sur l'Écliptique, donc les lignes KC perpendiculaires

à l'Écliptique & aux lignes TC, SC; Nn ligne des nœuds; $C'I$ & $K'I$ perpendiculaires sur la ligne des nœuds; donc l'angle $C'IK'$ mesure de l'inclinaison I de l'orbite sur l'Écliptique; X intersections des rayons visuels TC, ou des Δ avec la ligne des nœuds. L'angle NST' que fait la ligne des nœuds avec le premier rayon vecteur de la Terre, sera désigné par V. Fig. 27.

Dans le triangle $C'IK'$ rectangle en C', on a $C'K' = C'I \text{ tang. } I$, & dans le triangle $T'C'K'$, on a pareillement $C'K' = C'T' \text{ tang. } L'$; donc $C'I = \frac{C'T' \text{ tang. } L'}{\text{tang. } I}$. Dans le triangle $T'SX'$, $T'X' = \frac{R \text{ sin. } V}{\text{sin. } (V + \zeta')}$, vu que $\text{sin. } (V + \zeta') = \text{sin. } SXT$; d'ailleurs dans le triangle $X'C'I$, $X'C' = \frac{C'I}{\text{sin. } (V + \zeta')}$, & mettant pour $C'I$ sa valeur, $X'C' = \frac{C'T' \text{ tang. } L'}{\text{sin. } (V + \zeta') \text{ tang. } I}$; donc $C'T'$ ou $\Delta' = X'C' + X'T' = \frac{\Delta' \text{ tang. } L'}{\text{tang. } I \text{ sin. } (V + \zeta')} + \frac{R' \text{ sin. } V}{\text{sin. } (V + \zeta')}$. Donc $\Delta' = \frac{R' \text{ sin. } V \text{ tang. } I}{\text{tang. } I \text{ sin. } (V + \zeta') - \text{tang. } L}$. Nous supposons que la ligne des nœuds est entre la Terre & la Comète, & elle y est en effet dans notre exemple; si la Comète étoit entre la Terre & la ligne des nœuds, on auroit $\Delta' = X'T' - X'C' = \frac{R' \text{ sin. } V \text{ tang. } I}{\text{tang. } I \text{ sin. } (V + \zeta') + \text{tang. } L'}$. Enfin, si la Terre étoit entre la ligne des nœuds & la Comète, on auroit

$$\Delta' = C'X' - T'X' = \frac{R' \text{ sin. } V \text{ tang. } I}{\text{tang. } L' - \text{tang. } I \text{ sin. } (V + \zeta')}$$

A la seconde observation, la Terre se sera avancée de T' en T''; soit m = le petit arc $T'T''$, ou plutôt l'angle TST''; l'angle du rayon vecteur de la Terre ST'' avec la ligne des nœuds Nn, sera $V - m$. Si la Terre, au lieu de s'approcher de la ligne des nœuds, comme dans notre exemple,

Fig. 27. s'en étoit au contraire écartée, il faudroit traiter m comme une quantité négative; si dans l'intervalle des observations la Terre avoit traversé la ligne des nœuds, l'angle seroit $m - V$. Soit $\beta = \zeta'' - m$ (ou $\zeta'' + m$, si la Terre a traversé la ligne des nœuds) en suivant la même marche qu'à la première observation, on trouvera $\Delta'' = \frac{R'' \text{sin.} (V - m) \text{ tang.} I}{\text{tang.} I \text{ sin.} (V + \beta) - \text{tang.} L''}$. Nous supposons, & nous supposerons toujours dorénavant, la ligne des nœuds entre la Terre & la Comète, quelqu'attention sur ce que nous avons dit, suffira pour appliquer aux différens cas les équations convenables.

De la première à la troisième observation, la Terre a été de T' en T'''; soit l'angle $T'ST''' = q$; l'angle $T'''SN$, sera donc $= V - q$ (ou $q - V$, si la Terre dans l'intervalle a traversé la ligne des nœuds). Soit de plus $\gamma = \zeta''' - q$ (ou $\zeta''' + q$ dans la même circonstance), on trouvera $\Delta''' = \frac{R''' \text{sin.} (V - q) \text{ tang.} I}{\text{tang.} I \text{ sin.} (V + \gamma) - \text{tang.} L'''}$.

Nous avons donc les trois équations,

$$\Delta' = \frac{R' \text{ sin.} V \text{ tang.} I}{\text{tang.} I \text{ sin.} (V + \zeta') - \text{tang.} L'},$$

$$\Delta'' = \frac{R'' \text{ sin.} (V - m) \text{ tang.} I}{\text{tang.} I \text{ sin.} (V + \beta) - \text{tang.} L''},$$

$$\Delta''' = \frac{R''' \text{ sin.} (V - q) \text{ tang.} I}{\text{tang.} I \text{ sin.} (V + \gamma) - \text{tang.} L'''}.$$

Faisons

$$\frac{\Delta'}{\Delta''} = \delta, \quad \frac{\Delta'}{\Delta'''} = \delta', \quad \frac{R'}{R''} = f, \; \& \; \frac{R'}{R'''} = h.$$

Divisons la première équation par la seconde & par la troisième; nous aurons les deux quotiens

$$\delta = \frac{f \text{ sin.} V [\text{tang.} I \text{ sin.} (V + \beta) - \text{tang.} L'']}{\text{sin.} (V - m) [\text{tang.} I \text{ sin.} (V + \zeta') - \text{tang.} L']},$$

$$\delta' = \frac{h \text{ sin.} V [\text{tang.} I \text{ sin.} (V + \gamma) - \text{tang.} L''']}{\text{sin.} (V - q) [\text{tang.} I \text{ sin.} (V + \zeta') - \text{tang.} L']}.$$

De

De ces deux équations, on tire Fig. 27.

$$\text{Tang.}\, I = \frac{\delta\, \text{ſin.}\, (V - m)\, \text{tang.}\, L' - f\, \text{ſin.}\, V\, \text{tang.}\, L''}{\delta\, \text{ſin.}\, (V - m)\, \text{ſin.}\, (V + \zeta') - f\, \text{ſin.}\, V\, \text{ſin.}\, (V + \beta)},$$

$$\text{Tang.}\, I = \frac{\delta'\, \text{ſin.}\, (V - q)\, \text{tang.}\, L' - h\, \text{ſin.}\, V\, \text{tang.}\, L'''}{\delta'\, \text{ſin.}\, (V - q)\, \text{ſin.}\, (V + \zeta') - h\, \text{ſin.}\, V\, \text{ſin.}\, (V + \gamma)}.$$

Égalant ces deux valeurs de tang. I, & mettant ſin. V coſ. m — ſin. m coſ. V au lieu de ſin. $(V - m)$, & ſin. V coſ. ζ' + coſ. V ſin. ζ' au lieu de ſin. $(V + \zeta')$; faiſant de pareilles ſubſtitutions pour ſin. $(V + \beta)$, ſin. $(V - q)$, ſin. $(V + \gamma)$, on aura l'équation

$$\frac{\delta\, \text{ſin.}\, V\, \text{coſ.}\, m\, \text{tang.}\, L' - \delta\, \text{ſin.}\, m\, \text{coſ.}\, V\, \text{tang.}\, L' - f\, \text{ſin.}\, V\, \text{tang.}\, L''}{\begin{array}{c}\delta\, \text{ſin.}^2\, V\, \text{coſ.}\, m\, \text{coſ.}\, \zeta' + \delta\, \text{ſin.}\, V\, \text{coſ.}\, V\, \text{coſ.}\, m\, \text{ſin.}\, \zeta' - \delta\, \text{ſin.}\, V\, \text{coſ.}\, V\, \text{ſin.}\, m\, \text{coſ.}\, \zeta' \\ - \delta\, \text{coſ.}^2\, V\, \text{ſin.}\, m\, \text{ſin.}\, \zeta' - f\, \text{ſin.}^2\, V\, \text{coſ.}\, \beta - f\, \text{ſin.}\, V\, \text{coſ.}\, V\, \text{ſin.}\, \beta\end{array}}$$

$$= \frac{\delta'\, \text{ſin.}\, V\, \text{coſ.}\, q\, \text{tang.}\, L' - \delta'\, \text{ſin.}\, q\, \text{coſ.}\, V\, \text{tang.}\, L' - h\, \text{ſin.}\, V\, \text{tang.}\, L'''}{\begin{array}{c}\delta'\, \text{ſin.}^2\, V\, \text{coſ.}\, q\, \text{coſ.}\, \zeta' + \delta'\, \text{ſin.}\, V\, \text{coſ.}\, V\, \text{coſ.}\, q\, \text{ſin.}\, \zeta' - \delta'\, \text{ſin.}\, V\, \text{coſ.}\, V\, \text{ſin.}\, q\, \text{coſ.}\, \zeta' \\ - \delta'\, \text{coſ.}^2\, V\, \text{ſin.}\, q\, \text{ſin.}\, \zeta' - h\, \text{ſin.}^2\, V\, \text{coſ.}\, \gamma - h\, \text{ſin.}\, V\, \text{coſ.}\, V\, \text{ſin.}\, \gamma.\end{array}}$$

Diviſant les deux numérateurs par ſin. V, & les deux dénominateurs par ſin.^{2} V, & mettant par-tout cotang. V pour $\frac{\text{coſ.}\, V}{\text{ſin.}\, V}$, il viendra

$$\frac{\delta\, \text{coſ.}\, m\, \text{tang.}\, L' - \delta\, \text{ſin.}\, m\, \text{cotang.}\, V\, \text{tang.}\, L' - f\, \text{tang.}\, L''}{\begin{array}{c}\delta\, \text{coſ.}\, m\, \text{coſ.}\, \zeta' + \delta\, \text{cotang.}\, V\, \text{coſ.}\, m\, \text{ſin.}\, \zeta' - \delta\, \text{cotang.}\, V\, \text{ſin.}\, m\, \text{coſ.}\, \zeta' \\ - \delta\, \text{cotang.}^2\, V\, \text{ſin.}\, m\, \text{ſin.}\, \zeta' - f\, \text{coſ.}\, \beta - f\, \text{cotang.}\, V\, \text{ſin.}\, \beta.\end{array}}$$

$$= \frac{\delta'\, \text{coſ.}\, q\, \text{tang.}\, L' - \delta'\, \text{ſin.}\, q\, \text{cotang.}\, V\, \text{tang.}\, L' - h\, \text{tang.}\, L'''}{\begin{array}{c}\delta'\, \text{coſ.}\, q\, \text{coſ.}\, \zeta' + \delta'\, \text{cotang.}\, V\, \text{coſ.}\, q\, \text{ſin.}\, \zeta' - \delta'\, \text{cotang.}\, V\, \text{ſin.}\, q\, \text{coſ.}\, \zeta' \\ - \delta'\, \text{cotang.}^2\, V\, \text{ſin.}\, q\, \text{ſin.}\, \zeta' - h\, \text{coſ.}\, \gamma - h\, \text{cotang.}\, V\, \text{ſin.}\, \gamma.\end{array}}$$

Si l'on fait évanouir les fractions, qu'on efface les termes qui ſe détruiſent, qu'on écrive ſin. $(m - \gamma)$, ſin. $(\zeta' - m)$, ſin. $(\beta - q)$, ſin. $(q - \zeta')$ au lieu de (ſin. m coſ. γ — ſin. γ coſ. m), (ſin. ζ' coſ. m — ſin. m coſ. ζ'), &c. & qu'on ordonne tout par rapport à cotang. V, on aura pour équation finale

Fig. 27. Cotang.$^2 V\,[\delta\, h$ ſin. m (ſin. γ tang. L' — ſin. ζ' tang. $L''')$ + $\delta' f$ ſin. q (ſin. ζ' tang. L'' — ſin. β tang. $L')]$ + cotang. $V\,[\delta\, h$ tang. L' ſin. $(m - \gamma)$ + $\delta\, h$ tang. L''' ſin. $(\zeta' - m)$ + $\delta' f$ tang. L' ſin. $(\beta - q)$ + $\delta' f$ tang. L'' ſin. $(q - \zeta)$ + fh (ſin. γ tang. L'' — ſin. β tang. $L''')]$ + $\delta\, h$ coſ. m (coſ. ζ' tang. L''' — coſ. γ tang. $L')$ + $\delta' f$ coſ. q (coſ. β tang. L' — coſ. ζ' tang. $L'')$ + fh (coſ. γ tang. L'' — coſ. β tang. $L''')$ = o.

Si l'on fait H égal au coéfficient de cotang.$^2 V$, M = au coéfficient de cotang. V & — Q = à la partie qui n'eſt pas affectée de la cotangente de V, l'équation ſera réduite à

$$\text{Cotang.}^2 V \times H + \text{cotang.}\, V \times M = Q.$$

D'où l'on tire

$$\text{Cotang.}\, V = -\frac{M}{2H} \pm \sqrt{\left(\frac{M^2}{4H^2} - \frac{Q}{H}\right)};$$

ou bien

$$\text{Tang.}\, V = \frac{M}{2Q} \pm \sqrt{\left(\frac{M^2}{4Q^2} + \frac{H}{Q}\right)}.$$

Connoiſſant V, on connoîtra le lieu du nœud = T' + ou — V, ſelon la ſituation de la ligne des nœuds par rapport au rayon ST'; on connoîtra auſſi l'inclinaiſon I, par une des deux valeurs tang. I expoſées plus haut.

Suppoſons dans l'exemple que nous avons choiſi, que les ſavantes recherches des la Grange, des du Séjour, &c. nous aient conduit, non pas à la connoiſſance de la valeur préciſe des Δ, mais à celle de leur rapport; que 0,1095214 ſoit le logarithme du rapport de Δ du 14 Août, à Δ du 21 Août, ou de $\frac{\Delta'}{\Delta''} = \delta$, & que 0,2438645 ſoit pareillement le logarithme de $\frac{\Delta'}{\Delta'''} = \delta'$, Δ''' étant le Δ du 28 Août.

On a d'après les Observations & les Tables du Soleil, Fig. 27.

$\zeta' =$ l'angle $ST'C' = \ldots\ldots\ldots\ldots$	$102^d\ 33'\ 3''$.
$m = T'ST'' = \ldots\ldots\ldots\ldots$	6. 45. 2.
$q = T'ST'' = \ldots\ldots\ldots\ldots$	13. 32. 49.
$\beta = \zeta'' - m = 102^d\ 7'\ 35'' - m =$	95. 22. 33.
$\gamma = \zeta''' - q = 97.\ 10.\ 19 - q =$	83. 37. 30.
$m - \gamma = \ldots\ldots\ldots\ldots -$	76. 52. 28.
$\zeta' - m = \ldots\ldots\ldots\ldots$	95. 48. 1.
$q - \zeta' = \ldots\ldots\ldots\ldots -$	89. 0. 14.
$\beta - q = \ldots\ldots\ldots\ldots$	81. 49. 44.
Log. tang. de $L' \ldots\ldots\ldots\ldots$	8,7472916.
Log. tang. de $L'' \ldots\ldots\ldots\ldots$	9,0221067.
Log. tang. de $L''' \ldots\ldots\ldots\ldots$	9,2738913.
Log. de $f \ldots\ldots\ldots\ldots$	0,0006720.
Log. de $h \ldots\ldots\ldots\ldots$	0,0013720.

D'après ces données, on trouvera

	δh sin. m sin. γ tang. $L' = \ldots\ldots$		0,008427580.
$-$	δh sin. m sin. ζ' tang. $L''' = \ldots\ldots$	$-$	0,027828660.
$+$	$\delta' f$ sin. q sin. ζ' tang. $L'' = \ldots\ldots$		0,042247784.
$-$	$\delta' f$ sin. q sin. β tang. $L' = \ldots\ldots$	$-$	0,022886453.
	Donc $H = \ldots\ldots\ldots\ldots$	$-$	0,000039749.

	δh tang. L' sin. $(m - \gamma) = \ldots$	$-$	0,07025676.
$+$	δh tang. L''' sin. $(\zeta' - m) = \ldots\ldots$		0,24129900.
$+$	$\delta' f$ tang. L' sin. $(\beta - q) = \ldots\ldots$		0,09713967.
$+$	$\delta' f$ tang. L'' sin. $(q - \zeta') = \ldots$	$-$	0,18474711.
$+$	$f h$ tang. L'' sin. $\gamma \ldots\ldots = \ldots\ldots$		0,10506472.
$-$	$f h$ tang. L''' sin. $\beta \ldots\ldots = \ldots$	$-$	0,18794074.
	Donc $M = \ldots\ldots\ldots\ldots$	$+$	0,00055878.

	δh cos. m cos. ζ tang. $L''' \ldots\ldots$	$-$	0,052340108.
$-$	δh cos. m cos. γ tang. $L' \ldots\ldots$	$-$	0,007954718.
$+$	$\delta' f$ cos. q cos. β tang. $L' \ldots\ldots$	$-$	0,008938398.
$-$	$\delta' f$ cos. q cos. ζ' tang. $L'' \ldots\ldots$	$+$	0,039035550.

Fig. 27. $+ f\,h$ cos. γ tang. L''	$+$	0,011738478.
$- f\,h$ cos. β tang. L'''	$+$	0,017685649.
Donc $- Q =$	$-$	0,000773547.
Ou $Q =$	$+$	0,000773547.

$\frac{M^2}{4Q^2}$	$= +$	0,13045123.
$\frac{H}{Q}$	$= -$	0,05138537.
$\frac{M^2}{4Q^2} + \frac{H}{Q}$	$= +$	0,07906586.
Sa racine quarrée	$= \pm$	0,28118652.
$\frac{M}{2Q}$	$= +$	0,36118033.
Tangente de V	$=$	{ 0,07999381. / 0,64236685.

Donc $V = 4^d\,34'\,25''$, ou $= 32^d\,42'\,55''$; si V ou l'angle $T'SN$ n'étoit que de $4^d\,34'\,25''$, la Terre ayant parcouru $6^d\,45'\,2''$ en allant de T' en T'', auroit dépassé la ligne des nœuds, ce qui est contre l'hypothèse, que dans les trois observations la ligne des nœuds a été constamment entre la Terre & la Comète; d'ailleurs, si l'on admettoit cette valeur de V, & qu'on voulût calculer la seconde distance accourcie de la Terre à la Comète, à l'aide de la formule $\Delta'' = \frac{R''\ \text{fin.}\ V\ -\ m\ \text{tang.}\ I}{\text{tang.}\ I\ \text{fin.}\ (V\ +\ \beta)\ -\ \text{tang.}\ L''}$, on trouveroit cette distance négative, ainsi que Δ'''. La première valeur de V n'est donc pas admissible; donc V ou l'angle $T'SN = 32^d\,42'\,55''$. Or T', premier lieu de la Terre, est $322^d\,21'\,26''$, & l'on suit l'ordre des signes pour aller de T' à la ligne des nœuds; donc le nœud est en $322^d\,21'\,26'' + 32^d\,42'\,55''$, ou en $355^d\,4'\,21''$. Il est manifeste que ce nœud est le nœud descendant; donc le nœud ascendant est en $175^d\,4'\,21''$, ou en $5^f\,25^d\,4'\,21''$.

Maintenant on peut avoir l'inclinaiſon par la formule Fig. 27.

$$\text{Tang. } I = \frac{\delta \text{ ſin. } (V - m) \text{ tang. } L' - f \text{ ſin. } V \text{ tang. } L''}{\delta \text{ ſin. } (V - m) \text{ ſin. } (V + \zeta') - f \text{ ſin. } V \text{ ſin. } (V + \beta)}.$$

On aura

$$V - m = 25^d\ 57'\ 53'',$$
$$V + \zeta' = 135.\ 15.\ 58,$$
$$V + \beta = 128.\ 5.\ 28.$$

δ ſin. $(V - m)$ tang. L' = ...		0,031485188.
$- f$ ſin. V tang. L'' = ...	—	0,056956921.
Numérateur....................	—	0,025471733.
Son logarithme.....	—	8,4060585.
δ ſin. $(V - m)$ ſin. $(V + \zeta')$....		0,39653327.
$- f$ ſin. V ſin. $(V + \beta)$...........	—	0,42602147.
Dénominateur..................	—	0,02948820.
Son logarithme.....	—	8,4696482.
Logarithme tang. I..............	+	9,9364103.
I ou inclinaiſon de l'orbite.........		$40^d\ 49'\ 13''$.

On pourroit trouver enſuite les Δ par les trois équations en Δ rapportées ci-deſſus, puis les r, puis tous les autres élémens de l'orbite; mais nous ne pouvons nous diſſimuler que ſi ce Problème nous a paru curieux, nous n'y avons pas trouvé toute l'utilité que nous avons cru d'abord y entrevoir; 1.° il eſt des circonſtances où l'on ne peut ſavoir où la ligne des nœuds eſt placée, ſi elle eſt en-deçà de la Comète ou au-delà, ſi elle eſt entre la Terre & la Comète, ou au-delà de la Terre; on ſait toujours ſi dans l'intervalle des obſervations, la Comète a traverſé la ligne des nœuds; ſa latitude alors aura changé de dénomination; mais il n'en eſt pas de même de la Terre; 2.° la multiplicité des cas, qui exigent des changemens de ſignes dans les équations, eſt peut-être ſeule capable de décourager les plus infatigables Calculateurs; 3.° mais le plus grand inconvénient de cette méthode, c'eſt qu'elle ſuppoſe les obſervations parfaites, &

Fig. 27. elles ne le ſont preſque jamais; l'exemple que nous venons de propoſer, nous a donné le lieu du nœud & l'inclinaiſon aſſez préciſément; cela devoit être, vu que nos calculs ont été fondés, non ſur des lieux obſervés, mais ſur des lieux calculés. A ces lieux calculés, nous avons ſubſtitué les lieux obſervés, nous avons trouvé pour tangente de *V* des valeurs imaginaires. Nous avons fait pluſieurs eſſais d'après diverſes obſervations, faites au mois d'Août 1769; nous avons obtenu des réſultats, tantôt imaginaires, tantôt réels, il eſt vrai, mais fort éloignés de la vérité, connue d'ailleurs. M. Hennert a appliqué ſa méthode à un exemple tiré des obſervations de la même Comète de 1769, au même mois d'Août; l'erreur du lieu du nœud qu'il a conclu, eſt de 21 degrés en excès. M. Hennert attribue cette erreur à la ſuppoſition qu'il a faite, pour trouver les rapports des Δ, que le mouvement de la Comète avoit été rectiligne durant treize jours. Cette ſuppoſition, à 140 degrés & plus d'anomalie vraie, où étoit alors la Comète, s'écartoit peu de la vérité; elle s'en écartoit cependant, & devoit effectivement occaſionner quelqu'erreur dans le réſultat; mais la principale cauſe de l'erreur étoit l'imperfection des obſervations. Dans notre exemple, & dans pluſieurs autres que nous ne rapportons point, nous avons altéré les élongations & les latitudes calculées de la Comète, d'un très-petit nombre de minutes; il n'en a pas fallu davantage pour nous procurer des réſultats, prodigieuſement différens de ceux que nous avions obtenus d'abord. Si l'intervalle entre les obſervations eſt conſidérable, il n'eſt pas facile de déterminer, même à-peu-près, les rapports des Δ; ſi cet intervalle n'eſt que d'un petit nombre de jours, les *H, M, Q* ſont extrêmement petits, comme dans notre exemple, où les intervalles étoient cependant de ſept jours, & le mouvement géocentrique de la Comète fort précipité; alors la plus légère erreur dans les latitudes & les élongations de la Comète, en occaſionne néceſſairement de très-grandes dans le lieu du nœud & dans l'inclinaiſon de l'orbite.

PROBLÈME XVII.

Étant données trois observations faites à des intervalles de temps peu considérables, & la distance de la Comète à la Terre au moment de la seconde observation, déterminer l'orbite.

La solution de ce Problème, est de M. Euler; nous continuerons de prendre pour exemple la Comète de 1769, nous choisissons les trois observations suivantes, faites en Septembre, & réduites à 14 heures temps moyen. *Theor. motuum Plan. & Com. Pr. XI. n. 47.*

	C.			S.			L.			R.
Jours.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	
Sept. 8	101.	0.	54	166.	35.	31	22.	5.	2	0,0026648
10	112.	38.	35	168.	32.	22	23.	20.	52	0,0024242
12	124.	19.	22	170.	29.	20	23.	43.	55	0,0021838

Les latitudes sont toutes les trois australes; pour les R, nous mettons leurs logarithmes. Des données, on conclut

$$C'' - C' = 11^d\ 37'\ 41''. \quad C' - S' = 65^d\ 34'\ 37''.$$
$$C''' - S'' = 44.\ 13.\ 0.$$
$$C''' - C'' = 11.\ 40.\ 47. \quad C' - S'' = 67.\ 31.\ 28.$$
$$C''' - S''' = 46.\ 9.\ 58.$$
$$C''' - C' = 23.\ 18.\ 28. \quad C'' - S'' = 55.\ 53.\ 47.$$

Les signes + & —, dont ces quantités pourroient être affectées, sont ici indifférens.

On suppose qu'on connoît la seconde distance de la Terre à la Comète.

$$D'' = 0{,}323802. \quad \text{Son logar. } 9{,}5102795.$$

Donc

$$'' = D'' \text{ cos. } L'' = 0{,}2972879. \text{ son log. } 9{,}4731772.$$

Il eſt néceſſaire de faire une figure pour ſe guider dans divers cas, qu'il ſeroit très-long & très-difficile de diſtinguer autrement.

Fig. 28. Soit (*fig.* 28) S le Soleil; ♓♈ une douzième partie de l'orbite de la Terre, repréſentant le ſigne des Poiſſons, où eſt la Terre en T', T'', T''', au temps des trois obſervations. Tirez les lignes $T'C'$, $T''C''$, $T'''C'''$, qui faſſent avec les rayons vecteurs de la Terre ST', ST'', ST''' des angles égaux à $C' - S'$, $C'' - S''$, $C''' - S'''$. Ces angles, en partant de S, s'ouvrent ſur notre figure d'orient en occident, parce que la Comète a été obſervée à l'occident du Soleil.

Des lignes que nous venons de tirer, les deux premières ſe coupent au point m; la ſeconde & la troiſième au point n; la première & la troiſième au point k. Ces interſections peuvent ſe faire entre la Terre & la Comète, comme dans notre exemple, ou du côté de la Terre à l'oppoſite de la Comète, ou enfin du côté de la Comète à l'oppoſite de la Terre; cela forme divers cas, qu'une figure bien faite fera facilement diſtinguer.

C', C'', C''' ſont les lieux de la Comète réduits à l'Écliptique; K', K'', K''' les mêmes lieux dans l'orbite de la Comète, deſquels ſont abaiſſées les lignes KC perpendiculaires à l'Écliptique; SK ſont les rayons vecteurs r, & SC les rayons vecteurs projetés ſur l'Écliptique ϱ. Tirez les cordes $C'C'''$ & $K'K'''$.

Tirez $T'x$ parallèle à $T''C''$, & rencontrant ST'' en x; dans le triangle $ST'x$, on connoît l'angle en $S = S'' - S'$, l'angle SxT'' ſupplément de $T'xT'' = ST''C'' = C'' - S''$, l'angle $ST'x = C'' - S'$, & le côté ST'. Donc $Sx = \frac{\text{ſin.}(C'' - S')}{\text{ſin.}(C'' - S'')} R'$; $T'x = \frac{\text{ſin.}(S'' - S')}{\text{ſin.}(C'' - S'')} R'$; donc $T''x = R'' - Sx$ (ou $Sx - R''$) $= R'' - \frac{\text{ſin.}(C'' - S')}{\text{ſin.}(C'' - S'')} R'$ (ou $= \frac{\text{ſin.}(C'' - S')}{\text{ſin.}(C'' - S'')} R' - R''$).

$T'C'$ coupe ST'' au point p, & dans le triangle $T'px$, on connoît le côté $T'x$, & les trois angles; on aura Fig. 28.

$T'p = \frac{\text{fin.}\,(C''-S'')}{\text{fin.}\,(C'-S'')}\,T'x = \frac{\text{fin.}\,(S''-S')}{\text{fin.}\,(C'-S'')}\,R'$;

$px = \frac{\text{fin.}\,(C''-C')}{\text{fin.}\,(C'-S'')}\,T'x$. Donc $px : T'p :: \text{fin.}\,(C''-C') : \text{fin.}\,(C''-S'') :: T''x : T'm$; donc $T'm = \frac{\text{fin.}\,(C''-S'')}{\text{fin.}\,(C''-C')}\,R'' - \frac{\text{fin.}\,(C''-S')}{\text{fin.}\,(C''-C')}\,R'$; donc $pm = \frac{\text{fin.}\,(S''-S')}{\text{fin.}\,(C'-S'')}\,R' + T'm$; donc $\text{fin.}\,(C''-S'') : pm :: \text{fin.}\,(C'-S'') : T''m$;

donc $T''m = \frac{\text{fin.}\,(C'-S'')}{\text{fin.}\,(C''-S'')}\,T'm + \frac{\text{fin.}\,(S''-S')}{\text{fin.}\,(C''-S'')}\,R'$; ou

$T''m = -\frac{\text{fin.}\,(C''-S')\,\text{fin.}\,(C'-S'') + \text{fin.}\,(S''-S')\,\text{fin.}\,(C''-C')}{\text{fin.}\,(C''-S'')\,\text{fin.}\,(C''-C')}\,R'$

$+ \frac{\text{fin.}\,(C'-S'')}{\text{fin.}\,(C''-C')}\,R''$. Mais $\text{fin.}\,(C''-S')\,\text{fin.}\,(C'-S'') + \text{fin.}\,(S''-S')\,\text{fin.}\,(C''-C') = \text{fin.}\,(C'-S')\,\text{fin.}\,(C''-S'')$.

Donc $T''m = \frac{\text{fin.}\,(C'-S'')}{\text{fin.}\,(C''-C')}\,R'' - \frac{\text{fin.}\,(C'-S')}{\text{fin.}\,(C''-C')}\,R'$.

Par une marche abſolument ſemblable, on trouvera la valeur de $T''n$ & de $T'''n$, & l'on aura finalement les équations ſuivantes, ſur leſquelles il faut remarquer que ſelon les diverſes poſitions de m & de n, à l'égard des T & des C, la partie négative des équations peut être plus forte que la partie poſitive; c'eſt que dans ces cas, cette partie négative auroit dû être poſitive, & l'autre négative. En général, la valeur des Tm & des Tn, eſt la différence des deux termes du ſecond membre de chaque équation, quel que ſoit le terme le plus fort,

$$T'm = \frac{\text{fin.}\,(C''-S'')}{\text{fin.}\,(C''-C')}\,R'' - \frac{\text{fin.}\,(C''-S')}{\text{fin.}\,(C''-C')}\,R',$$

$$T''m = \frac{\text{fin.}\,(C'-S'')}{\text{fin.}\,(C''-C')}\,R'' - \frac{\text{fin.}\,(C'-S')}{\text{fin.}\,(C''-C')}\,R',$$

$$T''n = \frac{\text{fin.}\,(C'''-S''')}{\text{fin.}\,(C'''-C'')}\,R''' - \frac{\text{fin.}\,(C'''-S'')}{\text{fin.}\,(C'''-C'')}\,R'',$$

$$T'''n = \frac{\text{fin.}\,(C''-S''')}{\text{fin.}\,(C'''-C'')}\,R''' - \frac{\text{fin.}\,(C''-S'')}{\text{fin.}\,(C'''-C'')}\,R''.$$

Fig. 28. Dans notre exemple, on trouve

$T'm = 4{,}1311267 - 4{,}0359111 = 0{,}0952156.$
$T''m = 4{,}6101726 - 4{,}5452095 = 0{,}0649631.$
$T''n = 3{,}5812314 - 3{,}4641112 = 0{,}1171202.$
$T'''n = 4{,}2031413 - 4{,}1131038 = 0{,}0900375.$

Dans le triangle $C''K''T''$, rectangle en C'', on aura $C''K'' = D''$ sin. L'', on trouvera 9,1083159 pour logarithme de $C''K''$.

$C''m = \Delta''$ ou $C''T'' - T''m$ (ou selon la situation de $m = \Delta + T''m$, ou $= T''m - \Delta$). Ici $C''m = 0{,}2323248$.

$C''n = \Delta'' - T''n$ (ou $\Delta'' + T''n$ ou $T''n - \Delta$, la figure fait distinguer tous ces cas) $= 0{,}1801677$.

Dans le triangle $ST''C''$, on connoît le côté $ST'' = R''$, le côté $T''C'' = \Delta$, & l'angle compris $ST''C'' = C'' - S''$, le calcul donnera l'angle $T''C''S = 107^d\ 45'\ 1''$, l'angle $T''SC'' = 16^d\ 21'\ 12''$, & le côté $SC'' = \rho'' = 0{,}8742806$.

Dans le triangle $SK''C''$, rectangle en C, on connoît $C''K''$ trouvé ci-dessus, & SC'' ou ρ'' qu'on vient de trouver; on aura l'angle $K''SC'' = \lambda''$, en disant tang. $\lambda'' = C''K'' \times \rho''$; on aura aussi l'hypothénuse $SK'' = r'' = \rho''$ cos. λ''. Dans notre exemple, la latitude héliocentrique λ'' est de $8^d\ 21'\ 1''$, & le rayon vecteur r'' a pour logarithme 9,9462794.

mn dans notre exemple, est $= T''n - T''m = 0{,}0521571$. En d'autres cas, mn pourroit être $= T''m - T''n$, ou même $T''m + T''n$.

Dans le triangle kmn, on a

$$\text{sin.}\ mkn\,(C''' - C') : mn :: \text{sin.}\ knm\,(C''' - C'') : km = \frac{\text{sin.}\,(C''' - C'')}{\text{sin.}\,(C''' - C')}\, mn;$$

donc ici $km = 0{,}0266856$; on a aussi dans le même triangle,

$$\text{sin.}\ mkn : mn :: \text{sin.}\ kmn\,(C'' - C') : kn = \frac{\text{sin.}\,(C'' - C')}{\text{sin.}\,(C''' - C')}\, mn.$$

Le rayon vecteur SK'' coupe la corde $K'K'''$ au point O, Fig. 28.
& vu la petitesse de l'intervalle du temps qui sépare les observations, on peut supposer, sans erreur sensible, que ce rayon vecteur coupe la corde proportionnellement aux temps; $K'O : K'''O :: \theta' : \theta''$. Il en doit donc être de même des parties de la corde projetée $C'C'''$, coupée dans la même proportion, par le rayon projeté SC'' en o; $C'o : C'''o :: \theta' : \theta''$. M. Euler combinant la force attractive du Soleil avec le temps, &c. a prouvé que si les intervalles de temps sont peu considérables & presque égaux, la flèche $K''O$ est $= \frac{2c^3 \text{ fin.} \theta'\tau \text{ fin.} \theta''\tau}{r''^2 \text{cof.} (\theta'' - \theta')\tau}$; par c, M. Euler entend le rayon moyen de l'orbite terrestre, qu'il fait $= 100000$. Comme nous faisons ce rayon $= 1$, & que d'ailleurs dans notre exemple $\theta' = \theta''$, la formule se réduit à $K''O = \frac{2 \text{ fin.}^2 \theta'\tau}{r''^2}$. Cette quantité τ, de M. Euler, est un petit angle qui répond sur notre figure à $\frac{1}{2(\theta' + \theta'')} T'ST'''$, & qui peut par conséquent passer pour constant (a), il est de $29' 34'',098$ ou de $1774'',098$. Les θ doivent être ici comptés en jours; si donc on multiplie $\tau = 1774'',098$, par $\theta' = 2$, on aura $\theta'\tau = 3548'',196 = 59' 8'',196$. Cherchez le logarithme sinus de cet arc, doublez-le, ajoutez-y le logarithme de 2, & de la somme ôtez le double du logarithme de r'', il restera 6,8795934, logarithme de $K''O$. Or $1 : K''O :: \text{cof.} K''SC'' : C''o = K''O \text{ cof.} K''SC'' = 0,0007498 3$, son logarithme 6,8749648; car $K''SC'' = \lambda''$.

$$So = SC'' \text{ ou } \rho'' - C''o = 0,87353077.$$

Le rayon SC'' coupe la ligne $C'''T'''$ au point l; par C' tirez $C'\lambda$ parallèle à $C''l$. L'angle $C'''lo = C'''nC'' +$

(a) Il est clair que cet angle est la moitié du mouvement diurne moyen de la Terre; nous l'avons fait de 29′ 34″,098, à l'exemple de M. Euler; selon les Tables de Mayer, il seroit de 29′ 34″,1655.

Fig. 28. $SC''T'' = 11^d 40' 47'' + 107^d 45' 01'' = 119^d 25' 48''$;
donc dans le triangle $C''ln$, on a

$$\text{ſin.}\, C'''lo : C''n :: \text{ſin.}\, C'''nC'' = C''' - C'' : C''l = \frac{\text{ſin.}\,(C''' - C'')}{\text{ſin.}\, C'''lo} C''n,$$

&

$$\text{ſin.}\, C'''lo : C''n :: \text{ſin.}\, T''C''S : nl = \frac{\text{ſin.}\, SC''T''}{\text{ſin.}\, C'''lo} C''n.$$

Donc

$$C''l = 0{,}04187726 \ \& \ nl = 0{,}19701405.$$
$$lo = C''l - C''o = 0{,}04112743;$$

& puiſque

$$\lambda C' = \frac{\theta' + \theta''}{\theta''} lo = 2lo, \ \lambda C' = 0{,}08225486.$$

Dans le triangle $C'''lo$,

$$\text{ſin.}\, C'KC''' (\text{ſin.}\, C''' - C') : \lambda C' :: \text{ſin.}\, C'''lo : kC' = \frac{\text{ſin.}\, C'''lo}{\text{ſin.}\,(C''' - C')} \lambda C'$$
$$= 0{,}1810610.$$
$$\lambda C'k = C'''lo - C'kC''' = 96^d\ 7'\ 20''.$$

Dans le triangle $kC'\lambda$,

$$\text{ſin.}\, C'kC''' (C''' - C') : \lambda C' :: \text{ſin.}\, \lambda C'k : k\lambda = \frac{\text{ſin.}\, \lambda C'k}{\text{ſin.}\,(C''' - C')} \lambda C'$$
$$= 0{,}20670181.$$

$$l\lambda = nl + kn - kl = 0{,}19701405 + 0{,}02656924$$
$$- 0{,}20670181 = 0{,}01688148. \ lC''' = \frac{\theta''}{\theta'} l\lambda = l\lambda,$$

$$kC''' = kn + nl + lC''' = 0{,}02656924 + 0{,}19701405$$
$$+ 0{,}01688148 = 0{,}24046477.$$

Les parties qui compoſent λl & kC''' peuvent être affectées de ſignes différens, dans des cas différens de celui de notre exemple; mais, comme nous l'avons dit, l'inſpection de la figure ſuffira pour déterminer les ſignes qu'il conviendra d'employer.

Dans le triangle $C'kC'''$, on connoît maintenant le côté kC', dont le logarithme eſt 9,2578249, le côté kC''' qui a pour logarithme 9,3810514, & l'angle compris $C'kC'''$

$= C''' - C' = 23^d\,18'\,28''$; le calcul donnera l'angle $kC'C''' = 112^d\,41'\,24''$; l'angle $kC'''C' = 44^d\,0'\,8''$, & le côté $C'C''' = 0{,}10312613$. Fig. 28.

$$T'''C''' = \Delta''' = nl + lC''' + nT''' = 0{,}19701405 + 0{,}01688148 + 0{,}0900375 = 0{,}30393303,$$

&

$$T'C' = \Delta' = kC' + km + nT' = 0{,}18106100 + 0{,}02668566 + 0{,}0952156 = 0{,}30296226.$$

Quelques-uns de ces termes, tous poſitifs, pourroient dans d'autres cas devenir négatifs.

Voilà donc tous les Δ, ou toutes les diſtances accourcies de la Terre à la Comète connues, & l'on aura facilement les diſtances de la Comète au plan de l'Écliptique, ou les CK par la formule $CK = \Delta \text{ tang. } L$. On trouvera $C'K' = 0{,}12292099$, & $C'''K''' = 0{,}13361911$.

Prolongez $C'''C'$ & $K'''K'$ juſqu'à leur interſection N qui repréſentera le lieu du nœud de l'orbite avec l'Écliptique, & l'on aura $\text{tang. } K'''NC''' = \frac{K'''C''' - K'C'}{C'C'''}$; donc l'angle $K'''NC'''$ ſera de $5^d\,55'\,21''$.

On a d'ailleurs,

$$\text{tang. } K'''NC''' : 1 :: K'''C''' : C'''N = \frac{K'''C''}{\text{tang. } K'''NC'''} = 1{,}2880442,$$

$$C'''o = \frac{\theta''}{\theta' + \theta''} C'C''' = \tfrac{1}{2} C'C''' = 0{,}05156306.$$

Or $No = C'''N - C'''o$, au moins dans notre exemple; donc $No = 1{,}2364811$.

Dans le triangle SNo, on connoît No, dont le logarithme eſt 0,0921875, So qui a pour logarithme 9,9412782. L'angle SoN eſt le ſupplément de l'angle loC'''; or dans le triangle loC''', l'angle $oC'''l$, ou $kC'''C'$ a été trouvé de $44^d\,0'\,8''$; l'angle $C'''lo$ eſt de $119^d\,25'\,48''$; donc le troiſième angle loC''' eſt de $16^d\,34'\,4''$; donc SoN ſon

Fig. 28. ſupplément eſt de $163^d\,25'\,56''$. Ainſi dans le triangle SNo, outre les deux côtés No, So, on connoît l'angle compris; le calcul trigonométrique donnera l'angle NSo de $9^d\,43'\,7''$, & l'angle SNo de $6^d\,50'\,57''$.

En combinant ſur la figure le lieu du Soleil S'' au moment de la ſeconde obſervation ; celui de la Terre $T'' = S'' + 180^d$; l'angle $T''SC''$ différence de longitude héliocentrique entre la Terre & la Comète, ou angle de commutation déterminé ci-deſſus; & enfin l'angle NSC'' ou NSo qu'on vient de déterminer; il ſera toujours facile de conclure la longitude du nœud N. Dans notre exemple, on voit que cette longitude doit être $S'' + 180^d + T''SC'' - NSo = 168^d\,32'\,22'' + 180^d + 16^d\,21'\,12'' - 9^d\,43'\,7'' = 355^d\,10'\,27''$. Les latitudes ſont auſtrales, & la Comète, en allant de K' en K'' & en K''', s'éloigne de ce nœud; donc elle a paſſé ce nœud, & ſa latitude eſt devenue auſtrale en ce paſſage; donc ce nœud eſt le nœud deſcendant, & le nœud aſcendant eſt en $175^d\,10'\,27''$ ou en $5^s\,25^d\,10'\,27''$.

On peut déterminer l'inclinaiſon I de l'orbite à l'Écliptique, par l'analogie

$$\text{ſin. } SNo : 1 :: \text{tang. } K'''NC''' : \text{tang. } I = \frac{\text{tang. } K'''NC'''}{\text{ſin. } SNo}.$$

On trouve l'inclinaiſon de $41^d\,1'\,9''$.

Nous n'irons pas plus loin; connoiſſant le lieu du nœud, l'inclinaiſon, les trois Δ & les trois KC, c'eſt plus qu'il n'en faut pour déterminer les autres élémens de l'orbite, par les *Problèmes XI & XII.*

La poſition du nœud & l'inclinaiſon que nous venons de trouver, ne diffèrent que de quelques minutes des mêmes élémens déterminés par les autres méthodes; on pourroit en conclure que celle que nous venons de propoſer, ſeroit utile, ſi l'on pouvoit parvenir à déterminer un D ou un Δ avec préciſion; car il faut ici une très-grande préciſion, & dans le D & dans les obſervations qu'on emploie. *Tum verò hoc*

maximè *requiritur, ut obſervationes* ſummâ curâ *ſint inſtitutæ, atque ut diſtantia Cometæ à Terra in obſervatione media a veritate* quàm minimùm *aberrent.* Ce ſont les paroles du célèbre Géomètre, auteur de cette méthode. Mais peut-on ſe flatter d'une telle préciſion ? Le même Géomètre n'exige pas que les intervalles de temps ſoient fort petits, il ſe contente de demander qu'ils ne ſoient pas trop grands, *obſervationes non nimis à ſe invicem diſtent.* Nous avons eſſayé la méthode ſur les obſervations des 14, 21 & 28 Août 1769, nous avons trouvé un degré & demi d'erreur ſur le lieu du nœud, & près de 23 degrés ſur l'inclinaiſon; donc ſept jours forment un trop grand intervalle, à moins qu'on ne veuille dire que les obſervations d'Août pouvoient être moins préciſes que celles de Septembre. *N.° 58.*

Lambert va encore plus loin que M. Euler; pour déterminer l'orbite, il ne demande que deux obſervations & une diſtance Δ données; les deux obſervations doivent être extrêmement voiſines, *ſibi admodum vicinæ*, & cela afin de pouvoir ſuppoſer que les deux diſtances de la Comète à la Terre ſont ſenſiblement égales; mais dans la ſuppoſition d'un intervalle de temps auſſi court, il ſeroit néceſſaire que les obſervations fuſſent de la préciſion la plus extrême. On parvient d'ailleurs à une équation du ſecond degré, elle a deux racines, & Lambert avertit lui-même, que pour ſe déterminer ſur le choix, il faut recourir à une troiſième obſervation. De tels Problèmes ſont curieux ſans doute, mais je ne vois pas de quelle utilité pratique ils peuvent être. Lambert penſe que le ſien peut ſervir à aſſigner les limites entre leſquelles la vraie valeur de Δ doit être renfermée. Nous en convenons, mais pourvu encore une fois qu'on puiſſe répondre de la très-grande préciſion des obſervations; & même dans cette hypothèſe, on ne réuſſiroit à déterminer les limites des Δ, que par de longs tâtonnemens, & en parvenant à une équation, au moins du ſixième degré. *Orbit. Comet. ſ. 159.*

PROBLÈME XVIII.

La distance périhélie π d'une Comète, & le temps de son passage au périhélie étant à peu-près déterminés par le Problème X, déterminer tous les élémens de la trajectoire parabolique de la Comète.

CECI est la suite du *Problème X*, & de la méthode de M. de la Place. Nous avons déterminé dans ce Problème, la distance périhélie de la Comète de 1769, de 0,1231459, & le temps du passage au périhélie, en Octobre 7,54438 jours *(a)*, & nous avons averti que ces élémens n'étoient qu'approchés.

Choisissez trois observations les plus éloignées que faire se pourra. Pour la Comète de 1769, nous choisissons les trois suivantes.

	S.	*C.*	*L.*	*R.*
Jours.	*D. M. S.*	*D. M. S.*	*D. M. S.*	
14 Août, 52352	142. 21. 26	39. 58. 16	− 3. 17. 13	0,005244
15 Sept., 69398	173. 31. 30	140. 39. 17	− 22. 43. 34	0,001810
2 Déc., 21413	250. 54. 12	276. 41. 20	+ 23. 33. 25	9,993496

Il faut aussi prendre les élongations ζ du Soleil à la Comète, & l'on aura

$$\zeta' = 102^d\ 23'\ 10'',\quad \zeta'' = 32^d\ 52'\ 13'',\quad \zeta''' = 25^d\ 47'\ 8''.$$

(a) Les élémens déterminés dans le Problème X, diffèrent peu de ceux-ci. Nous avions d'abord employé les premiers, ils nous ont conduits à une solution peu satisfaisante, sans doute à cause de quelqu'erreur dans les observations voisines qui nous avoient procuré ces premiers élémens; mais si ces élémens n'ont pas été parfaitement corrigés par notre première opération, ils ont du moins été beaucoup plus approchés qu'ils ne l'étoient d'abord; ce sont ces élémens approchés que nous substituons à ceux qui nous avoient été fournis par le Problème X.

On

On ne peut guère ſe diſpenſer de conſtruire une figure, ſur laquelle les T repréſenteront les trois lieux de la Terre; S le Soleil; les lignes TC formeront avec les lignes TS des angles égaux aux élongations ζ; les C ſont les lieux réduits de la Comète qu'il s'agit de déterminer. Les X ſont d'autres lieux qui conviendroient au calcul auſſi-bien que les C, nous allons voir comment on peut ſe déterminer ſur le choix. Enfin les K repréſentent les lieux de la Comète dans ſon orbite; K' & K'' doivent être cenſés abaiſſés ſous le plan de l'Écliptique, & K''' relevé au contraire ſur ce plan, vu que les deux premières latitudes ſont auſtrales & la troiſième boréale. Les lignes KC ſont perpendiculaires ſur le plan de l'Écliptique, & par conſéquent ſur les lignes SC, TC. Fig. 29.

La différence entre le temps du paſſage au périhélie, & celui de chaque obſervation, donnera (*Problème I*) l'anomalie vraie correſpondante à chaque obſervation, vu qu'on eſt auſſi cenſé connoître la diſtance périhélie π. Dans notre exemple, où $\pi = 0{,}1231459$, & où la Comète a été périhélie en Octobre 7,54438 jours, on trouvera les anomalies vraies ſuivantes, & les rayons vecteurs correſpondans par la formule $r = \frac{\pi}{\text{coſ.}^2 \frac{1}{2} v}$. Les ρ ſont calculés d'après le *Problème XI*.

$v' = -\ 146^d\ 13'\ 24''$. log. r' 0,1641057. ρ' 1,458.
$v'' = -\ 132.\ 23.\ 36.$ log. r'' 9,8785207. ρ'' 0,743.
$v''' = +\ 146.\ 35.\ 35.$ log. r''' 0,1733903. ρ''' 1,205.

Nous regardons les deux premières anomalies vraies, comme négatives, la Comète n'ayant pas encore paſſé par ſon périhélie.

$$\varphi = v'' - v' = 13^d\ 49'\ 48''.$$
$$\chi = v''' - v' = 292.\ 48.\ 59.$$

Du point S comme centre, & d'une ouverture $= \rho$, marquez ſur les lignes TC, les points C, ou les points C & X s'il y a lieu, & achevez les triangles en tirant les rayons

Fig. 29. vecteurs accourcis SC & SX; les C ou les X représenteront les lieux de la Comète projetés sur l'Écliptique, au moment des trois observations.

L'angle $STC = \zeta$ étant connu par observation, on connoîtra l'angle STK par l'analogie, $\cos. STK = \cos. STC \cos. L$, ce qui servira pour toutes les hypothèses.

Dans le triangle SKT, on a

$$SK\ (r) : \sin. STK :: ST\ (R) : \sin. SKT = \frac{R \sin. STK}{r}.$$

Il est à remarquer que le numérateur $R \sin. STK$, est une quantité constante, qui servira pour toutes les hypothèses. Les angles STK, SKT étant déterminés, l'angle $KST = 180^d - STK - SKT$ le sera pareillement.

Si l'angle STK est aigu, l'angle SKT pourra souvent être ou aigu, ou obtus; mais le plus léger raisonnement suffira presque toujours pour décider de quelle espèce il doit être. On trouvera dans notre exemple.

	Du 14 Août.	Du 15 Septembre.	Du 2 Décembre.
STC	$102^d\ 23'\ 10''$	$32^d\ 52'\ 13''$	$25^d\ 47'\ 8''$.
L	3. 17. 13	22. 43. 34	23. 33. 25.
STK	102. 21. 55	39. 13. 22	34. 22. 19.
SKT	42. 39. 10½	57. 7. 54	21. 54. 23½.
ou	. . . .	122. 52. 6	158. 5. 36½.
KST	34. 58. 54½	83. 38. 44	123. 43. 17½.
ou	. . . .	17. 54. 32	

Le triangle du 14 Août, ne souffre point de difficulté; l'angle STC étant obtus, les deux autres angles sont nécessairement aigus.

Il n'y a pas non plus de difficulté sur le triangle du 2 Décembre; si l'on prend l'angle SKT obtus, les deux

angles STK, SKT excéderont 180 degrés, ce qui ne fe peut. Fig. 29.

Il refte donc le triangle du 15 Septembre; ce triangle fera également réfolu, foit qu'on place la Comète en K'', foit qu'elle, ou fa projection foit placée en X''. Mais fi le triangle $ST''X''$ eft fubftitué au triangle $ST''C''$ ou $ST''K''$, l'angle $C'SX''$ fera alors la projection de l'angle $K'SK''$; mais nous avons vu que l'angle $K'SK'' = \varphi$, n'eft que de 13 à 14 degrés, & l'on voit par la figure que l'angle $C'SX''$ eft prefque de 90 degrés; donc l'angle $C'SX''$ ne peut être la projection de $K'SK''$ ou de φ. Donc la Comète n'étoit point en X'', mais en K''; l'angle $SK''T''$ doit être pris obtus, ou de $122^d\ 52'\ 6''$, & par conféquent l'angle $K''ST''$, eft de $17^d\ 54'\ 32''$.

Il eft des Comètes, dont les obfervations donnent trois triangles indéterminés; nous l'avons éprouvé par rapport à la Comète de 1763; mais il eft très-rare qu'on puiffe refter long-temps indécis. Pour peu qu'on réfléchiffe fur la grandeur, fur le mouvement géocentrique de la Comète, fur la direction, fur la proportion de fon mouvement vrai, quelque rayon de lumière vient bientôt éclairer l'efprit, & le décide fur le choix. Suppofons que nous n'ayons pas eu pour nous déterminer entre K'' & X'', une raifon auffi péremptoire que celle que nous avons rapportée, nous aurions pu du moins faire réflexion qu'au mois de Septembre, la Comète étoit très-grande, qu'elle traînoit une queue fort longue, que fon mouvement géocentrique étoit très-précipité, circonftances qui prouvent qu'elle étoit alors voifine de la Terre; donc elle étoit en K'', & non pas en X''. La détermination d'un feul triangle fuffit fouvent pour déterminer les deux autres; fuppofons le premier triangle $T'SK'$ bien déterminé, l'efprit indécis entre C'' & X'' du fecond triangle, & qu'enfin le triangle du 2 Décembre, $C'''ST'''$ puiffe être $X'''ST'''$. Nous avons un point donné C'; une courbe qui iroit de C' à X''', en paffant par C'' préfenteroit fa convexité au Soleil, ce qui ne peut fe dire d'une trajectoire

Fig. 29. de Comète, soit qu'on la considère en elle-même, soit qu'on la regarde comme projetée sur le plan de l'Écliptique. Donc la Comète n'a pu passer par C'' pour aller de C' à X'''; il n'étoit pas plus possible qu'elle passât par X''; alors elle auroit passé ou en-deçà ou au-delà du Soleil, & l'on ne peut dire ni l'un, ni l'autre. Si la Comète eût passé en-deçà du Soleil, sa trajectoire eût encore tourné sa convexité du côté de cet Astre; si elle eût passé au-delà, on auroit cessé de la voir vers sa conjonction, vu sur-tout que sa latitude étoit australe; on auroit même dû la voir à l'orient du Soleil. Or, depuis le 14 Août jusqu'au 15 Septembre, on n'a pas cessé de l'observer, & elle est constamment restée à l'occident du Soleil. De plus, il n'est pas possible qu'en un mois elle ait été de C' à X'', en faisant le tour du Soleil, & qu'en deux mois & demi qui se sont écoulés, depuis le 15 Septembre jusqu'au 2 Décembre, elle n'ait été que de X'' à X'''. Donc elle n'a pu aller de C' à X''', ni par C'', ni par X'', donc elle n'a point été à X''', mais à C'''. Il reste à déterminer, si pour aller de C' à C''', elle a passé par C'', ou par X''. Outre ce que nous avons dit pour exclure X'', on peut observer que si sa route a été par C', X'', C''', elle n'avoit pas encore passé par son périhélie, lorsqu'elle étoit en X''; donc son mouvement s'accéléroit encore. Or, comment dans cette supposition est-il possible qu'elle n'ait mis qu'un mois à aller de C' à X'', & qu'elle ait employé deux mois & demi à aller de X'' à C'''? Donc elle n'a pas passé par X'', mais par C'', & par conséquent son mouvement étoit direct. Un seul cas ici peut être embarrassant, c'est lorsque les points C & X se trouvent fort près l'un de l'autre; l'angle SKC approche fort de 90 degrés, & il n'est pas facile de décider si on le prendra aigu ou obtus. Nous avons rencontré ce cas, nous avons pris l'angle & aigu & obtus, nous avons poursuivi le calcul dans les deux suppositions, & le résultat final nous a appris laquelle de ces deux suppositions étoit la plus légitime; on pourroit aussi dans ce cas choisir une autre observation.

On connoîtra la latitude héliocentrique λ, par l'analogie ordinaire, Fig. 29.

$$\text{ſin. } KTS : \text{ſin. } KST :: \text{ſin. } L : \text{ſin. } \lambda = \frac{\text{ſin. } KST \text{ ſin. } L}{\text{ſin. } KTS}.$$

L'angle de commutation *TSC* ſera pareillement connu en ſe repréſentant dans le ciel un triangle ſphérique rectangle, dont l'hypothénuſe ſeroit un arc de grand cercle qui, vu du Soleil, joindroit les centres de la Terre & de la Comète, & qui par conſéquent ſeroit la meſure de l'angle *KST*. Un des côtés ſeroit un arc de cercle partant du centre de la Comète, & perpendiculaire ſur l'Écliptique, il ſeroit la meſure de la latitude héliocentrique; enfin, l'autre côté ſeroit l'arc du cercle écliptique, compris entre l'arc précédent & le centre de la Terre, il ſeroit évidemment la meſure de l'angle de commutation *TSC*; on connoîtroit donc cet angle, en diſant

$$\text{coſ. } \lambda : 1 :: \text{coſ. } KST : \text{coſ. } CST = \frac{\text{coſ. } KST}{\text{coſ. } \lambda}.$$

On voit par la figure, ſi la Comète eſt à l'orient ou à l'occident de la Terre; dans le premier cas, ajoutez l'angle de commutation au lieu de la Terre; dans le ſecond, du lieu de la Terre, ôtez l'angle de commutation, & vous aurez les lieux ou longitudes héliocentriques de la Comète.

Du 14 Août.		Du 15 Septemb.		Du 2 Décembre.	
λ. . . . . —	$1^d\ 55'\ 43''$	—	$10^d\ 49'\ 42''\frac{1}{2}$	+. . . .	$36^d\ 4'\ 19''$
Commutation *TSC*	34. 56. 7		14. 21. 2		133. 22. 49
Lieu de la Terre. .	322. 21. 26		353. 31. 30		70. 54. 12
Lieu de la Com. C'	357. 17. 33	C''	7. 52. 32	C'''. . .	297. 31. 23
C''.	7. 52. 32			C'. . . .	357. 17. 33
$C'' - C'$.	10. 34. 59			$C''' - C'$	300. 13. 50

Fig. 29. D'après les longitudes & latitudes héliocentriques trouvées, il faut calculer le mouvement de la Comète sur son orbite; 1.° entre la première & la seconde observation; 2.° entre la première & la troisième; nous appellerons le premier Φ, & le second X. Si la supposition que nous avons faite de la distance périhélie, & du temps du passage de la Comète par son périhélie, est juste, il est clair que Φ & X doivent être les mêmes que φ & χ déjà déterminés. S'il y a de la différence, il faudra en tenir compte; nous désignerons $\varphi - \Phi$ par m, & $\chi - X$ par n. Quant à Φ & X, on peut les trouver par les formules ordinaires de la trigonométrie, ou par les formules suivantes,

$$\text{cos. } \Phi = \text{cos. } (C'' - C') \text{ cos. } \lambda' \text{ cos. } \lambda'' + \text{sin. } \lambda' \text{ sin. } \lambda'',$$
$$\text{cos. } X = \text{cos. } (C''' - C') \text{ cos. } \lambda' \text{ cos. } \lambda''' + \text{sin. } \lambda' \text{ sin. } \lambda'''.$$

On trouvera

cos. $(C'' - C')$ cos. λ' cos. λ''	+	0,96493978.
sin. λ' sin. λ''	+	0,00632231.
cos. de Φ	+	0,97126209.
Son logarithme		9,9873364.
Φ		13^d 46′ 9″.
φ trouvée ci-dessus		13. 49. 48.
$\varphi - \Phi = m'$	+	3. 39.

cos. $(C''' - C')$ cos. λ' cos. λ'''	+	0,40672206.
sin. λ' sin. λ'''	−	0,01981472.
cos. de X	+	0,38690734.
Son logarithme		9,5876069.
X		292^d 45′ 44″.
χ trouvé ci-dessus		292. 48. 59.
$\chi - X = n'$	+	3. 15.

On voit, sans qu'il soit besoin d'en avertir, que Φ & X doivent être pris dans le même quartier que $C'' - C'$ & $C''' - C'$.

Le Φ & le X que nous venons de trouver, ne sont pas les mêmes que nous avions déterminés ci-dessus; donc l'hypothèse de $\pi = 0,1231459$, & du passage au périhélie en Octobre 7,54438 jours, n'est pas exacte. Il faut donc en tenter une seconde. Fig. 29.

SECONDE HYPOTHÈSE.

J'ALTÈRE la distance périhélie seulement de $+ 0,001$, parce que la différence entre les φ & Φ, & entre les χ & X de la première hypothèse, étoit peu considérable, & je laisse l'instant du passage au périhélie en Octobre 7,54438; π sera $= 0,1241459$. D'après ces deux élémens, j'opère comme dans la première hypothèse, & je trouve,

$v' = - 146^d\ 4'\ 20''$. Log. r' 0,1638544.
$v'' = - 132.\ 9.\ 58$. Log. r'' 9,8781393.
$v''' = + 146.\ 26.\ 42$. Log. r''' 0,1731718.
$\varphi = v'' - v' = 13^d\ 54'\ 22''$.
$\chi = v''' - v' = 292.\ 31.\ 2$.

Du 14 Août.		Du 15 Septembre.	Du 2 Décembre.	
STK..........	102d 21′ 55″	39d 13′ 22″		34d 22′ 19″
SKT..........	42. 41. 1	122. 47. 25		21. 55. 5
KST..........	34. 57. 4	17. 59. 13		123. 42. 36
λ.......... −	1. 55. 37½	− 10. 52. 29		+ 36. 4. 39
Commutation TSC	34. 54. 17	14. 24. 53		133. 22. 5
Lieu de la Terre T	322. 21. 26	353. 31. 30		70. 54. 12
Lieu de la Com. C'	357. 15. 43	C'' 7. 56. 23		297. 32. 7
C''..........	7. 56. 23			357. 15. 43
$C'' - C'$.......	10. 40. 40		$C''' - C'$	300. 16. 24

Fig. 29.

Cos. $(C'' - C')$ cos. λ' cos. λ''	+	0,96449900.
Sin. λ' sin. λ''	+	0,00634424.
Cos. de Φ	+	0,97084324.
Son logarithme		9,9871491.
Φ		13^d 52′ 11″.
φ trouvé ci-dessus		13. 54. 22.
$\varphi - \Phi = m''$	+	2. 11.

Cos. $(C''' - C')$ cos. λ' cos. λ'''	+	0,40815330.
Sin. λ' sin. λ'''	—	0,01980267.
Cos. X	+	0,38835063.
Son logarithme		9,5892240.
X		292^d 51′ 7″.
χ déterminé plus haut		292. 31. 2.
$\chi - X = n''$	—	20. 5.

Cette seconde hypothèse se trouve donc en défaut, puisque les Φ & X ne s'accordent point avec les φ & χ.

TROISIÈME HYPOTHÈSE.

RÉTABLISSONS π, comme il étoit dans la première hypothèse, 0,1231459, mais faisons varier le temps du passage de — 0,01 de jour; fixons-le en Octobre 7,53438 jours. Dans cette hypothèse, on aura

$v' = -$ 146^d 13′ 17″.	Log. r' 0,1640571.
$v'' = -$ 132. 23. 6.	Log. r'' 9,8783775.
$v''' = +$ 146. 35. 47.	Log. r''' 0,1734745.
$\varphi = v'' - v' =$ 13^d 50′ 11″	
$\chi = v''' - v' =$ 292. 49. 4.	

Du 14

Du 14 Août.		Du 15 Septembre.	Du 2 Décembre.
SKT.........	$42^d\ 39'\ 32''$	$122^d\ 50'\ 20''$	$21^d\ 54'\ 8''$
λ'.......... —	1. 55. 42	— 10. 50. 45	+ 36. 4. 12
TSC.........	34. 55. 46	14. 22. 29	133. 23. 7
T............	322. 21. 26	353. 31. 30	70. 54. 12
C'............	357. 17. 12	C'' 7. 53. 59	C'''.... 297. 31. 5
C''...........	7. 53. 59		C'.... 357. 17. 12
$C'' - C'$.......	10. 36. 47		$C''' - C'$ 300. 13. 53
Φ............	13. 48. 12		
φ............	13. 50. 11		
$\varphi - \Phi = m'''$...	+ 1. 59		
X............	292. 45. 49		
χ............	292. 49. 4		
$\chi - X = n'''$..	+ 3. 15		

Cette troisième hypothèse est encore défectueuse; mais de ces trois hypothèses défectueuses, il est facile de conclure quelle est la véritable distance périhélie π, & l'instant où la Comète a été périhélie, instant que nous désignerons par la lettre τ. Fig. 29.

Nous avions d'abord supposé π de 0,1231459; à la seconde hypothèse, nous l'avons augmenté de 0,001; donc $d\pi = +$ 0,001; à la troisième hypothèse rétablissant π tel qu'il étoit précédemment, nous avons diminué τ de 0,01; donc $d\tau = -$ 0,01.

Ces deux variations s'étant trouvées insuffisantes, nous avons marqué les erreurs de chaque hypothèse par des m & des n; il est clair que les véritables variations qu'il falloit employer, doivent être proportionnées aux différens rapports de ces m & de ces n; & nommant ces véritables variations $xd\tau$ & $yd\pi$; on parviendra facilement aux équations suivantes,

$$x\,(m' - m'') + y\,(m' - m''') = m',$$
$$x\,(n' - n'') + y\,(n' - n''') = n'.$$

Fig. 29. D'où l'on tire

$$x = \frac{m'(n' - n''') - n'(m' - m''')}{(m' - m'')(n' - n''') - (m' - m''')(n' - n'')},$$

$$y = \frac{m' - x(m' - m'')}{m' - m'''}.$$

Nous avons

$m' = +219''$. $n' = +195''$. $m' - m'' = +88$. $n' - n'' = +1400$.
$m'' = +131$. $n'' = -1205$. $m' - m''' = +100$. $n' - n''' = 0$.
$m''' = +119$. $n''' = +195$.

Donc

$$x = +0{,}1392857;$$

mais

$$d\pi = +0{,}001;$$

donc

$$x\,d\pi = +0{,}0001393.$$

Telle eſt donc la véritable variation qu'il faut ajouter à π de la première hypothèſe, pour avoir la vraie diſtance périhélie, ou le véritable $\pi = 0{,}1231459 + 0{,}0001393 = 0{,}1232852$.

On trouvera pareillement

y	=	2,067429.
Mais $d\tau$	= −	0,01.
Donc $y\,d\tau$	= −	0,02067.
τ de la première hypothèſe, Octobre..		7,54438[j].
Donc τ véritable, Octobre		7,52371.
Ou paſſage au périhélie, le 7 Octobre à		12^h 34′ 9″.

Pour preuve de l'exactitude des opérations, on peut partir de ce π & de ce τ ainſi déterminés, comme d'une quatrième hypothèſe ; on trouvera

$v' = \ldots\ldots - 146^d\ 11'\ 51''$.	Log. r'	0,1639520.
$v'' = \ldots\ldots - 132.\ 20.\ 39$.	Log. r''	9,8781678.
$v''' = \ldots\ldots + 146.\ 34.\ 40$.	Log. r'''	0,1734956.
$\varphi = v'' - v' = 13.\ 51.\ 12$.		
$\chi = v''' - v' = 292.\ 46.\ 31$.		

	Du 14 Août.	Du 15 Septembre.		Du 2 Décembre.
λ.... —	$1^{d}\ 55'\ 39''$	— $10^{d}\ 52'\ 16''$		+ $36^{d}\ 4'\ 9''\frac{1}{2}$
TSC....	34. 55. 0	14. 24. 36		133. 23. 11
C......	357. 16. 26	7. 56. 6		297. 31. 1
C''......	7. 56. 6		C'......	357. 16. 26
$C'' - C'$.	10. 39. 40		$C''' - C'$	300. 14. 35
Φ.......	13. 51. 22			
φ.......	13. 51. 12			
Différence	10			
X......	292. 46. 31			
χ......	292. 46. 31			
Différence	0			

La différence entre X & χ eſt abſolument nulle; il y en a une entre Φ & φ, mais elle eſt très-légère; pour être aſſuré de n'en trouver aucune, il faudroit pouſſer les calculs juſqu'à la préciſion des décimales de ſecondes. Fig. 29.

Dans cette quatrième hypothèſe, on peut quelquefois trouver des différences ſenſibles entre Φ & φ, & entre X & χ, ſans que cela vienne d'aucune erreur de calcul. Cela peut venir de ce que dans la huitième ſolution du *Problème IX,* on a embraſſé un trop grand mouvement géocentrique de la Comète; l'imperfection des obſervations, choiſies pour cette ſolution, peut auſſi y contribuer. Dans ce cas, ſi l'on ſe propoſe d'atteindre à la plus grande perfection poſſible, il faut regarder cette quatrième hypothèſe comme première, en former deux autres comme auparavant, en faiſant varier π, enſuite τ; & ces trois nouvelles hypothèſes donneront π & τ, auſſi exacts que les obſervations le comportent.

Ayant ainſi déterminé π & τ, on calculera le nœud aſcendant N & l'inclinaiſon I, par les formules ſuivantes,

$$\text{Tang. } N = \frac{\text{tang. } \lambda'' \text{ ſin. } C' - \text{tang. } \lambda' \text{ ſin. } C''}{\text{tang. } \lambda'' \text{ coſ. } C' - \text{tang. } \lambda' \text{ coſ. } C''},$$

Fig. 29.

$$\text{Tang. } I = \frac{\text{tang. } \lambda''}{\text{ſin. } (C'' - N)}.$$

Ou par celles-ci

$$\text{Tang. } N = \frac{\text{tang. } \lambda''' \text{ ſin. } C' - \text{tang. } \lambda' \text{ ſin. } C'''}{\text{tang. } \lambda''' \text{ coſ. } C' - \text{tang. } \lambda' \text{ coſ. } C'''},$$

$$\text{Tang. } I = \frac{\text{tang. } \lambda'''}{\text{ſin. } (C''' - N)}.$$

La tangente de N peut appartenir à deux angles, différens entr'eux de 180 degrés. Pour ſavoir lequel des deux on doit choiſir, il faut ſe reſſouvenir de ce que nous avons dit au *Problème I,* que l'inclinaiſon d'une Comète rétrograde, étoit cenſée négative. Donc ſi la Comète eſt directe, tang. I & par conſéquent $\frac{\text{tang. } \lambda'''}{\text{ſin. } (C''' - N)}$ doivent être poſitifs, ainſi que $\frac{\text{tang. } \lambda''}{\text{ſin. } (C'' - N)}$; il faut donc choiſir N de telle manière que tang. λ''' & ſin. $(C''' - N)$, ou tang. λ'' & ſin. $(C'' - N)$ ſoient, ou tous les deux poſitifs, ou tous les deux négatifs. Il faudroit au contraire que l'un fût négatif & l'autre poſitif, ſi la Comète étoit rétrograde.

Notre Comète eſt directe, & nous employons les deux dernières formules. Nous trouvons pour logarithme tangente de N, — 8,9384494; cette tangente appartient, ou à $175^d\, 2'\, 24''$, ou à $355^d\, 2'\, 24''$. Si nous faiſons $N = 355^d\, 2'\, 24''$, nous aurons $C''' - N = 302^d\, 28'\, 37'$, dont le ſinus eſt négatif, & ce ſinus doit être poſitif, puiſque tang. λ''' eſt poſitive, & que la Comète eſt directe. Donc $N = 175^d\, 2'\, 24''$, & tang. $I = \frac{\text{tang. } 36^d\ 4'\ 9''\frac{1}{2}}{\text{ſin. } 122, 28, 37.}$; donc $I = 40^d 48' 29''$.

Figurons-nous dans le ciel un triangle ſphérique rectangle, au moment d'une des obſervations, comme, par exemple, de la troiſième; un arc de cercle partant de la Comète & perpendiculaire à l'Écliptique, eſt un des côtés, il eſt manifeſtement égal à λ'''. L'arc de l'Écliptique, depuis l'arc précédent juſqu'au nœud, forme le ſecond côté, ſa valeur eſt

$C''' - N$. Enfin, l'hypothénuſe eſt la diſtance de la Comète au nœud ſur l'orbite de la Comète $= u$; on connoîtra cette hypothénuſe, par la formule $\cos. u = \cos. (C''' - N) \cos. \lambda'''$.

Nous avons donc la diſtance de la Comète au nœud aſcendant de ſon orbite $= u$, & ſa diſtance au lieu de ſon périhélie, ou ſon anomalie vraie $= v'''$. La différence entre ces deux diſtances, ſera la diſtance du nœud au périhélie, ou U; d'où il ſera facile de conclure le lieu du périhélie.

Appliquons ceci à notre exemple, & nous trouverons

u	=	115^d 43′ 24″.
v''' troiſième anomalie vraie.	=	146. 34. 40.
Différence U entre N & P.	= —	30. 51. 16.
N.		175. 2. 24.
Donc P ou lieu du périhélie.		144. 11. 8.

Nous avons fait la différence U négative, parce que la Comète ayant une latitude boréale avoit paſſé ſon nœud aſcendant; elle avoit auſſi paſſé ſon périhélie, & ſa diſtance au périhélie étoit plus grande que ſa diſtance au nœud; donc il falloit, puiſque la Comète étoit directe, que le périhélie fût moins avancé que le nœud.

Récapitulant donc le réſultat de nos calculs, on trouve que, d'après les obſervations des 14 Août, 15 Septembre & 2 Décembre, l'orbite de la Comète de 1769, devoit être telle que nous la donnons ici.

Lieu du nœud aſcendant.	5^f 25^d 2′ 24″.
Inclinaiſon.	40. 48. 29.
Lieu du périhélie.	4. 24. 11. 8.
Diſtance périhélie.	0,1232852.
Son logarithme.	9,0909110.
Paſſage au périhélie, Octobre.	7^j 12^h 34′ 9″.
Sens du mouvement.	Direct.

PROBLÈME XIX.

Le lieu du nœud & l'inclinaiſon étant à peu-près connus, déterminer la nature & tous les élémens de la trajectoire.

Il faut choiſir trois obſervations les plus parfaites & les plus diſtantes entr'elles qu'il eſt poſſible. La Comète de 1770, nous ſervira d'exemple, & nous choiſiſſons les trois obſervations ſuivantes.

	S.	C.	L.	R.
Jours.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	
Juin 15, 47456	84. 43. 52	272. 51. 49	+6. 57. 15	0,006984
Août 19, 60646	147. 0. 19	104. 35. 52	−1. 19. 18	0,004794
Oct. 2, 65529	189. 56. 30	130. 40. 51	−1. 10. 4	9,999737

Fig. 30. S (*fig. 30*) eſt le Soleil; les T, C, K ont la même ſignification que dans la figure précédente; $N' S N''$ eſt la ligne des nœuds. Les lignes CT ſont prolongées, juſqu'à leur rencontre avec la ligne des nœuds en N; CI, KI ſont des perpendiculaires ſur la ligne des nœuds, abaiſſées des lieux C & K de la Comète, & formant entr'elles des angles égaux à l'inclinaiſon I de l'orbite.

Il faut d'abord déterminer les angles traverſés $KSN = u$, & les rayons vecteurs $SK = r$.

Puiſqu'on ſuppoſe le lieu du nœud connu, ainſi que l'inclinaiſon, dans le triangle SCN, dont on connoît les trois angles & le côté $TS = R$, on aura

$$\text{ſin.}\, SNT : R :: \text{ſin.}\, NST\ (V) : TN = \frac{R\ \text{ſin.}\, V}{\text{ſin.}\, SNT}.$$

Dans le triangle SKI, rectangle en I,

$$1 : SK\ (r) :: \text{ſin.}\, KSI\ (u) : KI = r\ \text{ſin.}\, u.$$

Dans le triangle KCI, rectangle en I, Fig. 30.

$1 : KI\ (r\,\text{sin.}\,u) :: \text{cos.}\,KIC\ (\text{cos.}\,I) : CI = r\,\text{sin.}\,u\,\text{cos.}\,I.$

Dans CNI, pareillement rectangle en I,

$\text{sin.}\,CNI$ ou $SNT : CI :: 1 : CN = \dfrac{CI}{\text{sin.}\,SNT} = \dfrac{r\,\text{sin.}\,u\,\text{cos.}\,I}{\text{sin.}\,SNT}.$

Donc

$$CT = TN \pm CN = \frac{R\,\text{sin.}\,V \pm r\,\text{sin.}\,u\,\text{cos.}\,I}{\text{sin.}\,SNT}.$$

D'autre part, dans le triangle KCI, l'on a

$$1 : KI\ (r\,\text{sin.}\,u) :: \text{sin.}\,I : CK = r\,\text{sin.}\,u\,\text{sin.}\,I.$$

Dans KCT, rectangle en C,

$$1 : CT\ (\Delta) :: \text{tang.}\,CTK\ (L) : CK = \Delta\,\text{tang.}\,L.$$

Dans TCS & KCT,

$\text{sin.}\,CTS : \text{sin.}\,CST :: SC : CT :: \text{tang.}\,CTK\,(L) : \text{tang.}\,CSK = \dfrac{\text{tang.}\,L\,\text{sin.}\,CST}{\text{sin.}\,CTS}.$

Dans CKS, rectangle en C,

$$SC : 1 :: CK : \text{tang.}\,CSK = \frac{CK}{CS} = \frac{r\,\text{sin.}\,u\,\text{sin.}\,I}{CS}.$$

Mais dans CSI,

$$\text{sin.}\,CSI\ (v) : CI :: 1 : CS = \rho = \frac{CI}{\text{sin.}\,v}.$$

Donc

$\text{tang.}\,CSK = \dfrac{r\,\text{sin.}\,u\,\text{sin.}\,I\,\text{sin.}\,v}{CI} = \dfrac{r\,\text{sin.}\,u\,\text{sin.}\,I\,\text{sin.}\,v}{r\,\text{sin.}\,u\,\text{cos.}\,I} = \text{tang.}\,I\,\text{sin.}\,v.$

Égalant les deux valeurs de $\text{tang.}\,CSK$, on a

$\text{tang.}\,I\,\text{sin.}\,v = \dfrac{\text{tang.}\,L}{\text{sin.}\,CTS}\,\text{sin.}\,CST = \dfrac{\text{tang.}\,L}{\text{sin.}\,CTS}\,\text{sin.}\,(CSI \pm TSN)$

$= \dfrac{\text{tang.}\,L}{\text{sin.}\,CTS}\,\text{sin.}\,(v \pm V) = \dfrac{\text{tang.}\,L}{\text{sin.}\,CTS}\,(\text{sin.}\,v\,\text{cos.}\,V \pm \text{sin.}\,V\,\text{cos.}\,v).$

Donc

$\text{tang.}\,I\,\text{sin.}\,v\,\text{sin.}\,CTS = \text{sin.}\,v\,\text{cos.}\,V\,\text{tang.}\,L \pm \text{sin.}\,V\,\text{cos.}\,v\,\text{tang.}\,L.$

Donc

$\text{tang.}\,I\,\text{sin.}\,CTS = \text{cos.}\,V\,\text{tang.}\,L \pm \text{cotang.}\,v\,\text{sin.}\,V\,\text{tang.}\,L,$

Fig. 30. Donc

$$\text{tang.}\, v = \frac{\text{fin.}\, V\, \text{tang.}\, L}{\text{tang.}\, I\, \text{fin.}\, CTS \pm \text{cof.}\, V\, \text{tang.}\, L}.$$

Or, dans SCI,

$$SI : 1 :: CI : \text{tang.}\, CSI\, (v) = \frac{CI}{SI} = \frac{r\, \text{fin.}\, u\, \text{cof.}\, I}{SI}.$$

& comme dans le triangle SKI,

$$1 : r :: \text{cof.}\, u : SI = r\, \text{cof.}\, u,$$

on aura

$$\text{tang}\, v = \frac{r\, \text{fin.}\, u\, \text{cof.}\, I}{r\, \text{cof.}\, u} = \text{tang.}\, u\, \text{cof.}\, I;$$

d'où l'on tire finalement, en mettant pour tang. v fa valeur,

$$\text{tang.}\, u = \frac{\text{fin.}\, V\, \text{tang.}\, L}{\text{fin.}\, I\, \text{fin.}\, CTS \pm \text{cof.}\, V\, \text{cof.}\, I\, \text{tang.}\, L}.$$

Les fignes doubles ne peuvent caufer aucun embarras. Puifqu'on connoît la pofition des nœuds, le fens du mouvement de la Comète (que la figure indiqueroit fuffifamment, quand on ne le connoîtroit pas d'ailleurs), l'efpèce de la latitude de la Comète, & le lieu de la Terre, on doit conclure de toutes ces connoiffances, quelle eft la pofition de la Comète relativement à la ligne des nœuds, à la Terre, & fpécialement au point N. Que $I'SN'$ foit la ligne des nœuds, ☊ le nœud afcendant, & le mouvement de la Comète direct, la latitude de la Comète fera néceffairement boréale, tant que la Comète parcourra les fignes ♏, ♎, ♍, &c; elle fera auftrale, fi la Comète parcourt les fignes oppofés. Si donc la Terre eft dans les fignes où la Comète doit avoir une latitude boréale, & qu'on obferve la Comète par le rayon vifuel $T'N'$, fi la latitude de la Comète eft boréale, on peut être affuré que l'Aftre eft en-deçà de la ligne des nœuds, entre N' & T', comme en X. Si au contraire la Comète eft obfervée avec une latitude auftrale, elle eft néceffairement au-delà de la ligne des nœuds, comme en Z, & N eft entre la Comète & la Terre. Quant au cas où la Terre T fe trouve entre la Comète C & le point N, on n'a

n'a besoin d'aucune réflexion pour le distinguer. Voilà donc trois cas, & voici les équations de tang. u, ou tangente de l'angle CSN, correspondantes à ces trois cas. Fig. 30.

I.er cas, N est entre C & T,

$$\text{Tang. } u = \frac{\text{sin. } V \text{ tang. } L}{\text{sin. } I \text{ sin. } CTS - \text{cos. } V \text{ cos. } I \text{ tang. } L}.$$

II.e cas, T est entre C & N,

$$\text{Tang. } u = \frac{\text{sin. } V \text{ tang. } L}{\text{cos. } V \text{ cos. } I \text{ tang. } L - \text{sin. } I \text{ sin. } CTS}.$$

III.e cas, C est entre T & N,

$$\text{Tang. } u = \frac{\text{sin. } V \text{ tang. } L}{\text{cos. } V \text{ cos. } I \text{ tang. } L + \text{sin. } I \text{ sin. } CTS}.$$

Dans ces formules, au lieu de sin. CTS, on peut toujours mettre sin. STN, ce dernier angle étant ou $= CTS$, ou son supplément à 180 degrés. Si l'angle TSN est obtus, cos. V devient négatif.

Nous avons plus haut trouvé deux valeurs de CK; si nous les égalons, nous aurons

$$r \text{ sin. } u \text{ sin. } I = \triangle \text{ tang. } L.$$

Donc

$$\triangle = \frac{r \text{ sin. } u \text{ sin. } I}{\text{tang. } L} = \frac{R \text{ sin. } V \pm r \text{ cos. } I \text{ sin. } u}{\text{sin. } SNT}.$$

D'où enfin on tire la valeur du rayon vecteur

$$r = \frac{R \text{ sin. } V \text{ tang. } L}{\text{sin. } u \text{ sin. } I \text{ sin. } SNT \mp \text{sin. } u \text{ cos. } I \text{ tang. } L}.$$

On peut aussi parvenir à la formule suivante, & l'employer, si on la juge plus commode,

$$r = \frac{R \text{ sin. } V}{\text{cos. } I \text{ sin. } u \,(1 \mp \text{cot. } L \text{ tang. } I \text{ sin. } SNT)}.$$

La duplicité des signes est relative aux trois cas mentionnés ci-dessus. Dans les deux premiers cas, il faut le signe —

Fig. 30. dans l'une & l'autre formule; mais il faut renverser la première formule dans le second cas, & la seconde formule dans le premier; c'est-à-dire, qu'il faut ôter la première partie du dénominateur, de la seconde. Dans le troisième cas, il faut ajouter les deux parties.

On voit qu'avec le secours des équations que nous avons parcourues, on pourroit déterminer les Δ, les ρ, les distances de la Comète au plan de l'Écliptique, &c; mais nous n'avons ici besoin que des valeurs des u & des r.

On peut aussi remarquer que l'espèce de la latitude est absolument indifférente pour toutes nos équations; ainsi les latitudes peuvent, doivent même être toutes regardées comme positives; mais les cosinus & les tangentes des angles obtus sont toujours censés négatifs.

Pour parvenir à la détermination des vrais élémens & de la nature de l'orbite, d'après cette connoissance approchée du lieu du nœud ascendant N & de l'inclinaison I, il faut former trois hypothèses, qu'on appliquera à chacune des trois observations choisies. On supposera d'abord N & I, tels qu'on suppose qu'ils sont à peu-près; ensuite sans toucher à I, on fera varier N de cinq ou six minutes, ou même plus, proportionnellement au doute que l'on peut avoir sur la précision de N, tel qu'on l'avoit supposé d'abord. Enfin, on rétablira N, comme dans la première supposition, & l'on fera varier I. Dans l'exemple suivant, nous faisons peu varier I & N, parce que par un essai précédent, nous étions assurés d'avoir atteint à très-peu-près leur vraie valeur.

OBSERVATION du 15 Juin.

	I.re Hypothèse.	II.e Hypothèse.	III.e Hypothèse.
	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
Lieu du Soleil S	84. 43. 52		
Lieu de la Terre T	264. 43. 52		
Lieu observé de la Comète C.	272. 51. 49		
Latitude observée L'	6. 57. 15		
N lieu du ☊	132. 15. 37	132. 18. 37	132. 15. 37
Inclinaison I	1. 34. 20	1. 34. 20	1. 35. 20
V', angle $T'SN' = T - N$.	132. 28. 15	132. 25. 15	132. 28. 15
$ST'N' = C - T$	8. 7. 57	8. 7. 57	8. 7. 57
$SN'T' = 180^d + N - C$.	39. 23. 48	39. 26. 48	39. 23. 48
Tang. L'	9,0862624	9,0862624	Comme
Sin. V'	9,8678333	9,8681800	à la
Log. du numérateur	+8,9540957	+8,9544424	I.re Hypothèse.
Cos. V'	−9,8294420	−9,8290276	−9,8294420
Cos. I	9,9998365	9,9998365	9,9998330
Tang. L'	9,0862624	9,0862624	9,0862624
Log. de la 1.re p. du dén.	−8,9155409	−8,9151265	−8,9155374
Sin. I	8,4383368	Comme	8,4429152
sin. $ST'N'$	9,1506422	à la	9,1506422
Log. de la 2.e p. du dén.	+7,5889790	I.re Hypothèse.	+7,5935574
I.re partie du dénom.	−0,082326736	−0,082248226	−0,082326075
II.e partie	+0,003881316	+0,003881316	+0,003922450
Dénominateur, $I.\ p - II.\ p.$	−0,086208052	−0,086129542	−0,086248525
Log. du dénominateur	−8,9355478	−8,9351521	−8,9357517
Log. du numérateur	+8,9540957	+8,9544424	+8,9540957
Log. tang. de u'	−0,0185479	−0,0192903	−0,0183440
u'	133. 46. 36¾	133. 43. 40,6	133. 47. 25,1

Suite de l'OBSERVATION du 15 Juin.

	I.re HYPOTHÈSE.	II.e HYPOTHÈSE.	III.e HYPOTHÈSE.
R'	0,0069840	0,0069840	Comme à la I.re Hypothèse.
Sin. V	9,8678333	9,8681800	
Logarithme du numérateur	9,8748173	9,8751640	
Cotang. L'	0,9137376	0,9137376	0,9137376
Tang. I	8,4385003	8,4385003	8,4430822
Sin. $SN'T'$	9,8025586	9,8030197	9,8025586
Logar. d'un nombre	9,1547965	9,1552576	9,1593784
Ce nombre	0,14282245	0,1429742	0,14433724
1 — ce nombre	0,85717755	0,8570258	0,85566276
Logar. de 1 — ce nombre	9,9330708	9,9329939	9,9323026
Cof. I	9,9998365	9,9998365	9,9998330
Sin. u	9,8585610	9,8589161	9,8584636
Log. du dénominateur	9,7914683	9,7917465	9,7905992
Log. du numérateur	9,8748173	9,8751640	9,8748173
Log. de r'	0,0833490	0,0834175	0,0842181
r'	1,2115714	1,2117626	1,2139985

Comme nous nous ſommes trouvés dans le ſecond cas, où T eſt entre C & N, nous avons employé les formules convenables à ce cas,

$$\text{tang. } u' = \frac{\text{ſin. } V' \text{ tang. } L'}{\text{coſ. } V' \text{ coſ. } I \text{ tang. } L' - \text{ſin. } I \text{ ſin. } ST'N'},$$

&

$$r' = \frac{R' \text{ ſin. } V'}{\text{coſ. } I \text{ ſin. } u' (1 - \text{cot. } L' \text{ tang. } I \text{ ſin. } SN'T')}.$$

u', comme on le voit par la figure, eſt compté depuis le nœud aſcendant juſqu'à la Comète, ſelon l'ordre des ſignes. Si on vouloit le rapporter au nœud deſcendant, comme il nous ſera plus commode de le faire, on auroit pour les trois hypothèſes,

$$u' = -46^d\,13'\,23''\tfrac{1}{4};\quad -46^d\,16'\,19'',4;\quad -46^d\,12'\,34'',9.$$

OBSERVATION du 19 Août.

Nous n'entrerons point dans un aussi grand détail de calculs sur cette observation & sur la suivante ; nous nous contenterons d'en indiquer les principaux résultats. Les hypothèses sur N & sur I, sont & doivent être les mêmes qu'au 15 Juin. Fig. 30.

	I.re Hypoth.	II.e Hypoth.	III.e Hypoth.
	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
V'', angle $T''SN'' = S - N$...	14. 44. 42	14. 41. 42	Comme à la I.re hypothèse.
$ST''N'' = C - T$...........	137. 35. 33	137. 35. 33	
$SN''T'' = N - C$...........	27. 39. 45	27. 42. 45	
Log. du numérateur...........	8,2361998	8,2359597	
I.re partie du dénominateur......	0,02230334	0,02230846	0,02230316
II.e partie..................	0,01850350	0,01850350	0,01869960
Dénom. $I. p. - II p$..........	0,00379984	0,00380496	0,00360356
Log. tang. u''...............	0,1890287	0,1870014	0,2120622
u''......................	57. 5. 35,15	56. 58. 15,5	58. 27. 49,1
Log. du num. pour r''.........	9,4105117	9,4090692	9,4105117
Nombre trouvé...............	0,55231589	0,55323525	0,55817378
1 — ce nombre...............	0,44768411	0,44676475	0,44182622
Log. du dénominateur.........	9,5748570	9,5733640	9,5756812
Log. de r''.................	9,8356547	9,8357052	9,8348305
r''......................	0,6849434	0,6850231	0,6836448

L'u'' que nous avons trouvé ou l'angle $C''SN''$ est manifestement compté depuis le nœud descendant, suivant l'ordre des signes; si on veut le compter depuis le nœud ascendant, il faut ajouter 180 degrés à cet angle.

OBSERVATION du 2 Octobre.

	I.re Hypothèse.	II.e Hypothèse.	III.e Hypothèse.
	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
V''', angle $T'''SN''' = S - N$.	57. 40. 53	57. 37. 53	Comme à la I.re Hypothèse.
$ST'''N''' = C - T$.....	120. 44. 21	120. 44. 21	
$SN'''T''' = N - C$......	1. 34. 46	1. 37. 46	
Log. du numérateur.......	8,2361998	8,2359597	
I.re partie du dénominateur..	0,01089394	0,01090897	0,01089385
II.e partie..............	0,02358220	0,02358220	0,02383212
Dénom. *I. p.* — *II. p.*....	—0,01268826	—0,01267323	—0,01293827
Log. tang. u'''...........	—0,1327977	—0,1330724	—0,1243236
u'''...................	126. 22. 24,6	126.21.22,35	126. 54. 31,9
Log. du numér. pour r'''...	9,9266391	9,9263990	9,9266391
Nombre trouvé..........	0,03711327	0,03828785	0,03750690
1 — ce nombre.........	0,96288673	0,96171215	0,96249310
Log. du dénom..........	9,8892983	9,8888648	9,8860989
Log. de r'''.............	0,0373408	0,0375342	0,0405402
r'''.................	1,0897849	1,0902704	1,0978429

Fig. 30. L'u''' ou l'angle $N'''SC'''$ part pareillement du nœud descendant, & s'ouvre jusqu'à la Comète, selon l'ordre des signes; si on vouloit le rapporter au nœud ascendant, il faudroit aussi lui ajouter 180 degrés.

On aura les angles φ & χ que forment les rayons vecteurs r'' & r''' avec le rayon r', en ôtant u' de u'' & de u'''. Connoissant donc trois rayons vecteurs, & les angles qu'ils forment entr'eux, il sera facile de déterminer tous les élémens de l'orbite, par quelques-unes des formules que nous avons proposées, *Problème XII.*

Par exemple, on pourra trouver la première anomalie vraie par la formule

$$\frac{\frac{\text{fin.}\,\frac{1}{2}\chi}{\text{fin.}\,\frac{1}{2}\varphi}(r' - r'')\,r'''\,\text{fin.}\,\tfrac{1}{2}\chi - (r' - r''')\,r''\,\text{fin.}\,\tfrac{1}{2}\varphi}{(r' - r''')\,r''\,\text{cof.}\,\tfrac{1}{2}\varphi - \frac{\text{fin.}\,\frac{1}{2}\chi}{\text{fin.}\,\frac{1}{2}\varphi}(r' - r'')\,r'''\,\text{cof.}\,\tfrac{1}{2}\chi} = \text{tang.}\, v'.$$

Nous avons averti au *Problème XII,* que fi au moment de la première obfervation, la Comète n'a pas encore paffé par fon périhélie, il faut changer les fignes du numérateur de la formule précédente. Si la Comète eft directe, il faut faire v' négative avant le paffage au périhélie, & pofitive après ce paffage; & l'on aura $v'' = v' + \varphi$, $v''' = v' + \chi$. Si la Comète eft rétrograde, v' fera au contraire pofitive avant, & négative après le paffage au périhélie; les équations feront alors, $v'' = v' - \varphi$, $v''' = v' - \chi$. Dans notre exemple, outre que l'on fait d'ailleurs que la Comète a été périhélie entre les obfervations, les v ne permettroient pas d'en douter; car autrement v''' auroit été de plus de 306 degrés; c'eft-à-dire, que fi la Comète n'eût pas paffé par fon périhélie, elle auroit paffé par fon aphélie dans l'intervalle des obfervations, ce qui eft abfurde.

On déterminera l'excentricité ε par la formule

$$\frac{r' - r''}{r''\,\text{cof.}\,v'' - r'\,\text{cof.}\,v'} = \varepsilon.$$

Si $\varepsilon = 1$, la trajectoire fera une parabole, elle fera une hyperbole, fi ε eft plus grand que 1, ou enfin une ellipfe, fi ε eft moindre que l'unité.

Le demi-paramètre p fera donné par l'équation

$$r'(1 + \varepsilon\,\text{cof.}\,v') = p.$$

Et la diftance périhélie π, par

$$\frac{p}{1 + \varepsilon} = \pi.$$

Le demi-grand axe fera

$$\frac{\pi}{1 - \varepsilon} = A, \text{ ou } \frac{\pi^2}{2\pi - p} = A.$$

L'excentricité e, rapportée au rayon moyen de l'orbite terreſtre, $A\varepsilon = e = A - \pi$.

Le demi-petit axe a

$$\frac{p}{\sqrt{(1 - \varepsilon^2)}} = a = \sqrt{(pA)} = \pi\alpha.$$

La diſtance aphélie α, $A + e = \alpha$.

Enfin le temps de la révolution périodique Θ,

$$A^{\frac{3}{2}} = \Theta \text{ d'années ſidérales.}$$

Nous avons trouvé par rapport à notre Comète, rapportant les u au nœud deſcendant.

	I.re Hypothèse.	II.e Hypothèse.	III.e Hypothèse.
	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.
u'	− 46. 13. 23,25	− 46. 16. 19,4	− 46. 12. 34,9
u''.	+ 57. 5. 35,15	+ 56. 58. 15,5	+ 58. 27. 49,1
u'''	+126. 22. 24,6	+126. 21. 22,35	+126. 54. 31,9
Donc $\varphi = u'' - u'$.	103. 18. 58,4	103. 14. 34,9	104. 40. 24,0
Et $\chi = u''' - u'$. .	172. 35. 47,85	172. 37. 41,75	173. 7. 6,8
Numér. pour v' *.	− 0,66325239	0,66430924	0,67000481
Dénominateur. . .	0,004604716	0,004673273	0,004457619
Log. tang. de v'. .	− 2,1584761	2,1527491	2,1769749
v'	− 90. 23. 52	− 90. 24. 11	− 90. 22. 52,3
$+ \varphi$	+103. 18. 58,4	103. 14. 34,9	104. 40. 24
$v'' = v' + \varphi$	+ 12. 55. 6,4	12. 50. 23,9	14. 17. 31,7
$+ \chi$	+172. 35. 47,8	172. 37. 41,8	173. 7. 6,8
$v''' = v' + \chi$	+ 82. 11. 55,8	82. 13. 30,8	82. 44. 14,5
Log. de ε	9,8915456	9,8913807	9,8981265
$\varepsilon < 1$	0,77901464	0,77871891	0,79090891
Log. de p, $\frac{1}{2}$ param.	0,0809939	0,0810319	0,0819270
p	1,2050191	1,20512444	1,2076108
Log. de π	9,8308144	9,8309246	9,8288535
π diſtance périhélie.	0,6773520	0,6775239	0,6743005

* Ce numérateur devroit être poſitif ſelon la formule; mais nous changeons ſon ſigne, parce qu'au moment de la première obſervation, la Comète n'avoit pas encore paſſé ſon périhélie.

Avant

Avant que d'aller plus loin, il faut vérifier, d'après les élémens que nous venons d'établir, jusqu'à quel point nos hypothèses sont exactes; si elles ne nous représentent pas bien précisément la vérité, elles nous mettront du moins dans la voie d'y parvenir immédiatement, pourvu toutefois qu'elles ne s'en écartent pas trop elles-mêmes.

Nous connoissons l'intervalle de temps écoulé entre les observations; calculons quel intervalle a dû s'écouler selon nos différentes suppositions; si les intervalles calculés sont les mêmes que les intervalles observés, l'hypothèse qui nous aura fourni ces intervalles, sera la véritable. Nous avons proposé, *Problème XIII,* différentes manières de calculer les temps écoulés, soit depuis le périhélie, soit entre les observations. Si ε différoit peu de l'unité, ou, ce qui revient au même, si la trajectoire différoit peu de la parabole, on ne pourroit guère se dispenser d'employer une des séries que nous avons indiquées, & le calcul seroit un peu long; mais comme ici l'unité excède ε de 0,22, nous pouvons avec confiance employer la méthode directe exposée au même Problème, pour trouver les t ou les intervalles de temps écoulés entre le périhélie & chaque observation.

Pour le 15 Juin.

	I.re Hypoth.	II.e Hypoth.	III.e Hypoth.
Tang. $\frac{1}{2}v'\sqrt{(2\pi - p)}$..	9,5906042	9,5909899	9,5774839
$\sqrt{p}$..............	0,0404970	0,0405160	0,0409635
Log. tang. $\frac{1}{2}\omega$......	9,5501072	9,5504739	9,5365204
$\frac{1}{2}\omega$..............	19d 32′ 23″,4	19d 33′ 18″,3	18d 58′ 54″,0
ω, anomalie excentrique.	39. 4.46,8	39. 6.36,6	37.57.48,0

Voici une autre manière de trouver l'anomalie excentrique par son cosinus; il est peut être des circonstances où elle pourra paroître préférable à la précédente.

$$\text{cos. } \omega = \varepsilon + \frac{\pi r \text{ cos. } v}{1 - \varepsilon}.$$

	I.re HYPOTHÈSE.	II.e HYPOTHÈSE.	III.e HYPOTHÈSE.
ε	0,77901464	0,77871891	0,79090891
$\frac{\pi r' \text{cos}. v'}{1-\varepsilon}$	− 0,00274417	− 0,00278405	− 0,00250447
Cos. ω	0,77627047	0,77593486	0,78840444
Son logarithme	9,8900131	9,8898252	9,8967490
ω	39d 4′ 46″,7	39d 6′ 36″,5	37d 57′ 48″,1
ω en secondes	140686,7	140796,5	136668,1
Son logarithme	5,1482530	5,1485919	5,1356672
Logarithme constant	4,6855749	4,6855749	4,6855749
Log. de ω en part. du rayon	9,8338279	9,8341668	9,8212421
Log. de ε sin. ω	9,6911618	9,6912814	9,6871128
ω en parties du rayon	0,68206841	0,68260079	0,66258576
ε sin. ω	0,49109080	0,49122607	0,48653360
Différence	0,19097761	0,19137472	0,17605216
Log. de cette différence	9,2809824	9,2818846	9,2456413
+ log. de $\frac{1}{2} \frac{n\pi^3}{(2\pi - p)^{\frac{3}{2}}}$	2,4940943	2,4933880	2,5271952
Log. de t'	1,7750767	1,7752726	1,7728365
t' en jours	59,57674	59,60362	59,27022

Pour le 19 Août.

	I.re HYPOTHÈSE.	II.e HYPOTHÈSE.	III.e HYPOTHÈSE.
On trouvera ω	4d 34′ 12″,4	4d 32′ 43″,66	4d 54′ 21″,41
ω en parties du rayon	0,079761759	0,079333273	0,085624941
ε sin. ω	0,062069700	0,061713514	0,067638797
Différence	0,017692059	0,017619759	0,017986144
Log. de la différence	8,2477784	8,2460000	8,2549381
Log. de $\frac{\varepsilon}{2} \frac{n\pi^3}{(2\pi - p)^{\frac{3}{2}}}$	2,4940943	2,4933880	2,5271952
Log. de t''	0,7418727	0,7393880	0,7821333
t'' en jours	5,51916	5,48767	6,05527

Pour le 2 Octobre.

	I.re HYPOTHÈSE.	II.e HYPOTHÈSE.	III.e HYPOTHÈSE.
On trouvera ω........	$34^d\ 10'\ 48'',9$	$34^d\ 13'\ 10''$	$33^d\ 29'\ 38''$
ω en parties du rayon.....	0,59655795	0,59724205	0,58457865
ε sin. ω.............	0,43764909	0,43792343	0,43646160
Différence...........	0,15890886	0,15931862	0,14811705
Son logarithme........	9,2011481	9,2022665	9,1706051
Log. de $\frac{1}{2} \frac{n.\pi^3}{(2\pi - p)^{\frac{3}{2}}}$.	2,4940943	2,4933880	2,5271952
Log. de t'''...........	1,6952424	1,6956545	1,6978003
t''' en jours...........	49,57268	49,61974	49,86552

Ayant trouvé les t, leur somme ou leur différence donnera θ' & ϑ, c'est-à-dire, l'intervalle écoulé entre la première observation & les deux autres; puisque la Comète a été périhélie entre les deux premières observations, θ' ou le temps écoulé entre ces deux observations, sera égal à $t' + t''$, & ϑ ou le temps écoulé entre la première & la troisième observation, sera $= t' + t'''$. On comparera ces intervalles calculés avec les intervalles observés, & l'on marquera les différences ou les erreurs des intervalles calculés.

	I.re HYPOTHÈSE.	II.e HYPOTHÈSE.	III.e HYPOTHÈSE.
t'.................	59,57674	59,60362	59,27022
t''.................	5,51916	5,48767	6,05527
$t' + t'' = \theta'$ calculé.....	65,09590	65,09129	65,32549
θ' observé............	65,13190	65,13190	65,13190
Erreur de θ' calculé.....	— 0,03600	— 0,04061	+ 0,19359
t'.................	59,57674	59,60362	59,27022
t'''.................	49,57268	49,61974	49,86552
$t' + t''' = \vartheta$ calculé.....	109,14942	109,22336	109,13574
ϑ observé............	109,18073	109,18073	109,18073
Erreur de ϑ calculé......	— 0,03131	+ 0,04263	— 0,04499

Aucune de nos hypothèſes ne repréſente les temps calculés, tels qu'ils ont été obſervés; le lieu du nœud N & l'inclinaiſon I que nous avons ſuppoſés d'abord, n'étoient donc pas exacts. Nommons $+\nu$ la variation que nous avons fait ſubir au nœud N, & $+n$ celle dont nous avons affecté l'inclinaiſon I, & que le vrai lieu du nœud ſoit $N+x$, & la véritable inclinaiſon $I+y$. Conſidérons d'un autre côté l'effet que les variations ν & n ont produit ſur θ'; nommons θ' celui de la première hypothèſe, $\theta'+m$ celui de la ſeconde, $\theta'+q$ le θ' de la troiſième, & $\theta'+g$ le vrai θ' obſervé. Laiſſant pareillement le nom de ϑ au ϑ de la première hypothèſe, appelons $\vartheta+m'$ celui de la ſeconde, $\vartheta+q'$ celui de la troiſième, & $\vartheta+g'$ le ϑ obſervé. Mettant le tout en ordre, nous aurons

$N.$	$N+\nu.$	$N.$	$N+x.$
$132^d\,15'\,37''$	$132^d\,18'\,37''$	$132^d\,15'\,37''$	$132^d\,15'\,37''+x.$
$I.$	$I.$	$I+n.$	$I+y.$
1.34.20	1. 34. 20	1. 35. 20	1. 35. 20 $+y.$
$\theta'.$	$\theta'+m.$	$\theta'+q.$	$\theta+g.$
65,09590	65,09129	65,32549	65,13190.
	θ' 65,09590	θ' 65,09590	θ' 65,09590.
	$m=-$ 0,00461	$q=+$ 0,22959	$g=+$ 0,03600.
$\vartheta.$	$\vartheta+m'.$	$\vartheta+q'.$	$\vartheta+g'.$
109,14942	109,22336	109,13574	109,18073.
	ϑ 109,14942	ϑ 109,14942	ϑ 109,14942.
	$m'=+$ 0,07394	$q'=-$ 0,01368	$g'=+$ 0,03131.

On peut maintenant raiſonner ainſi. Si ν ajouté à N a produit dans θ' & ϑ les variations m & m', quelles variations produira x dans ces mêmes intervalles; & ſi n y a produit les variations q & q', quelles variations ſeront produites par y? On aura donc quatre proportions

$$\nu : m :: x : \frac{mx}{\nu}, \qquad \nu : m' :: x : \frac{m'x}{\nu},$$

$$n : q :: y : \frac{qy}{n}, \qquad n : q' :: y : \frac{q'y}{n}.$$

$\frac{mx}{\nu}$ & $\frac{qy}{n}$ ſont donc les variations que x & y doivent produire dans θ'; mais il eſt clair que g eſt la véritable variation que θ' doit ſubir; donc

$$\frac{mx}{\nu} + \frac{qy}{n} = g,$$

d'où l'on tire

$$y = \frac{gn}{q} - \frac{mnx}{q\nu}.$$

On aura de même

$$y = \frac{g'n}{q'} - \frac{m'nx}{q'\nu}.$$

De ces deux équations, il eſt facile de conclure la valeur de x & de y. Dans notre exemple, $\nu = 3' = 180''$, & $n = 1' = 60''$. Donc

$$\frac{gn}{q} = 9{,}40808,$$

$$\frac{mnx}{q\nu} = -\ 0{,}0066931\ x,$$

$$\frac{g'n}{q} = -\ 137{,}32459,$$

$$\frac{m'nx}{q'\nu} = -\ 1{,}8016568\ x.$$

Donc

$$y = 9{,}40808 + 0{,}0066931\ x = -\ 137{,}32459 + 1{,}8016568\ x.$$

Donc

$$146{,}73267 = 1{,}7949637\ x.$$

Donc

$$x = \frac{146{,}73267}{1{,}7949637} = 81'',746868,\ \&\ y = 9{,}955219.$$

Donc

$$N + x = 132^d\ 15'\ 37'' + 1'\ 22'' = 132^d\ 16'\ 59'',$$

c'eſt le vrai lieu du nœud, &

$$I + y = 1^d\ 34'\ 20'' + 10'' = 1^d\ 34'\ 30''.$$

c'eſt la véritable inclinaiſon de l'orbite à l'Écliptique.

Ayant trouvé la véritable position du nœud & la véritable inclinaison, on pourroit partir de ces données & recommencer le calcul; c'est même ce qu'il faudroit faire, si le nœud & l'inclinaison trouvés par le calcul, différoient beaucoup des N & des I supposés dans les trois hypothèses. Si les θ' & ϑ trouvés par ce nouveau calcul, s'accordoient avec les θ' & ϑ déduits des observations, ce seroit une preuve & de l'exactitude des calculs, & de la précision des N & I qu'ils auroient procurés; si ces θ' & ϑ calculés & observés ne s'accordoient pas, il faudroit prendre les N & I conclus des calculs pour une nouvelle première hypothèse, faire varier l'un & l'autre, moins cependant qu'on ne l'avoit fait d'abord, & recommencer toute l'opération sur trois nouvelles hypothèses. Dans le cas présent, où N & I conclus, d'après le calcul, diffèrent peu des N & I primitivement supposés, il n'est nécessaire de recommencer aucun calcul pour trouver les autres élémens; deux légères proportions suffiront pour les conclure de ceux qu'on a déjà déterminés dans les trois hypothèses. Soit un élément quelconque déjà calculé, comme u', v', ε, p, π; que β soit $=$ à cet élément conclu de la seconde hypothèse $-$ le même élément conclu de la première, & $\gamma =$ à une semblable différence de la troisième hypothèse à la première; on pourra toujours dire, si ν, variation de N de la première à la seconde hypothèse, a produit x pour véritable variation, que produira la variation β. On en dira autant de γ, par rapport aux variations η & y, & l'on aura les deux analogies suivantes,

$$\nu : x :: \beta : \frac{\beta x}{\nu}, \qquad \eta : y :: \gamma : \frac{\gamma y}{\eta}.$$

Donc la correction qu'il faut appliquer aux élémens conclus de la première hypothèse, est $\frac{\beta x}{\nu} + \frac{\gamma y}{\eta}$. $\frac{x}{\nu}$ & $\frac{y}{\eta}$ sont deux constantes, auxquelles il suffit d'appliquer les β & γ de chaque élément, pour avoir la correction compétente à chaque élément de la première hypothèse. Par exemple,

on obtiendra la correction de u' de la manière suivante,

u' de la seconde hypothèse..........		$133^d\ 43'\ 40'',6.$
— u' de la première..............		133. 46. 36,75.
Reste = β....................	—	2. 56,15.
u' de la troisième hypothèse.........		133. 47. 25,1.
— u' de la première..............		133. 46. 36,75.
Reste = γ....................	+	48,35.
Log. de $\frac{x}{v}$ constant.............	+	9,6571986.
Log. de β — 176'',15.............	—	2,2458826.
Log. de $\frac{\beta x}{v}$	—	1,9030812.
Log. de $\frac{y}{n}$ constant............	+	9,2198995.
Log. de γ......................	+	1,6843965.
Log. de $\frac{\gamma y}{n}$	+	0,9042960.

La correction de u', ou de l'angle du rayon vecteur r', avec la ligne des nœuds $= \frac{\beta x}{v} + \frac{\gamma y}{n}$, est donc $-80'' + 8'' = -72'' = -1'\ 12''$. Donc cet angle ou u', étoit de $133^d 45' 25''$, le 15 Juin.

On trouvera par une semblable opération, que $\frac{\beta x}{v} + \frac{\gamma y}{n}$ étoit

Pour l'anomalie vraie, v'..... $= 8'',6 - 9'',9 = -1''$.
Pour l'excentricité, ε.. $= -0,00013430 + 0,00197350$
$= + 0,00183920$.
Pour le demi-param. p. $= + 0,0000478 + 0,0004300$
$= + 0,0004778$.
Pour la distance périh. π $= + 0,0000781 - 0,0005063$
$= - 0,0004282$.

Pour l'intervalle t', entre la première obſervation & le paſſage au périhélie,

$$= + 0{,}01221 - 0{,}05086 = - 0{,}03865.$$

Appliquant donc ces corrections aux élémens de la première hypothèſe, on aura tous les élémens de l'orbite de la Comète, ainſi qu'il ſuit :

Lieu du nœud aſcendant, N	$4^s\ 12^d\ 16'\ 59''$.
Inclinaiſon de l'orbite, I	1. 34. 30.
Angle traverſé depuis le ☊, ſuivant l'ordre des ſignes, ou u'	4. 13. 45. 25.
Lieu héliocentrique ſur l'orbite, le 15 Juin, $K' = N + u'$	8. 26. 2. 24.
Anomalie vraie, ou v', le 15 Juin	3. 0. 23. 51.
Lieu du périhélie $= K' + v'$	11. 26. 26. 15.

Nous mettons +, parce que la Comète eſt directe, & qu'elle n'a pas encore paſſé par ſon périhélie.

Temps de la première obſervation .... Juin	$15^j{,}47456$.
Temps écoulé depuis la première obſervation juſqu'au paſſage par le périhélie, ou t'	59,53809.
Temps du paſſage au périhélie ..... Août	14,01265.
Ou Août	$14^j\,0^h\,18'\,13''$.
Diſtance périhélie π	0,6769238.
Son logarithme	9,8305398.
Demi-paramètre de l'orbite	1,2054969.
Excentricité, ε	0,7808538.
Son logarithme	9,8925698.
Demi-grand axe, $A = \frac{\pi}{1-\varepsilon}$	3,0889149.
Diſtance aphélie, $\alpha = 2A - \pi$	5,5009060.
Demi-petit axe, $a = \sqrt{(\alpha\pi)} = \sqrt{(Ap)} = \sqrt{(A^2 - e^2)}$	1,9296870.
Excentricité $e = A\varepsilon$	2,4119911.
Durée de la révolution $\Theta = A^{\frac{3}{2}}$	5,4288625.
Ou	5 ans 157 jours.
Sens du mouvement	Direct.

Remarques

Remarques sur le Problème précédent.

Ce Problème nous paroît présenter une méthode assez simple pour calculer les trajectoires elliptiques des Comètes; nous l'avons plusieurs fois employée, & nous reconnoissons volontiers que nous nous sommes donné une peine assez inutile, quant à la plupart des Comètes que nous avons calculées par cette voie. Nous pensons, comme nous l'avons déjà dit, qu'on ne doit calculer dans l'ellipse que les Comètes, dont une orbite parabolique ne peut représenter les mouvemens d'une manière satisfaisante, telle étoit la Comète de 1770, ou celles dont la révolution périodique est connue, comme celle de 1759. M. Lexell est plus indulgent que nous; il distingue les Comètes en trois classes; 1.° celles dont la distance périhélie excède considérablement l'unité; 2.° celles dont la distance périhélie n'est guère plus grande que 1, & n'est pas plus petite que 0,33, ou 0,25; 3.° celles dont la distance périhélie est moindre que 0,33, ou même que 0,25. Les premières, telles que celles de 1729 & 1747, ne parcourent qu'une très-petite partie de leur orbite, durant le temps de leur apparition, il n'est pas possible d'en conclure la nature de cette orbite. Les troisièmes, telles que celles de 1680, 1744 & 1769, passent fort près du Soleil, leur excentricité est extrêmement grande par rapport à leur distance périhélie, la plus légère erreur dans les observations en occasionne une très-sensible sur l'excentricité, & sur la forme de l'orbite. M. Lexell a cependant essayé de calculer la durée de la révolution de la Comète de 1769, il croit qu'on peut la borner à cinq cents dix-neuf ans au plus, à quatre cents quarante-neuf ans au moins; nos calculs nous l'ont donnée de douze cents trente-un ans; nous croyons devoir nous en tenir au doute général que M. Lexell nous a inspiré sur toutes les Comètes de la troisième classe. Quant à celles de la deuxième classe, il permet de les calculer dans l'ellipse, pourvu toutefois que pendant la durée de leur apparition, elles aient parcouru une partie suffisamment grande de leur

Acad. de Pétersb. 1778, Part. I.

orbite; la Comète de 1773 a paru durant plus de ſix mois; mais pendant ce long intervalle, elle n'a parcouru que 68 degrés d'anomalie vraie, c'eſt trop peu pour que l'on puiſſe répondre avec quelque confiance, de l'orbite elliptique que nous lui avons aſſignée. Par *orbite elliptique,* nous entendons ici l'orbite entière & complète; le Problème précédent ſuffira toujours pour déterminer avec aſſez de préciſion les principaux élémens de l'orbite, indépendamment de ſa nature, tels que le lieu du nœud, celui du périhélie, l'inclinaiſon, la diſtance périhélie, &c, mais il n'en ſera pas de même de l'excentricité, de la grandeur des axes & de la durée de la révolution; la plus légère erreur dans les obſervations en occaſionnera une ſur l'excentricité; celle-ci ſera légère, il eſt vrai, mais l'erreur qu'elle produira ſur la longueur des axes & ſur la durée de la révolution ſera conſidérable, & d'autant plus grande que l'excentricité ε différera moins de l'unité. Nous en avons eu une preuve bien frappante par rapport à la Comète de 1759. Nous avons tenté de calculer l'orbite elliptique de cette Comète, ſur les obſervations faites par M. Meſſier, le 27 Janvier, le 31 Mars (1.er Avril matin) & le 3 Juin; le réſultat a été que la Comète parcouroit ſon orbite en cinquante-quatre ans & deux mois. Soupçonnant que ce réſultat ſingulier pouvoit être occaſionné par quelqu'erreur dans les obſervations, nous avons ſubſtitué ſucceſſivement le 3 Février au 27 Janvier, le 13 Avril & le 1.er Mai au 31 Mars, & le 28 Mai au 3 Juin; la révolution calculée ne s'eſt trouvée que de cinquante-trois ans & demi, cinquante-quatre ans & demi, ſoixante-un ans & deux tiers, & enfin de cinquante-ſix ans & demi. Voulant nous aſſurer d'où pouvoit provenir une différence auſſi énorme, entre la durée calculée de la révolution & ſa durée réelle, nous avons calculé ſur la ſeconde orbite de l'Abbé de la Caille, les longitudes & les latitudes de la Comète, pour le 27 Janvier, le 31 Mars & le 3 Juin. La longitude ainſi calculée excédoit la longitude obſervée le 27 Janvier, de 7′ 53″, le 31 Mars de 2′ 54″, & le 3 Juin de 5′ 4″. La latitude calculée étoit, le 27 Janvier, moins boréale que

l'obſervée de $1' 11''$, le 31 Mars, elle étoit plus boréale de $3' 4''$, & le 3 Juin, elle étoit plus auſtrale de $10''$ ſeulement. Partant de ces lieux calculés de la Comète, comme s'ils avoient été réellement obſervés, nous avons calculé de nouveau l'orbite de la Comète, & nous avons trouvé la durée de la révolution de 76,89937 ans; ſuivant Clairaut, il falloit la ſuppoſer de 76,85147; la différence n'eſt pas de dix-ſept jours & demi. L'erreur des obſervations étoit, il eſt vrai, un peu ſenſible, mais non pas énorme. Or, ſi de telles erreurs ont pu en cauſer une de plus de vingt-deux ans & demi ſur la durée de la révolution d'une Comète, dont la période n'eſt pas de ſoixante-dix-ſept ans, quelles énormes erreurs ne doit-on pas craindre, lorſque d'après des obſervations, moins imparfaites ſans doute, mais cependant imparfaites, on veut conclure la révolution périodique d'une Comète dont l'excentricité eſt preſque immenſe ? Nous n'avons pas entrepris de calculer la révolution de la Comète de 1759, ſur les obſervations faites depuis le 31 Mars juſqu'au 3 Juin; durant cet intervalle, la Comète n'a parcouru que 57 à 58 degrés d'anomalie vraie; c'eſt trop peu pour pouvoir établir ſur ces obſervations la durée de ſa révolution périodique.

On peut faire une autre remarque ſur le Problème précédent; c'eſt qu'il eſt des cas où il eſt inſoluble, il en eſt un autre déſavorable, il en eſt enfin qui ſimplifient beaucoup le calcul.

Les cas inſolubles ſont lorſque $I = 0$, ou lorſque la Terre, au moment d'une des trois obſervations, ſe trouve préciſément dans la ligne des nœuds. Alors les angles STN Fig. 30.
& SNT ſont $= 0$, & l'angle TSN, ou $V = 180^d$, ou 0, & les numérateurs de nos formules pour trouver u & r ſe réduiſent tous à 0.

Le cas déſavorable eſt celui où la Terre ſe trouveroit fort voiſine de la ligne des nœuds; le triangle TSN auroit alors au moins un angle extrêmement aigu, les erreurs les plus légères de l'obſervation agiroient fortement ſur cet angle, & l'erreur des réſultats pourroit devenir très-conſidérable.

On ne connoît aucune Comète qui ait parcouru exactement

Fig. 30. l'Écliptique ; une telle Comète n'auroit ni nœuds ni inclinaison, il ne seroit pas possible de lui appliquer la pratique du Problème précédent. Quant aux inconvéniens qui résulteroient de la coïncidence du lieu de la Terre avec la ligne des nœuds, ou de sa trop grande proximité à cette ligne, il est facile de les prévenir. Puisque l'on est supposé connoître à peu-près la position de la ligne des nœuds, il faut choisir tellement les observations, qu'au moment de chacune d'elle la Terre soit de 5 à 6 degrés au moins éloignée de cette ligne.

Si l'on observe la Comète sans aucune latitude, ou dans l'Écliptique même, le point N se confond avec les points C & K, l'angle $u = 0$, & le rayon vecteur r devient $= \frac{R \text{ sin. } STC}{\text{sin. } TNS}$; l'angle $TNS = TCS$ est connu, puisqu'on connoît l'angle $TSN = TSC = V$ par supposition, & l'angle $STN = STC = \zeta$ par observation.

Si la longitude géocentrique observée de la Comète est la même que la longitude héliocentrique supposée du nœud, les lignes CT & SN sont parallèles, l'angle TNS est nul, les angles STN & TSN ou V sont supplémens l'un de l'autre, & l'on a $\text{tang. } u = \frac{\text{tang. } V}{\text{cos. } I} + \frac{\text{tang. } L}{\text{sin. } I}$, & $r = \frac{R \text{ sin. } V}{\text{cos. } I \text{ sin. } u}$;

Enfin, si l'on observe la Comète en conjonction ou en opposition avec le Soleil, le sinus de STN devient $= 0$, la tangente de l'angle $u = \frac{\text{tang. } V}{\text{cos. } I}$, &

$$r = \frac{R \text{ sin. } V \text{ tang. } L}{\text{sin. } u \text{ cos. } I \text{ tang. } L \pm \text{sin. } u \text{ sin. } V \text{ sin. } I},$$

ou

$$\frac{R \text{ sin. } V}{\text{cos. } I \text{ sin. } u \,(1 \pm \text{cotang. } L \text{ tang. } I \text{ sin. } V)}.$$

La duplicité des signes est relative aux trois cas que nous avons distingués au commencement de ce Problème.

PROBLÈME XX.

Lorsque l'on attend le retour d'une Comète, déterminer d'après une ou deux observations, si une Comète qui paroît est celle que l'on attend.

ON connoît sans doute les élémens de l'orbite de la Comète que l'on attend; il faut avancer le lieu du nœud & celui du périhélie de la quantité dont les équinoxes ont dû rétrograder sur les Étoiles fixes depuis la dernière apparition. On peut aussi, si la Comète est directe, ajouter au lieu de son périhélie, & retrancher de celui de son nœud, ou faire le contraire, si le cours de la Comète est rétrograde; vu que le mouvement du périhélie d'une Comète directe est direct, & celui de son nœud rétrograde, au lieu que celui du périhélie d'une Comète rétrograde est rétrograde, & celui de son nœud direct.

Une Comète est observée; supposons que ce soit celle que l'on attend, donc nous connoissons la position de ses nœuds & l'inclinaison de son orbite. Par le moyen de ces deux élémens, & d'une des formules proposées au Problème précédent, déterminons son angle u, c'est-à-dire, l'angle de son rayon vecteur avec la ligne des nœuds. Soit U l'angle de la ligne des noeuds avec l'axe de la trajectoire, ou la distance du nœud ascendant au périhélie, on aura toujours l'anomalie vraie $v = U \pm u$; la figure qu'on aura faite ne laissera aucun motif de doute sur le signe qu'il faudra choisir. Connoissant l'anomalie vraie v, on calculera par le *Problème I*, la longitude & la latitude héliocentriques de la Comète; son rayon vecteur, par le *Problème II;* sa longitude & sa latitude géocentriques, par le *Problème III.* Si la longitude ou la latitude, ainsi calculée, s'écarte de plus de trois ou quatre degrés de la longitude ou de la latitude observée, la Comète qui paroît n'est pas celle que l'on attend. Si la différence entre les longitudes ou les latitudes calculées & observées, n'est que de trois ou quatre degrés, ou même encore

moindre, la Comète observée pourroit bien être la Comète attendue; la différence des résultats des calculs dans la parabole, tels qu'on les a employés, & des calculs dans l'ellipse, pouvant s'étendre à un ou deux degrés, & d'ailleurs la perturbation que les élémens de l'orbite ont pu éprouver, dans le cours de la révolution qui finit, pouvant aussi être appréciée à deux ou trois degrés; mais quand la différence entre le calcul & l'observation seroit absolument nulle, il ne faudroit pas conclure définitivement que la Comète qui paroît est celle dont on attend le retour, deux Comètes très-différentes pouvant être observées au même instant dans la même partie du ciel. Nous avons acquis, il est vrai, une forte présomption de l'identité des deux Comètes; pour convertir cette présomption en certitude, convertissons d'abord en jours l'anomalie vraie que nous avons déterminée; nous en conclurons le temps du passage de la Comète en son périhélie; c'est l'unique élément qui nous manquoit pour connoître parfaitement la situation de son orbite, dans l'hypothèse qu'elle ne diffère pas de celle dont on attend le retour. Cela fait, attendons une seconde observation, calculons sur nos élémens le lieu de la Comète au moment de cette seconde observation; si la différence entre le lieu calculé & le lieu observé est à quelques minutes près la même qu'au moment de la première observation, tout doute sera levé; la Comète qui paroît est décidément la même que celle qu'on attendoit.

PREMIER EXEMPLE.

PLUSIEURS attendoient, dès l'an 1757, le retour de la Comète de 1682; on découvre, en effet, le 16 Septembre, à $14^h\ 50'$, une Comète en $3^s\ 14^d\ 7'$, avec une latitude boréale de $9^d\ 38'$; étoit-ce la Comète de 1682?

Je suppose que vers 1757, le nœud ascendant de la Comète de 1682, pouvoit être en $1^s 20^d 49' 30''$, & son périhélie en $10^s\ 2^d\ 53'\ 30''$; donc la distance du nœud au périhélie $N - P = 107^d 56' = U$. Le lieu du Soleil étoit en $5^s 24^d 18' 10''$; donc celui de la Terre T, en $11^s 24^d 18' 10''$.

Donc la diſtance du Soleil à la Comète $= S - C =$ $70^d\ 11'\ 10''$; enfin, la diſtance du nœud aſcendant à la Terre $= N - T = 56^d 31' 20'' = V$.

Je fais une figure *(fig. 31)*, la ligne des nœuds paſſe par $1^f 20^d 49' 30''$, & par le point oppoſé $7^f 20^d 49' 30''$, le ſigne du nœud aſcendant ☊ eſt marqué du côté de $1^f 20^d$ $49' 30''$. Le périhélie eſt placé vers $10^f 3^d$, à une diſtance du Soleil convenable aux obſervations de 1682; la Terre T eſt en $11^f 24^d 18' 10''$; l'angle STN ou STC eſt de 70^d $11'\ 10''$, conformément à l'obſervation, c'eſt l'angle d'élongation de la Comète; il s'ouvre à l'occident du Soleil, la Comète ayant été obſervée plus occidentale que le Soleil. Le cours de la Comète de 1682, étoit rétrograde; donc ſa latitude eſt boréale, lorſqu'après avoir traverſé la ligne des nœuds du côté de ☊, elle parcourt les ſignes du Taureau, du Bélier, des Poiſſons, &c. c'eſt-à-dire, toute la partie de ſon orbite qui eſt au-deſſous de la ligne des nœuds ſur notre figure. La latitude de la Comète obſervée étoit boréale, il faut donc la placer au-deſſous de la ligne des nœuds, entre T & N, & la formule pour trouver l'angle $u = CSN$ pris ſur l'orbite de la Comète, ſera Fig. 31.

$$\text{Tang. } u = \frac{\text{ſin. } V \text{ tang. } L}{\text{ſin. } I \text{ ſin. } CTS + \text{coſ. } V \text{ coſ. } I \text{ tang. } L}.$$

L'angle $V = TSN = N - T$ eſt de $56^d\ 31'\ 20''$.

Log. de ſin. V tang. L		9,1509915.
Sin. I ſin. CTS	0,2860332.	
Coſ. V coſ. I tang. L	0,0891963.	
Dénominateur...........	0,3752295.	
Son logarithme..........		9,5742969.
Log. tang. u...........		9,5766946.
u..................	$20^d\ 40'\ 19''$.	
$N - P = U$..........	107. 56. 0.	
Différence $= v$..........	87. 15. 41.	

Nous prenons la différence de $N - P$ & de u, parce

Fig. 31. qu'il eſt clair, à la ſeule inſpection de la figure, que l'angle $CSP = v$ eſt la différence des angles $U = NSP = N - P$ & $NSC = u$.

Après avoir ainſi déterminé l'anomalie vraie que devoit avoir la Comète de 1757, le 16 Septembre, ſi elle étoit la même que celle de 1682, il faut d'après cette anomalie vraie, les lieux du nœud & du périhélie déterminés ci-deſſus, l'inclinaiſon & la diſtance périhélie déterminés en 1682, calculer la longitude & la latitude de la Comète. On n'a pas beſoin de connoître le temps du paſſage au périhélie; cet élément ne ſert qu'à trouver l'anomalie vraie, & nous l'avons déjà. Calcul fait, ſuivant la marche des *Problèmes I, II & III*, on trouve que la longitude devoit être de $3^{s}\,4^{d}\,29'\,45''$, & la latitude de $9^{d}\,37'\,28''$. La différence entre le calcul & l'obſervation, n'eſt que de $32''$ quant à la latitude; mais la longitude calculée diffère de $9^{d}\,37'\,15''$ de la longitude obſervée, c'eſt trop, la Comète de 1757 n'étoit pas celle de 1682. Si cependant quelqu'un ſe perſuadoit que l'erreur du calcul parabolique ſubſtitué au calcul elliptique, jointe à celle qu'occaſionneroit l'altération des élémens pendant le cours d'une révolution, pourroit monter à plus de 9 degrés & demi, il lui faudroit une ſeconde obſervation pour détruire ſon doute. Il trouveroit dans la *Table générale du mouvement des Comètes*, que $87^{d}\,15'\,41''$ d'anomalie vraie répondent à 102,0575 jours; au logarithme de 102,0575, il ajouteroit la moitié du triple du logarithme de la diſtance périhélie de la Comète de 1682, & il auroit le logarithme de 45,4767 jours qui devoient s'écouler depuis l'obſervation du 16 Septembre juſqu'au paſſage par le périhélie, qui auroit eu lieu en Novembre 1,0947 jours. Calculant d'après cela le lieu de la Comète au moment de la ſeconde obſervation, il trouveroit que le calcul fait parcourir à la Comète une route preſque directement oppoſée à celle qu'elle a réellement parcourue; donc les élémens qu'on a ſuppoſés ne ſont pas les vrais élémens de ſon orbite; donc on ne peut reconnoître ici un retour de la Comète de 1682.

SECOND

IIe EXEMPLE.

LE 21 Août 1758, on découvrit une autre Comète en 0^f 22^d 5′ 18″, avec une latitude boréale de 4^d 9′ 39″, le Soleil étant en 4^f 28^d 50′ 30″. Si sur la figure on place la Terre en *t*, en 10^f 28^d 50′ 30″, & que l'on tire la ligne *tc*, qui fasse avec le rayon *St*, un angle de 126^d 45′ 12″, égal à l'élongation observée de la Comète, il est clair que le lieu de la Comète est nécessairement sur la ligne *tc*. Or la trajectoire ☊ *P* ☋ de la Comète de 1682 ne coupe point cette ligne; donc sans aucun calcul ultérieur, on est assuré que la Comète de 1758 ne peut être la même que celle de 1682. Si cependant on desiroit savoir quel seroit le succès du calcul, on commenceroit par remarquer que *t* se trouve ici entre *c* & *n*; donc la formule à employer pour trouver *u*, seroit Fig. 31.

$$\text{Tang. } u = \frac{\text{sin. } V \text{ tang. } L}{\text{cos. } V \text{ cos. } I \text{ tang. } L - \text{sin. } I \text{ sin. } ctS}.$$

V ou l'angle *tSn* est ici de 98^d 1′; cos. *V* sera donc négatif. On trouvera *u* ou *cSn* de 164^d 7′ 20″, donc *v* ou *cSP* de 92^d 3′ 20″. Cette anomalie vraie, combinée avec les élémens de l'orbite de la Comète de 1682, donnera 84^d 15′ 35″ pour longitude de la Comète, le 21 Août 1758, & la longitude observée n'étoit que de 22^d 5′ 18″, la différence excède 62 degrés; donc la Comète de 1758, n'étoit pas celle qu'on attendoit.

IIIe EXEMPLE.

ENFIN, on observa une troisième Comète au mois de Janvier suivant; le 27 Janvier 1759, elle fut observée en 11^f 21^d 8′ 7″, avec une latitude boréale de 5^d 0′ 7″. On demande si c'étoit le retour de la Comète de 1682? Le Soleil étoit en 10^f 7^d 40′ 28″.

Soit *(fig. 32)* la Terre *T* en 4^f 7^d 40′ 28″, à l'opposite du Soleil; la ligne *TNC* faisant avec *TS* du côté de l'orient l'angle *STC* de 43^d 27′ 39″ égal à l'élongation observée de la Comète, ou à *C* — *S*. Puisque la Comète a une Fig. 32.

Fig. 32. latitude boréale, il faut la placer dans la partie où les latitudes sont boréales, c'est-à-dire, comme nous l'avons remarqué plus haut, au-dessous de la ligne des nœuds sur notre figure, comme en *C*. Donc *N* sera entre *C* & *T*, & nous aurons pour formule,

$$\text{Tang. } u = \frac{\text{sin. } V \text{ tang. } L}{\text{sin. } I \text{ sin. } CTS - \text{cos. } V \text{ cos. } I \text{ tang. } L}.$$

$V = T - N$ sera ici de $76^d\ 50'\ 58''$.

Log. sin. *V* tang. *L*.		8,9305656.
Sin. *I* sin. *CTS*.	0,2091318.	
— cos. *V* cos. *I* tang. *L*.	0,0189816.	
Dénominateur.	0,1901502.	
Son Logarithme.		9,2790968.
Log. tang. *u*.		9,6514688.
u.	24^d 8′ 30″.	
☊ — *P*.	107. 56. 0.	
v.	83. 47. 30.	

Cette anomalie vraie, jointe au lieu du nœud, à l'inclinaison, au lieu du périhélie, & à la distance périhélie de la Comète de 1682, donnera pour longitude de la Comète au moment de l'observation du 27 Janvier, $11^s\ 19^d\ 3'\ 8''$; elle a été observée en $11^s\ 21^d\ 8'\ 7''$; la différence n'est guère que de 2 degrés, & l'on peut même remarquer qu'ayant calculé ce lieu de la Comète dans une orbite parabolique, nous devions le trouver moins avancé que si nous l'eussions calculé dans une orbite elliptique. La latitude calculée est de $4^d\ 48'\ 28''$, l'observée de $5^d\ 0'\ 7''$; la différence ne va pas à 12 minutes. L'on pouvoit donc présumer que la Comète observée, le 27 Janvier 1759, étoit la même que celle qui avoit paru en 1682; cela n'étoit cependant pas rigoureusement certain, deux Comètes différentes pouvant être observées le même jour, à la même heure, au même lieu du ciel. Il falloit donc, pour lever toute espèce de doute, attendre une

ſeconde obſervation, & en attendant calculer, d'après l'anomalie vraie déterminée, le temps du paſſage de la Comète par ſon périhélie. Le calcul donne ce paſſage en Mars 9,96657 jours; la Comète fut obſervée les jours ſuivans; le 3,33648 de Février, elle étoit en $11^f 18^d 38' 5''$, avec une latitude boréale de $5^d 27' 28''$; le calcul donne la longitude en $11^f 16^d 31' 7''$, & la latitude de $5^d 19' 32''$. Les différences entre le calcul & l'obſervation ſont preſque les mêmes qu'au 27 Janvier, & dans le même ſens, quoiqu'il y ait ſept jours d'intervalle entre les obſervations. On pouvoit donc dès-lors décider bien affirmativement que la Comète qui paroiſſoit n'étoit autre que celle de 1682, qui venoit terminer ſa révolution.

Le temps du paſſage de la Comète par ſon périhélie, tel que nous l'avons déterminé, diffère de plus de deux jours & demi de celui qu'on a conclu des obſervations poſtérieures, ce qui ne doit pas ſurprendre, notre méthode de calcul ſuppoſant l'orbite parabolique, tandis qu'elle eſt elliptique. On pourroit obtenir un réſultat plus approché de la vérité par la méthode ſuivante.

On connoît à très-peu-près le temps du paſſage au périhélie, donc on connoît pareillement à très-peu-près la durée de la révolution qui finit; on aura le demi-grand axe A, puis l'excentricité ε, enſuite la diſtance périhélie π, enfin le demi-paramètre p par les formules ſuivantes, après avoir préalablement déterminé le rayon vecteur r, par une des formules du *Problème XIX.*

$$r = \frac{R \text{ ſin. } V}{\text{coſ. } I \text{ ſin. } u \, (\text{cot. } L \text{ tang. } I \text{ ſin. } SNT - 1)},$$

$$A = \Theta^{\frac{2}{3}},$$

$$\varepsilon = -\frac{r \text{ coſ. } v}{2A} \pm \sqrt{\left(1 - \frac{r}{A} + \frac{r^2 \text{ coſ.}^2 v}{4AA}\right)},$$

$$\pi = A - \varepsilon A = \frac{r + \varepsilon r \text{ coſ. } v}{1 + \varepsilon};$$

$$p = \pi + \varepsilon\pi.$$

On ne peut jamais balancer ſur la double valeur de ε; 1.° ε ne peut être négatif; 2.° on connoît la valeur d'ε en 1682, elle doit être à peu-près la même en 1759. Ces élémens déterminés, on calculera t par une des méthodes du *Problème XIII;* mais avec toute cette préciſion, on ne pourra encore parvenir qu'à un *à-peu-près*, ſi l'on ignore l'effet des perturbations que la Comète a pu éprouver ſur ſon inclinaiſon, ſur le lieu de ſon nœud, ſur l'angle U de la ligne des nœuds avec celle des apſides.

PROBLÈME XXI.

Deux diſtances de la Comète à la Terre étant données au moment de deux obſervations, déterminer l'orbite parabolique.

SUPPOSONS qu'on ait de la Comète de 1769, les deux obſervations ſuivantes.

	S.	*R.*	*C.*	*L.*
Jours.	*D. M. S.*		*D. M. S.*	*D. M. S.*
Août 21,54506	149. 7.43	0,0046650	47. 1.45	− 5.53.53
Déc. 1,24116	249.54.53	9,9935568	276.0.30	+ 23.28.41

Pour les R, nous mettons toujours leurs logarithmes; les C & les L ſont corrigés de l'aberration.

Fig. 25. Soit (*fig.* 25) S le Soleil; T' le lieu de la Terre, au 21 Août; K' le lieu de la Comète dans ſon orbite, relevé par conſéquent au-deſſus, ou abaiſſé au-deſſous du plan de l'Écliptique; C' le même lieu projeté ſur le plan de l'Écliptique. Soit auſſi T'' le lieu de la Terre; K'' celui de la Comète en ſon orbite; C'' le même réduit à l'Écliptique, au 1.er Décembre. Si l'on tire des rayons qui joignent les T,

les K, les C & S, on aura comme deux groupes de triangles, dans lesquels on connoîtra, par observation, les angles d'élongation $= \zeta$, dont le premier $ST'C'$ est ouvert à l'occident du Soleil, parce que la Comète, le 21 Août, étoit à l'occident du Soleil; le second au contraire est ouvert à l'orient du Soleil, vu que le 1.er Décembre, la Comète a été observée plus orientale que le Soleil. On connoît aussi les angles $CTK = L$, par observation, & les Tables du Soleil donnent les rayons $ST = R$. Nous avons vu au *Problème XI*, que si l'on donne une seule des inconnues dans chaque groupe de triangles, on en conclut toutes les autres. Nous supposons ici que c'est la distance accourcie $TC = \Delta$ qui est donnée de part & d'autre. Nous la supposons 0,66078, le 21 Août, & 1,9878, le 1.er Décembre. Fig. 25.

Dans les triangles CTS, on connoît donc le côté CT, supposé donné, le côté $ST = R$ & l'angle $CTS = \zeta$; on calculera les deux autres angles; on les trouvera dans notre exemple, pour le 21 Août,

$$C'ST' = 29^d\ 20'\ 36'',$$
$$T'C'S = 48.\ 23.\ 26.$$

Et pour le 1.er Décembre,

$$C''ST'' = 132^d\ 27'\ 22'',$$
$$T''C''S = 21.\ 27.\ 1.$$

Les angles CST sont ceux que nous avons appelé, *de commutation;* nous les désignerons par la lettre η.

On aura les latitudes héliocentriques λ, par l'analogie ordinaire,

$$\text{sin. } \zeta : \text{sin. } \eta :: \text{tang. } L : \text{tang. } \lambda.$$

Le calcul donnera

$$\lambda' = -\ 2^d\ 57'\ 50''.$$
$$\lambda'' = +\ 36.\ 4.\ 37.$$

Les deux angles de commutation comparés avec le lieu de la Terre, donneront les longitudes héliocentriques C de

Fig. 25. la Comète; l'inſpection ſeule de la figure ſuffira pour déterminer ſi la Comète précède ou ſuit la Terre. Au 21 Août, l'on voit que la Comète vue du Soleil, étoit plus orientale que la Terre; donc

Au lieu de la Terre.................	329^d 7′ 43″.
Ajoutez l'angle $C'ST' = n'$..........	29. 20. 36.
Longitude héliocent. de la Comète $= C'$..	358. 28. 19.

Au contraire, le 1.er Décembre, la Comète précédoit la Terre; donc

Du lieu de la Terre.................	69^d 54′ 53″.
Otez l'angle $C''ST'' = n''$............	132. 27. 22.
Longitude héliocentr. de la Comète $= C''$.	297. 27. 31.

La différence des deux longitudes héliocentriques donnera le mouvement de la Comète (réduit à l'Écliptique) depuis le 21 Août juſqu'au 1.er Décembre; mais cette différence peut être priſe en deux ſens différens, ou, ce qui revient au même, ce mouvement peut avoir eu deux directions différentes. De C' $11^f 28^d 28' 19''$, la Comète peut avoir été à C'' $9^f 27^d 27' 31''$, en parcourant par un mouvement rétrograde les Poiſſons & le Verſeau; alors ſon mouvement héliocentrique, du 21 Août au 1.er Décembre, n'aura été que de $61^d 0' 48''$; mais elle peut auſſi avoir été de C' en C'' en parcourant par un mouvement direct les dix autres ſignes du Zodiaque, & alors ſon mouvement aura été de $298^d 59' 12''$. Je ne penſe pas que dans la pratique on puiſſe être embarraſſé ſur le choix. Dans notre exemple, la Comète en C' & en C'', ou plutôt en K' & en K'', n'étoit guère plus éloignée du Soleil que la Terre; or à cette diſtance, il n'eſt pas poſſible qu'en plus de trois mois, elle n'ait parcouru que 61 degrés autour du Soleil. Nous faiſons ici abſtraction des obſervations intermédiaires; elles confirmeroient, ſans aucun calcul, que la Comète, depuis le 21 Août, s'eſt approchée du Soleil, & que par conſéquent elle en a fait le tour du côté

des ſignes du Lion & de la Vierge. Établiſſons donc que le mouvement héliocentrique m de la Comète, rapporté à l'Écliptique, a été de $298^d\ 59'\ 12''$ ſuivant l'ordre des ſignes.

Soit P (*fig. 26*) le pôle boréal de l'Écliptique $C'XYC''$; C' & C'' les deux lieux de la Comète réduits à l'Écliptique; PK', PK'' deux cercles de latitude paſſant par les lieux C', C'' de la Comète; $C'K'$ égal à la première latitude λ' de la Comète, & pris au-delà de l'Écliptique, parce que cette première latitude eſt auſtrale; $C''K''$ égal à la ſeconde latitude λ'', & pris entre l'Écliptique & le Pôle, λ'' étant boréale; K' & K'' ſeront donc les vrais lieux de la Comète dans ſon orbite, & l'arc de grand cercle $K'K''$, qui joint ces deux lieux, repréſentera ou le vrai mouvement φ de la Comète dans ſon orbite, ou, comme dans notre exemple, le ſupplément de ce même mouvement à 360 degrés. Cet arc de cercle $K'K''$, prolongé, s'il eſt néceſſaire, coupera l'Écliptique au point N, qui ſera un des nœuds de l'orbite. Fig. 26.

Dans le triangle $K'PK''$, on connoît les deux diſtances de la Comète au Pôle $PK' = 92^d\ 57'\ 50''$, & $PK'' = 53^d\ 55'\ 23''$, & l'angle compris $P = MN = m$ mouvement héliocentrique de la Comète ſur l'Écliptique, ou ſon ſupplément à 360 degrés. Ici $m = 298^d\ 59'\ 12''$; donc l'angle P, ſon ſupplément, eſt de $61^d\ 0'\ 48''$. On calculera le côté $K'K''$, & l'un des angles ſur ce côté, comme ici $PK'K''$; on trouvera cet angle de $49^d\ 17'\ 21''$, & le côté $K'K''$ de $68^d\ 51'\ 24''$. Puiſque $C'C''$ n'eſt pas le mouvement même de la Comète ſur l'Écliptique, mais ſon ſupplément à 360 degrés, il eſt clair que l'arc $K'K''$ n'exprimera pas non plus le vrai mouvement de la Comète ſur ſon orbite, mais ſon ſupplément à 360 degrés. Donc le vrai mouvement φ de la Comète ſur ſon orbite a été de $291^d\ 8'\ 36''$.

Dans le triangle $C'NK'$, rectangle en C', on connoît l'angle K', qu'on vient de trouver de $49^d\ 17'\ 21''$, & le côté $C'K' = \lambda' = 2^d\ 57'\ 50''$; on calculera l'angle $C'NK'$, le côté NK', & le côté $C'N$. L'angle $C'NK'$ eſt l'inclinaiſon de l'orbite ſur l'Écliptique, on la trouvera de $40^d\ 45'\ 10''$.

Fig. 26. Le côté $C'N$ eſt la différence entre le premier lieu héliocentrique C' de la Comète & le nœud le plus voiſin, il eſt ici de $3^d\,26'\,19''$; puiſque ſur la figure l'ordre des ſignes eſt $C'XYC''C'$, on voit que N précéde C'.

Donc de C'	$358^d\,28'\,19''$.
Otez	3. 26. 19.
Il reſte le lieu du nœud N = ...	355. 2. 0.

Ajoutez à ce lieu le côté NK', $= 4^d\,32'\,18''$, & vous aurez la longitude du point K', ou la longitude K' de la Comète comptée ſur l'orbite même de la Comète $= 359^d\,34'\,18''$. On auroit de même K'', en ajoutant à K' le mouvement de la Comète ſur ſon orbite; $K'' = K' + \varphi = 359^d\,34'\,18'' + 291^d\,8'\,36'' = 290^d\,42'\,54''$. On conçoit que ſi N étoit plus oriental que K', la longitude K' ſeroit = longitude $N - NK'$, & que ſi la Comète étoit rétrograde, K'' ſeroit $= K' - \varphi$.

Il faut maintenant déterminer quel eſt le nœud qu'on vient de trouver; pour cela remarquons que le ſens du mouvement de la Comète étant $C'XYC''C'$, il eſt clair qu'au point N la Comète paſſe de la partie boréale de l'Écliptique à la partie auſtrale; donc le nœud N eſt le nœud deſcendant; donc le nœud aſcendant eſt en $175^d\,2'\,0''$, ou en $5^f\,25^d\,2'\,0''$. Tout ce qui précède eſt indépendant de la nature de la courbe; ce qui ſuit eſt reſtreint à la parabole.

Nous avons trouvé le lieu du nœud & l'inclinaiſon, ſans le ſecours des rayons vecteurs; mais ils nous deviennent néceſſaires pour déterminer les autres élémens de l'orbite. On peut trouver, dans toute courbe, les r par la formule $r = \frac{R \text{ ſin. } CTS}{\text{ſin. } TCS \text{ coſ. } \lambda}$ (*fig. 25*), ou $r = \frac{\Delta \text{ ſin. } CTS}{\text{ſin. } CST \text{ coſ. } \lambda}$. Par la première formule, nous avons trouvé le logarithme de $r' = 0{,}1206503$, & celui de $r'' = 0{,}1661998$. L'angle φ formé par les deux r eſt connu, c'eſt le mouvement de la Comète ſur ſon orbite; il eſt donc ici de $291^d\,8'\,36''$. Cet angle eſt manifeſtement égal à la ſomme (ou, ſi les deux r étoient

étoient du même côté du périhélie, à la différence) des deux anomalies vraies. Donc $\frac{1}{2}\varphi = \frac{1}{2}v' \pm \frac{1}{2}v''$. Connoiſſant la demi-ſomme (ou la demi-différence) des anomalies vraies, on connoîtra ces anomalies, ſi l'on peut parvenir à connoître leur demi-différence (ou leur demi-ſomme). Or, feu M. Nicollic a démontré que dans la parabole, Fig. 26. *Acad. des Sc. année 1746, p. 302. Voyez auſſi p. 429.*

$$\sqrt{(r'+r'')} : \sqrt{(r''-r')} :: \text{cotang.} \frac{\frac{1}{2}v' + \frac{1}{2}v''}{2} : \text{tang.} \frac{\frac{1}{2}v'' - \frac{1}{2}v'}{2}.$$

Nous ſuppoſons r'' plus grand que r'; s'il étoit plus petit, il faudroit mettre au ſecond terme $r' - r''$, & au quatrième $\frac{1}{2}v' - \frac{1}{2}v''$.

Cela poſé, prenez la différence des logarithmes de r' & de r'', ôtant le plus petit du plus grand, & prenez la moitié de cette différence, vous aurez le logarithme tangente d'un arc qui excédera 45 degrés; il ſera ici de $46^d\,30'\,5'',9$. Otez 45 degrés de cet angle, il reſtera $1^d\,30'\,5'',9$; à la tangente logarithme de ce reſte, ajoutez le logarithme cotangente de $\frac{1}{4}\varphi = \frac{\frac{1}{2}v' + \frac{1}{2}v''}{2}$ (ou, ſi les deux r ſont du même côté $= \frac{\frac{1}{2}v'' - \frac{1}{2}v'}{2}$), la ſomme ſera le logarithme tangente de $\frac{\frac{1}{2}v'' - \frac{1}{2}v'}{2}$ (ou, ſi les deux r ſont du même côté de $\frac{\frac{1}{2}v' + \frac{1}{2}v''}{2}$); nommons cette dernière quantité σ. Si σ eſt plus petit que $\frac{1}{4}\varphi$, φ étoit la ſomme des deux anomalies vraies, & les deux r étoient de différens côtés par rapport au périhélie. Au contraire, ſi σ eſt plus grand que $\frac{1}{4}\varphi$, il faut en conclure que φ eſt la différence des anomalies vraies, & que les deux r ſont tous deux du même côté du périhélie; que la Comète n'a pas encore paſſé par ſon périhélie, ſi $r' > r''$; qu'elle y a paſſé au contraire, ſi $r'' > r'$. Dans tous ces cas, prenez la ſomme & la différence de $\frac{1}{4}\varphi$ & de σ, & vous aurez les deux demi-anomalies vraies, que vous doublerez pour avoir les anomalies mêmes. La plus grande anomalie correſpond au plus grand rayon vecteur.

Fig. 26. Nous avons ici

$\varphi = v' + v''$	$291^d\ 8'\ 36''$.
$\frac{1}{4}\varphi = \frac{\frac{1}{2}v' + \frac{1}{2}v''}{2}$	72. 47. 9.
$\sigma = \frac{\frac{1}{2}v'' - \frac{1}{2}v'}{2}$	0. 27. 55.
Donc $\frac{1}{4}\varphi + \sigma = \frac{1}{2}v''$	73. 15. 4.
$\frac{1}{4}\varphi - \sigma = \frac{1}{2}v'$	72. 19. 14.
Donc v''	146. 30. 8.
v'	144. 38. 28.

Nous avons pris la plus grande des deux anomalies pour v'', parce que r'' eſt le plus grand des deux rayons vecteurs.

Par ce qui a été dit ci-deſſus, on ſait ſi le mouvement de la Comète eſt direct ou rétrograde; on a pareillement trouvé les lieux héliocentriques de la Comète dans ſon orbite, $K' = 359^d\,34'\,18''$, & $K'' = 290^d\,42'\,54''$. Si la Comète eſt directe, le lieu du périhélie ſera $K + v$, avant le paſſage au périhélie, & $K - v$ après ce paſſage; ce ſera le contraire, ſi la Comète eſt rétrograde. Dans notre exemple, le mouvement de la Comète eſt direct, σ eſt plus petit que $\frac{1}{4}\varphi$; donc des deux r, ou des deux obſervations, la première ou r' précède le paſſage au périhélie, la ſeconde ou r'' ſuit ce paſſage; donc le lieu du périhélie $P = K' + v' = K'' - v''$.

K'.	$359^d\ 34'\ 18''$.	K''.	$290^d\ 42'\ 54''$.
$+ v'$.	144. 38. 28.	$- v''$.	146. 30. 8.
P.	144. 12. 46.	P.	144. 12. 46.

On aura la diſtance périhélie par la formule du *Problème XII*, $\pi = r\,\text{coſ.}^2\,\frac{1}{2}v$. Au double du logarithme coſinus d'une des deux demi-anomalies vraies, ajoutez le logarithme du rayon vecteur correſpondant, la ſomme ſera le logarithme de la diſtance périhélie. On peut choiſir celle des deux anomalies que l'on veut; on peut même employer toutes les deux, & ſi les deux réſultats ne ſont pas à-peu-près les mêmes, c'eſt une preuve qu'on s'eſt trompé dans quelqu'une des opérations

précédentes. Si les résultats diffèrent peu, les opérations antérieures peuvent être exactes; pour que les résultats ne différassent pas du tout, il faudroit souvent porter la précision des calculs précédens jusqu'aux décimales de secondes. Généralement parlant, le résultat qui provient de la plus petite anomalie, doit être le plus exact. Ici par la formule $\pi = r' \text{cos.}^2 \frac{1}{2} v'$, nous trouvons $\pi = 0{,}1217629$, & par la formule $\pi = r'' \text{cos.}^2 \frac{1}{2} v''$, $\pi = 0{,}1217645$. Comme les deux anomalies sont presque égales, on peut faire $\pi = 0{,}1217636$, logarithme 9,0855175. Si les deux anomalies étoient plus inégales, les deux résultats différeroient moins. Fig. 26.

Enfin, l'on trouvera le temps du passage au périhélie, en convertissant une des anomalies vraies en temps, suivant ce qui a été dit pour la parabole au *Problème XIII*, pour trouver les t. Comme les anomalies vraies excèdent de beaucoup 90 degrés, on n'aura pas recours à la Table générale; on trouvera t par la méthode proposée au même endroit. Choisissons la première anomalie vraie, $144^d 38' 28'' = v'$.

Au logarithme tangente de $\frac{1}{2} v'$	0,4965560.
Ajoutez le logarithme constant	1,9149328.
Premier logarithme	2,4114888.
Au triple du logarithme tangente de $\frac{1}{2} v'$	1,4896680.
Ajoutez le logarithme constant	1,4378116.
Second logarithme	2,9274796.
Nombre du premier logarithme	257,92225^j.
Nombre du second logarithme	846,21275.
Somme, pour la Comète de 109 jours	1104,135^j.
Son logarithme	3,0430222.
Ajoutez les $\frac{3}{2}$ du logarithme de π	8,6282762.
Logarithme de t	1,6712984.
t	46,91356^j.

Fig. 26. Il s'eſt donc écoulé 46,91356 jours depuis le temps de la première obſervation juſqu'à celui du paſſage au périhélie; & comme cette première obſervation a précédé le paſſage, au temps de cette obſervation, Août $21^j,54506$, ajoutez $46^j,91356$, la ſomme $68^j,45862$, diminuée de 61 jours pour les mois d'Août & de Septembre, donnera le paſſage au périhélie en Octobre $7^j,45862$, ou le 7 Octobre à $11^h\ 0'\ 25''$.

Tels ſeroient donc les élémens de l'orbite de la Comète de 1769, ſi les diſtances accourcies de la Comète à la Terre euſſent été véritablement telles que nous les avons ſuppoſées; mais elles n'étoient qu'approchées, comme nous le verrons plus bas.

Pour trouver la plus grande anomalie vraie v'' répondant au rayon vecteur r'', M. Tempelhoff fournit une équation, peut-être plus ſimple & plus expéditive que celle de Nicollic;

Differt. ſur les Comètes, §. 2.

$$\text{tang.}\ \tfrac{1}{2} v'' = \frac{\sqrt{\frac{r''}{r'}} - \text{coſ.}\ \tfrac{1}{2}\varphi}{\text{ſin.}\ \tfrac{1}{2}\varphi}$$; mais cette équation n'a lieu que lorſque les deux r ſont du même côté, par rapport au périhélie. v'' trouvé, on auroit facilement $v' = v'' - \varphi$.

Problème XXII, Général.

Trois obſervations d'une Comète étant données, calculer ſon orbite.

C'est ce Problème général qu'ont eu en vue preſque tous les plus célèbres Géomètres de ce ſiècle, lorſqu'ils ont analyſé le mouvement des Comètes. Il eſt démontré que pour déterminer l'orbite d'une Comète, ſuppoſée parabolique, il faut au moins trois obſervations, deux complètes, c'eſt-à-dire, qui embraſſent & la longitude & la latitude de la Comète, une troiſième où l'on n'ait égard qu'à la ſeule longitude ou à la ſeule latitude. Il n'y auroit, à notre avis, aucun inconvénient à employer un plus grand nombre d'obſervations, ſi, par ce moyen, on pouvoit parvenir à ſimplifier le calcul &

à ménager les tâtonnemens; c'eſt le but qu'ont dû ſe propoſer & que ſe ſont en effet propoſé tous ceux qui ont traité la matière qui nous occupe. Quelque ingénieuſes que ſoient les méthodes qu'ils ont propoſées, il ne m'eſt pas poſſible de les rapporter toutes ici; ce ſeroit prendre une peine aſſez inutile; la plupart, fort brillantes dans la théorie, ſont, ou trop équivoques, ou trop prolixes dans la pratique; trop équivoques, vu la fauſſeté des hypothèſes ſur leſquelles on ſe fonde, & la petiteſſe des angles qu'on eſt contraint d'employer; trop prolixes, parce que ſans éviter les tâtonnemens, on ſe trouve engagé dans un labyrinthe immenſe de calculs.

La méthode graphique que Newton propoſe dans le troiſième livre des *Principes*, eſt probablement celle dont Halley s'eſt ſervi pour déterminer l'orbite de pluſieurs Comètes; il y a cependant beaucoup d'apparence qu'il a ſubſtitué le calcul à la règle & au compas, au moins quant à pluſieurs parties de l'opération. Cette méthode propoſée & éclaircie même par Grégori [a] & par M. le Monnier [b], paroît aujourd'hui totalement abandonnée. On n'obtenoit, après pluſieurs tâtonnemens, qu'une orbite approchée; mais Newton enſeignoit le moyen de rectifier cette orbite, ce qui amenoit de nouveaux calculs, ou du moins de nouvelles opérations.

[a] *Aſtronom. Phyſ. l. V.*
[b] *Théorie des Comètes, pag. xxxvj.*

La méthode que Lambert propoſe dans ſon Traité des *Propriétés principales de l'orbite des Comètes*, eſt digne de ce grand Géomètre; on peut la réduire en pratique de deux manières, ou par le calcul, ou avec la règle & le compas. De part & d'autre, il faut recourir au tâtonnement; le calcul, ſi on l'emploie, eſt immenſe; les opérations graphiques un peu compliquées, quelque habile que ſoit la main qui les dirige, ne peuvent ſatisfaire autant que le calcul.

Probl. XXXI. ſ. 155.

M. Euler choiſit trois obſervations peu diſtantes, il ſuppoſe comme connue la diſtance de la Comète à la Terre au moment de la ſeconde obſervation, & détermine l'orbite par la méthode que nous avons propoſée d'après lui, *Problème XVIII.* Cela fait, il choiſit une quatrième obſervation, la plus éloignée, qu'il eſt poſſible, des trois autres, & ſur les élémens de l'orbite

Theor. mot. Comet. & Plan. Probl. XII.

qu'il a déterminée, il calcule le lieu de la Comète pour l'inſtant de cette quatrième obſervation. Si le lieu calculé eſt le même que le lieu obſervé, tant pour la longitude que pour la latitude, le Problème eſt réſolu ; ſinon, il faudra ſuppoſer une autre diſtance de la Comète à la Terre ; de ſuppoſitions en ſuppoſitions, on approchera de la vérité, & quand on en ſera bien près, on y arrivera par une proportion. Cette méthode eſt bonne ſans doute, elle n'a d'autre défaut que la multitude des calculs qu'elle exige.

Nous avons expoſé *(Problème IX, Solution 6)* la méthode de M. l'Abbé Boſcowich, & nous avons remarqué qu'elle ne pouvoit paſſer tout au plus que pour une approximation.

La méthode de M. Hennert, expoſée au *Problème XVII,* ſeroit fort utile, ſi l'on pouvoit déterminer les rapports des diſtances de la Comète à la Terre, & de plus il ſeroit néceſſaire que la méthode pût s'appliquer à des obſervations aſſez éloignées les unes des autres.

M. Tempelhoff, dans un Mémoire juſtement couronné à l'Académie de Berlin, en *1778*, réduit les rapports des diſtances de la Comète à la Terre, à une ſeule inconnue ; cette inconnue eſt le rapport du ſecond rayon vecteur à la partie de ce même rayon, comprise entre le Soleil & la corde qui joint les deux lieux extrêmes de la Comète, $\frac{SK''}{SO}$, ou plutôt $\frac{SO}{SK''}$ ſur notre *figure 28*. Cela eſt certainement fort ingénieux, mais il faut pouvoir déterminer la valeur de cette inconnue, & l'on y parviendra, ſelon M. Tempelhoff, par des équations du 24.e & du 48.e degré. On eſt donc encore obligé de recourir au tâtonnement, & les calculs qui doivent précéder, accompagner & ſuivre ce tâtonnement n'ont rien moins que le mérite de la briéveté.

La plus directe de toutes les méthodes que nous ſachions avoir été propoſée, eſt celle de Bouguer ; elle ne demande aucun tâtonnement, elle ſe réduit à une équation linéaire ; elle détermine la qualité de l'orbite ; mais elle ſuppoſe que

Acad. des Sc. 1733.

durant l'intervalle de temps écoulé entre les obſervations, le mouvement de la Comète a été rectiligne & uniforme; nous avons dit, d'après M. de la Grange, que cette ſuppoſition étoit inadmiſſible, dès que l'on exigeoit la combinaiſon de trois obſervations. Pour couvrir, autant qu'il eſt poſſible, le défaut de cette ſuppoſition, Bouguer exige qu'on choiſiſſe les obſervations les plus voiſines qu'il eſt poſſible; mais alors une erreur d'un petit nombre de ſecondes dans les obſervations en peut produire de monſtrueuſes dans les élémens & la nature de la trajectoire. Nous avons eſſayé d'appliquer cette méthode à la Comète de 1769, elle ne nous a pas réuſſi.

Nous avons rapporté *(Problème IX, Solution 7)* la méthode de M. du Séjour, pour déterminer les diſtances de la Comète à la Terre. Or *(Problème XXI)* deux diſtances bien déterminées ſuffiſent pour aſſigner la trajectoire parabolique de la Comète. Il ne ſera pas cependant hors de propos de vérifier le réſultat par la comparaiſon du temps qui a dû, ſuivant le calcul, s'écouler entre les deux obſervations, avec celui qui s'eſt écoulé réellement, nous allons propoſer à l'inſtant la méthode de cette comparaiſon.

La huitième Solution du *Problème IX,* & les *Problèmes X & XIX* renferment la méthode de M. de la Place; nous n'avons rien à ajouter à ce que nous en avons dit.

Il ne nous reſte donc plus à parler que de la méthode commune, c'eſt-à-dire, de celle qu'on a le plus communément coutume d'employer; quelques-uns l'ont appelée, *Méthode de fauſſe poſition,* mais ce nom convient à toutes les méthodes où l'on emploie le tâtonnement, & par conſéquent à preſque toutes celles dont nous avons parlé. Il ſeroit très-poſſible que Halley eût employé cette méthode, ou quelque méthode analogue dans les calculs de l'orbite de vingt-quatre Comètes, dont il publia les réſultats vers le commencement de ce ſiècle. Bradley l'a certainement employée. M. le Monnier en a détaillé la marche dans ſes *Inſtitutions aſtronomiques* [a]; celle que l'Abbé de la Caille propoſe dans ſes *Leçons d'Aſtro-*

[a] *Pag. 349 & ſuiv. à la note.*

[a] N. 807 & suiv. nomie [a], eſt eſſentiellement la même. *Voyez* auſſi l'*Aſtronomie* de M. de la Lande [b], &c : voici cette méthode.

[b] N. 3044 & suiv.

On choiſit deux obſervations les plus diſtantes qu'il eſt poſſible. A chaque obſervation, outre ce que l'on connoît par les Tables, comme le lieu du Soleil & le rayon vecteur de la Terre, & ce qui eſt donné par obſervation, comme la longitude géocentrique de la Comète, & par conſéquent ſon élongation au Soleil, & ſa latitude géocentrique, on ſuppoſe connu un élément qui eſt réellement inconnu. Ainſi Bradley & M. le Monnier ſuppoſent qu'on connoît l'angle au Soleil, ou l'angle de commutation TSC (*fig. 25*), ils lui donnent une valeur arbitraire pour chaque obſervation. On pourroit auſſi ſuppoſer connu l'angle à la Comète TCS, ou l'angle TKS, ou l'angle KST, ou le rayon vecteur SK ou r*, ou le rayon vecteur accourci SC ou ϱ, ou la diſtance de la Comète à la Terre KT ou D, ou cette même diſtance accourcie CT ou Δ, ou enfin la latitude héliocentrique λ, ou l'angle CSK. Le choix entre tous ces élémens eſt aſſez indifférent en lui-même, puiſque nous avons démontré (*Problème XI*) qu'un ſeul étant donné, le calcul donnoit tous les autres; mais ce choix n'eſt pas auſſi indifférent pour la facilité & le ſuccès du calcul. Si la Comète a fait beaucoup plus de chemin en latitude apparente qu'en longitude, il eſt plus à propos de faire tomber les fauſſes poſitions ſur les latitudes héliocentriques, que ſur tout autre élément; on les fait tomber le plus communément ſur le rayon vecteur accourci ϱ, mais alors dans la réſolution du premier triangle, qui donne directement l'angle à la Comète; il y a des cas où l'on ne ſait ſi l'on prendra cet angle aigu ou obtus. Si l'on applique les fauſſes poſitions aux diſtances accourcies Δ de la Comète à la Terre, le premier triangle n'offrira plus de ſolution équivoque; mais le calcul perdra un peu de ſa ſimplicité.

Fig. 25.

* Je ne ſais pourquoi l'Abbé de la Caille excepte ce rayon.

Soient

Soient les obſervations ſuivantes de la Comète de 1769, Fig. 25.
corrigées de l'aberration.

Jours.	S. D. M. S.	R.	C. D. M. S.	L. D. M. S.
Août 21, 54506	149. 7. 43	0,0046650	47. 1. 45	− 5. 53. 53
Oct. 25, 24664	212. 37. 8	9,9969720	232. 10. 7	+ 17. 49. 8
Déc. 1.er, 24116	249. 54. 53	9,9935568	276. 0. 30	+ 23. 28. 41

LE Problème conſiſte donc à trouver une parabole, dont le foyer ſoit au centre du Soleil, qui paſſe par les points du Ciel où la Comète a été obſervée les 21 Août & 1.er Décembre, & qui ſoit tellement poſée que, conformément à l'obſervation, la Comète ait dû néceſſairement employer 101,6961 jours à parcourir l'arc compris entre ces deux points du Ciel. Mais cela ne ſuffit pas encore; on trouveroit une infinité de paraboles qui réuniroient ces trois conditions. Il faut de plus que cette parabole paſſe par les autres points du Ciel où la Comète a été obſervée, & elle y paſſera, ſi elle paſſe par un ſeul de ces points. Il faut donc choiſir une troiſième obſervation intermédiaire aſſez éloignée des deux autres ; ſi la parabole qu'on aura déterminée ſatisfait à cette obſervation, on peut être aſſuré qu'elle ſatisfera à toutes les autres, du moins ſi les obſervations ſont bien faites. Nous choiſiſſons l'obſervation du 25 Octobre.

Nous combinons d'abord les obſervations des 21 Août & 1.er Décembre, & pour éviter de trop longs tâtonnemens, nous employons quelques-unes des ſolutions du *Problème IX* pour avoir au moins par approximation les deux diſtances accourcies de la Comète, ou au Soleil, ou à la Terre, les deux ρ, ou les deux Δ.

PREMIÈRE HYPOTHÈSE.

Nous ſuppoſons, pour le 21 Août, $\Delta' = 0{,}66078$, &

Fig. 25. pour le 1.er Décembre, $\Delta'' = 1{,}9878$. Dans les triangles *TSC*, on connoîtra donc $TS = R$, $TC = \Delta$, & l'angle compris ou l'angle d'élongation ζ; on calculera les deux autres angles, *TSC*, angle de commutation $= \eta$ & *TCS*. Pour le 21 Août, on trouvera le premier de $29^d\, 20'\, 36''$, le second de $48^d\, 33'\, 26''$; pour le 1.er Décembre, η sera de $132^d\, 27'\, 22''$, & *TCS* de $21^d\, 27'\, 1''$.

Si au lieu de faire tomber nos fausses positions sur les Δ, nous les eussions appliquées aux rayons vecteurs *SC* ou ρ, que nous eussions supposé $\rho' = 1{,}32187$ & $\rho'' = 1{,}18504$, dans les triangles *STC*, nous aurions connu *ST* ou *R*, *SC* ou ρ, & l'angle *STC* ou ζ opposé à ρ. Nous aurions dit, $\rho : \text{sin.}\, \zeta :: R : \text{sin.}\, SCT$; or *TSC* ou $\eta = 180^d - \zeta - SCT$. Le 21 Août, *SCT* auroit été comme auparavant de $48^d\, 33'\, 26''$, & η de $29^d\, 20'\, 36''$. Le 1.er Décembre, on auroit trouvé *SCT* de $21^d\, 27'\, 1''$, ou de $106^d\, 21'\, 45''$, & par conséquent η de $132^d\, 27'\, 22''$, ou de $47^d\, 32'\, 38''$. Il est facile dans notre exemple de s'apercevoir que la première valeur de ces angles est la seule admissible.

Si l'on fait tomber les fausses positions sur l'angle à la Comète *TCS*, ou sur l'angle au Soleil *TSC*, on connoît tous les angles du triangle *TCS*, & le côté *TS*, on peut s'épargner tout calcul ultérieur de ce triangle. Mais il n'est pas aussi aisé d'obtenir une valeur approchée de ces angles, que de conjecturer celle des distances Δ ou ρ.

Enfin, si l'on vouloit faire porter les fausses positions sur les latitudes héliocentriques λ, on détermineroit l'angle de commutation η, par l'analogie

$$\text{tang.}\, L : \text{tang.}\, \lambda :: \text{sin.}\, \zeta : \text{sin.}\, \eta.$$

De quelque manière qu'on procède, les deux angles η une fois connus, on poursuit l'opération comme au *Problème précédent*, dans lequel nous avons fait les mêmes suppositions que dans celui-ci. On détermine les latitudes héliocentriques, si ce n'est pas sur elles que portent les suppositions. Des angles de commutation, on conclut les longitudes héliocentriques,

& de celles-ci la quantité de la route que la Comète a parcourue, rapportée à l'Écliptique. Avec le secours de la *figure 26*, on détermine le mouvement φ de la Comète sur son orbite, les deux rayons vecteurs, les deux anomalies vraies, & enfin la distance périhélie de la Comète. On trouve tout cela détaillé au *Problème précédent*, & éclairci par l'exemple même que nous nous sommes ici proposé. Nous avons trouvé l'anomalie vraie pour le 21 Août, $144^d\,38'\,28''$ avant le passage par le périhélie, & pour le 1.er Décembre, $146^d\,30'\,8''$ après ce passage. Nous avons converti la première anomalie en temps, & nous l'avons trouvée de 46,91356 jours. Il faut aussi convertir en temps la seconde anomalie v''. Fig. 25 & 26.

	Logarithme tang. $\frac{1}{2}\,v''$	0,5215133.
+	Logarithme constant	1,9149328.
	Premier logarithme	2,4364461.
	Triple de log. tang. $\frac{1}{2}\,v''$	1,5645399.
+	Logarithme constant	1,4378116.
	Second logarithme	3,0023515.
	Nombre du premier logarithme	273,1782.
	Nombre du second	1005,4293.
	Somme pour la Comète de 109 jours	1278,6075.
	Son logarithme	3,1067372.
+	Les $\frac{3}{2}$ du logarithme de π	8,6282762.
	Logarithme de t''	1,7350134.
	t''	54,32671 j.

Donc si nos premières suppositions sont vraies, la première observation a dû être faite 46,91356 jours avant le passage au périhélie, & la seconde 54,32671 jours après ce passage; donc entre les deux observations, il a dû s'écouler 101,24027 jours; mais dans la réalité, il s'en est écoulé 101,69610, l'erreur de notre première Hypothèse est donc — 0,45583.

Fig. 25 & 26. Formons-en une seconde, où nous fassions varier une des deux distances supposées, sans toucher à l'autre.

DEUXIÈME HYPOTHÈSE.

Nous augmentons de 0,01 la première distance accourcie de la Comète à la Terre Δ', & nous la faisons de 0,67078, laissant Δ'' de 1,9878 ; ou si l'on aime mieux faire tomber les suppositions sur les rayons vecteurs accourcis, nous supposons $\rho' = 1{,}32510$ & $\rho'' = 1{,}18504$, comme dans la première Hypothèse.

Connoissant deux côtés & un angle dans le triangle $T'SC'$, nous calculons l'angle $T'SC'$ ou η; nous le trouvons de $29^d 40' 3''$.

L'analogie $\sin.\zeta : \sin.\eta :: \text{tang.} L : \text{tang.} \lambda$, nous donne $\lambda = - 2^d 59' 37''$.

Si ce n'est pas sur ρ' qu'on a fait tomber la supposition, on l'obtiendra par l'analogie $\sin.\eta : \sin.\zeta :: \Delta' : \rho'$, & l'on aura le rayon vecteur r, en disant $\cos.\lambda : 1 :: \rho' : r'$; le logarithme de r' se trouvera être 0,1228414.

Le lieu de la Terre $329^d 7' 43'' + \eta = 29^d 40' 3''$ donnera le lieu héliocentrique de la Comète en $358^d 47' 46''$. On a trouvé dans la première Hypothèse, que le 1.er Décembre, cette longitude étoit de $297^d 27' 31''$; donc puisque nous savons que le mouvement de la Comète est direct, son mouvement rapporté à l'Écliptique, depuis le 21 Août jusqu'au 1.er Décembre, aura été $297^d 27' 31'' - 358^d 47' 46'' = 298^d 39' 45''$; & l'angle $C'PC''$ de la *figure 26*, étant le supplément de ce mouvement, sera de $61^d 20' 15''$.

Dans le triangle $K'PK''$ de cette *figure 26*, on connoît donc l'angle P de $61^d 20' 15''$, & les deux côtés adjacens, ou les deux distances de la Comète au pôle de l'Écliptique; PK' de $92^d 59' 37''$, & PK'' comme à la première Hypothèse de $53^d 55' 23''$; on trouvera le côté $K'K''$ de $69^d 7' 12''$. Ce côté est le supplément à 360 degrés du mouvement

de la Comète sur son orbite, ou de $\varphi = 290^d\,52'\,48'' = v' + v''$. Donc $\frac{1}{4}\varphi = \frac{\frac{1}{2}v' + \frac{1}{2}v''}{2} = 72^d\,43'\,12''$, & par l'analogie de Nicollic, $\sqrt{(r' + r'')} : \sqrt{(r'' - r')} ::$ cotang. $\frac{\frac{1}{2}v' + \frac{1}{2}v''}{2}$: tang. $\frac{\frac{1}{2}v'' - \frac{1}{2}v'}{2}$, on trouvera $\frac{\frac{1}{2}v'' - \frac{1}{2}v'}{2} = \sigma = 0^d\,26'\,41''$; donc $\frac{1}{2}v' = \frac{1}{4}\varphi - \sigma = 72^d\,16'\,31''$, & $\frac{1}{2}v'' = \frac{1}{4}\varphi + \sigma = 73^d\,9'\,53''$; ce sont les demi-anomalies vraies. Fig. 25 & 26.

Puisque $\pi = r' \cos.^2 \frac{1}{2}v' = r'' \cos.^2 \frac{1}{2}v''$, on trouvera le logarithme de la distance périhélie $\pi = 9{,}0898580$.

Enfin, réduisant les deux anomalies vraies en temps, on trouvera que la première observation a dû précéder le passage au périhélie de 47,29438 jours, & que la seconde a dû suivre ce passage de 54,37969 jours; donc dans notre Hypothèse l'intervalle entre les deux observations a dû être de 101,67407 jours; il a été dans la réalité de 101,69610 jours; notre Hypothèse est donc en erreur de — 0,02103 jours. L'erreur de la première Hypothèse étoit — 0,45583; nous avons augmenté Δ' de 0,01, & cette augmentation a diminué l'erreur sur le temps de 0,43480; combien faut-il augmenter encore Δ', pour faire évanouir l'erreur restante — 0,02103? L'augmentation doit être de 0,0004837. On voit facilement qu'il faudroit prendre la somme des deux erreurs, si elles avoient différens signes, & que, si l'erreur croissoit dans le même sens, la correction de Δ' pour la troisième Hypothèse devroit être en sens contraire à celui dans lequel elle a été appliquée de la première à la seconde Hypothèse.

TROISIÈME HYPOTHÈSE.

$\Delta' = 0{,}6712637$, Δ'' comme à la première Hypothèse $= 1{,}9878$; ou si l'on aime mieux prendre par les ρ, $\rho' = 1{,}325423$, $\rho'' = 1{,}18504$ comme auparavant. En suivant la même marche, on trouvera $\eta = 29^d\,40'\,59''$, $\lambda' - 2^d\,59'\,42''$, le logarithme de r', 0,1229481, le lieu

Fig. 25&26. héliocentrique de la Comète $358^d 48' 42''$, le mouvement de la Comète rapporté à l'Écliptique $298^d 38' 49''$, le même ſur l'orbite ou φ $290^d 52' 2''$, σ $0^d 26' 37''\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}v' = 72^d 16' 23''$, $\frac{1}{2}v'' = 73^d 9' 38''$, logarithme de π 9,0900686, t' 47,31277 jours, & t'' 54,38269 jours; la ſomme eſt 101,69546 jours, & elle devoit être de 101,69610 jours. Il y a donc encore dans cette Hypothèſe, une erreur de — 0,00064, ce qui nous oblige à recourir à une quatrième Hypothèſe.

Quatrième Hypothèse.

$\Delta' = 0,6712662$, ou $\rho' = 1,3254278$, Δ'' ou ρ'' toujours comme à la première Hypothèſe; on aura η ou $C'ST' = 29^d 40' 59''$, $\lambda' = -2^d 59' 42''$, & par conſéquent le mouvement de la Comète, ſoit rapporté à l'Écliptique, ſoit même ſur ſon orbite, σ, $\frac{1}{2}v'$, $\frac{1}{2}v''$, comme à l'Hypothèſe précédente, il n'y aura de changé que le logarithme de r' qui ſera 0,1229497, & le logarithme de π 9,0900701; t' ſera donc de 47,31302 jours, & t'' de 54,38298; la ſomme eſt 101,69600, elle devoit être de 101,69610; l'erreur, qui n'eſt plus que de 0,0001, ou de 9 ſecondes de temps, doit être cenſée nulle, d'autant plus que le 1.er Décembre, le mouvement de la Comète en 9 ſecondes de temps étoit inſenſible, & que d'ailleurs il ſeroit impoſſible de parvenir à une parfaite préciſion, ſans pouſſer le calcul des angles juſqu'aux décimales de ſecondes.

Nous avons donc une parabole qui a ſon foyer au centre du Soleil, qui paſſe par les deux points du ciel où la Comète a été obſervée le 21 Août & le 1.er Décembre, & qui eſt enfin tellement poſée, que ſi la Comète l'a parcourue, le temps qu'elle a dû employer pour aller d'un de ces points à l'autre, eſt préciſément égal à l'intervalle de temps écoulé entre les deux obſervations; mais une infinité de paraboles peuvent réunir ces trois conditions; il en eſt une quatrième qui ne peut convenir qu'à une ſeule parabole; c'eſt qu'à un autre inſtant donné, la Comète, parcourant cette parabole,

ait dû se trouver au lieu du ciel où elle a été réellement observée. Voyons donc si notre parabole satisfait à cette condition; il faut pour cela commencer par déterminer ses élémens, par la méthode que nous avons proposée au *Problème XVI.* Fig. 26.

Dans le triangle $K'PK''$ (*fig. 26*) dont nous connoissons le côté PK' $92^d\ 59'\ 42''$, le côté PK'' $53^d\ 55'\ 23''$ (ce sont les complémens de λ' & de λ''), & l'angle P $61^d\ 21'\ 11''$; nous avons déjà trouvé le côté $K'K''$ de $69^d\ 7'\ 54''$, c'est le supplément de φ à 360 degrés. Il faut de plus calculer un des deux angles inconnus, comme $PK'K''$, il est de $49^d\ 23'\ 0''$.

Dans le triangle $C'K'N$, rectangle en C', on connoît l'angle en K' qu'on vient de trouver de $49^d\ 23'$, & le côté $K'C' = \lambda' = 2^d\ 59'\ 42''$, on calculera le reste, & l'on trouvera $C'N = 3^d\ 29'\ 11''$, $K'N = 4^d\ 35'\ 42''$, & l'angle $C'NK' = 40^d\ 42'\ 28''$; ce dernier angle mesure l'inclinaison de l'orbite $K'K''$ sur l'Écliptique $C'C''$.

Puisque l'ordre des signes sur notre figure est $C'XYC''N$, N lieu du nœud descendant est moins avancé que C'; donc si du lieu de la Comète, le 21 Août, en $C' = 358^d\ 48'\ 42''$, vous retranchez $C'N = 3^d\ 29'\ 11''$, vous aurez le lieu du nœud descendant N en $355^d\ 19'\ 31''$, donc le nœud ascendant en $175^d\ 19'\ 31''$.

Au lieu du nœud descendant $N = 355^d\ 19'\ 31''$, ajoutez $NK' = 4^d\ 35'\ 42''$, parce que K' est plus avancé selon l'ordre des signes que N, la somme donnera $359^d\ 55'\ 13''$ pour le lieu de la Comète sur son orbite en K'.

La Comète est directe, & elle n'a pas encore passé par son périhélie au moment de la première observation, puisque σ étoit plus petit que $\frac{1}{4}\ \varphi$; donc le périhélie est plus avancé que le lieu de la Comète en K'; donc au lieu de la Comète en K', ajoutez la première anomalie vraie v', la somme $359^d\ 55'\ 13'' + 144^d\ 32'\ 46'' = 144^d\ 27'\ 59''$ sera le lieu du périhélie.

Au temps de la première observation, Août 21,54506,

Fig. 26. ajoutez $t' = 47{,}31302$ jours, vu que la Comète n'a pas encore été périhélie, la ſomme, en retranchant 61 jours pour les mois d'Août & de Septembre, donnera le paſſage au périhélie en Octobre 7,85808.

Nous avons trouvé 9,0900701 pour logarithme de la diſtance périhélie.

Sur ces élémens, calculez le lieu de la Comète en Octobre 25,24664 jours. En ſuivant ce qui a été dit aux *Problèmes I, II & III*, on trouvera $\upsilon = 127^d\, 54'\, 8''$, $u = 97^d\, 2'\, 36''$, $v = 99^d\, 15'\, 26''$, $\lambda = 40\ 20'\, 12''\frac{1}{2}$, logarithme de ϱ 9,6869672, η ou l'angle de commutation $118^d\, 2'\, 10''$, ζ ou l'angle d'élongation, $19^d\, 21'\, 42''$, donc C ou le lieu géocentrique de la Comète $231^d\, 58'\, 49''$; mais à ce même inſtant le lieu obſervé de la Comète étoit $232^d\, 10'\, 7''$. Donc notre parabole ne repréſente pas fidèlement l'obſervation du 25 Octobre, elle eſt en erreur de $-\ 11'\, 18''$; ce n'eſt donc pas la parabole que nous cherchons.

Cinquième Hypothèse.

Revenons ſur nos pas; au lieu de faire varier Δ' ou ϱ', faiſons varier Δ'' ou ϱ''. Soit donc Δ', & tout ce qui en dépend comme à la première Hypothèſe, & augmentons Δ''. $\Delta' = 0{,}66078$, $\Delta'' = 2{,}0$; ou bien $\varrho' = 1{,}32187$, $\varrho'' = 1{,}19639$. Au lieu du temps écoulé 101,6961 entre les obſervations du 21 Août & du 1.er Décembre, on trouvera 101,96023. L'erreur qui étoit de $-\ 0{,}45583$ eſt maintenant de $+\ 0{,}26413$; nous avons trop augmenté Δ''.

Sixième Hypothèse.

Δ' 0,66078; Δ'' 1,9955242; ou ϱ' 1,32187; ϱ'' 1,192218. Au lieu de l'intervalle écoulé 101,6961, on trouve 101,69540; l'erreur n'eſt plus que de 0,0007, ou d'une minute de temps, la Comète le 1.er Décembre faiſoit bien peu de chemin en une minute. Si l'on veut cependant plus de préciſion, on peut faire encore l'Hypothèſe ſuivante.

Septième

SEPTIÈME HYPOTHÈSE.

Δ' 0,66078 ; Δ'' 1,9955446 ; ou ϱ' 1,32187 ; ϱ'' 1,192238. L'intervalle calculé se trouvera de 101,69624, au lieu de 101,69610 jours, intervalle observé ; l'erreur n'est plus que de 0,00014, ou de 12 secondes de temps, il faut la négliger. Le logarithme de la distance périhélie est dans cette Hypothèse 9,0876445, $\frac{1}{2}$ v' 72^d 16′ 32″ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$ v'' 73^d 15′ 17″. En résolvant les triangles $K'PK''$ & $K'C'N$ de la *figure 26*, on trouve l'angle K' de 49^d 23′ 22″ $\frac{1}{2}$, le côté $C'N$ de 3^d 27′ 3″, le côté $K'N$ de 4^d 32′ 52″, & l'angle $C'NK' = I =$ 40^d 41′ 59″. Le lieu héliocentrique de la Comète, le 21 Août, étant de 358^d 28′ 19″, le nœud descendant sera = 358^d 28′ 19″ — $C'N$ = 358^d 28′ 19″ — 3^d 27′ 3″ = 355^d 1′ 16″ ; donc le nœud ascendant sera en 175^d 1′ 16″. La longitude de K' sur l'orbite sera = 355^d 1′ 16″ + $K'N$ = 355^d 1′ 16″ + 4^d 32′ 52″ = 359^d 34′ 8″. Le lieu du périhélie sera K' + v' = 359^d 34′ 8″ + 144^d 33′ 5″ = 144^d 7′ 13″. Le passage au périhélie aura été en Août 21,54506 jours + 46,93723 jours = Août 68,48229, ou employant 61 jours pour Août & Septembre, en Octobre, 7,48229 jours. Fig. 26.

Partant de ces élémens ainsi déterminés, on trouvera qu'en Octobre 25,24664, la Comète devoit avoir 232^d 24′ 37″ de longitude géocentrique, & on l'a observée en 232^d 10′ 7″ ; l'erreur du calcul est + 14′ 30″, & cette nouvelle parabole ne représente pas bien l'observation du 25 Octobre.

Pour trouver la véritable orbite parabolique, qui satisfasse à tout, il faut, dit l'Abbé de la Caille, prendre la différence des deux erreurs données par les deux Hypothèses qui ont rempli les trois premières conditions. L'erreur de la quatrième Hypothèse étoit — 0^d 11′ 18″ = dC' ; celle de la septième étoit + 0^d 14′ 30″ = dC'' ; la différence est — 0^d 25′ 48″ = $dC' - dC''$. Soit de plus $d\Delta'$ ou $d\varrho'$ la variation

Fig. 26. qu'on a fait subir à Δ', ou à ρ' de la première à la quatrième Hypothèse, & $d\Delta''$ ou $d\rho''$ celle dont on a affecté Δ'' ou ρ'' de la première à la septième supposition. Si nous nommons $\delta\Delta'$ ou $\delta\rho'$ la véritable équation qu'il falloit appliquer à Δ' ou à ρ' de la première Hypothèse, & $\delta\Delta''$ ou $\delta\rho''$ celle qu'il falloit faire subir à Δ'' ou à ρ'', on aura toujours,

$$dC' - dC'' : dC' :: d\Delta' : \delta\Delta'.$$
$$dC' - dC'' : dC' :: d\Delta'' : \delta\Delta''.$$
$$dC' - dC'' : dC' :: d\rho' : \delta\rho'.$$
$$dC' - dC'' : dC' :: d\rho'' : \delta\rho''.$$

Dans notre exemple, on aura

$$-1548'' : -678'' :: \begin{cases} +0{,}0104862 : +0{,}0044603 = \delta\Delta'. \\ +0{,}0077446 : +0{,}0032941 = \delta\Delta''. \\ +0{,}0069615 : +0{,}0029610 = \delta\rho'. \\ +0{,}0071980 : +0{,}0030616 = \delta\rho''. \end{cases}$$

Cette règle seroit sans doute excellente, si le rapport des approximations de la Comète à la Terre ou au Soleil suivoit le rapport des temps; cela arrive quelquefois, mais non pas toujours. Le rapport au reste doit être plus exact par rapport aux ρ, que par rapport aux Δ. Appliquons donc aux ρ, ou supposés ou calculés dans la première Hypothèse, les $\delta\rho'$ & $\delta\rho''$ que nous venons de déterminer.

HUITIÈME HYPOTHÈSE.

$\rho' = 1{,}3215153$; $\rho'' = 1{,}1881928$. En procédant comme dans les précédentes Hypothèses, on trouvera l'intervalle calculé entre les observations du 21 Août & du 1.er Décembre, 101,64101, & il a été observé de 101,6961; l'erreur est de — 0,05509, elle est trop forte, la règle de l'Abbé de la Caille est ici en défaut, & elle doit y être souvent. En regardant cette huitième supposition comme première, & en réitérant nos Hypothèses comme précédemment,

on parviendroit à la fin à découvrir la véritable parabole qui satisfait aux trois observations. Nous l'avons fait, & omettant les hypothèses intermédiaires, nous donnons ici celle qui a rempli toutes les conditions de la parabole requise. Fig. 26.

NEUVIÈME HYPOTHÈSE.

SOIT $\rho' = 1{,}32246$, & $\rho'' = 1{,}1881$; on trouvera pour logarithme de la distance périhélie $9{,}0890560$, $\frac{1}{2}v' = 72^d\ 16'\ 26''$, $\frac{1}{2}v'' = 73^d\ 12'\ 1''$; & l'intervalle calculé entre les observations sera de $101{,}6961$ jours, il ne diffère point de l'intervalle observé. Le triangle $C'K'N$ de la *figure 26*, donnera l'angle K' de $49^d\ 23'\ 9''$, le côté $C'N$ de $3^d\ 28'\ 17''$, le côté $K'N$ de $4^d\ 34'\ 29''$, & l'angle $C'NK'$ ou l'inclinaison de l'orbite $40^d\ 42'\ 16''$. La première longitude héliocentrique de la Comète, ou la longitude du point C', aura été trouvée de $358^d\ 40'\ 3''$; donc la longitude du nœud descendant N = longitude du point $C' - C'N = 358^d\ 40'\ 3'' - 3^d\ 28'\ 17''$ sera $355^d\ 11'\ 46''$, & conséquemment le nœud ascendant sera en $175^d\ 11'\ 46''$, ou en $5^s\ 25^d\ 11'\ 46''$. A la longitude du point N $355^d\ 11'\ 46''$, si l'on ajoute l'arc $K'N$ $4^d\ 34'\ 29''$, on aura $359^d\ 46'\ 15''$ pour longitude du point K', c'est-à-dire, pour longitude de la Comète le 21 Août, comptée sur l'orbite de la Comète. Puisqu'au 21 Août la Comète n'avoit pas encore passé par son périhélie, & que son cours étoit direct, au lieu du point K' sur l'orbite, $359^d\ 46'\ 15''$, ajoutons la première anomalie vraie, ou $v' = 144^d\ 32'\ 52''$, la somme $144^d\ 19'\ 7''$, ou $4^s\ 24^d\ 19'\ 7''$ sera le lieu du périhélie sur l'orbite de la Comète. Enfin, comme par les calculs précédens, on a dû trouver que le temps de la première observation précédoit celui du passage au périhélie de $47{,}15357$ jours, si au temps de cette première observation, Août $21{,}52506$, on ajoute $47{,}15357$, on aura pour l'instant du passage, Octobre $7{,}67863$, ou le 7 Octobre à $16^h\ 17'\ 14''$.

On compte, & l'on doit toujours compter le lieu du périhélie sur l'orbite de la Comète. Si cependant quelqu'un étoit

Fig. 26. curieux de le rapporter à l'Écliptique, il y réussiroit facilement, en se figurant un triangle sphérique rectangle; son hypothénuse connue est la distance du périhélie au nœud le plus voisin, elle est ici de $30^d\ 52'\ 39''$; les côtés sont 1.° un arc perpendiculairement abaissé du point du périhélie sur l'Écliptique; 2.° l'arc de l'Écliptique compris entre cet arc perpendiculaire & le nœud. L'angle adjacent à ce second arc est l'inclinaison même de l'orbite à l'Écliptique; il est donc ici de $40^d\ 42'\ 16''$. Ce second arc est la distance du nœud à la projection du périhélie sur l'Écliptique; on le connoîtra en disant : le sinus total est au cosinus de l'inclinaison, comme la tangente de la distance du nœud au périhélie sur l'orbite est à la tangente de la même distance projetée sur l'Écliptique.

$$1 : \text{cos. } 40^d 42' 16'' :: \text{tang. } 30^d\ 52'\ 39'' : \text{tang. } 24^d\ 23'\ 5''.$$

Comme le périhélie précède le nœud, du lieu du nœud $5^s\ 25^d\ 11'\ 46''$, ôtez $24^d\ 23'\ 5''$, il reste $5^s\ 0^d\ 48'\ 41''$ pour le lieu du périhélie réduit à l'Écliptique. Quelques Cométographes ont tenu compte de ce lieu du périhélie sur l'Écliptique, mais sans aucune utilité bien réelle.

Si, d'après les élémens que nous venons d'établir, nous calculons la longitude géocentrique de la Comète pour le 25 Octobre, 24664, nous la trouverons de $232^d\ 9'\ 53''$; or, elle a été observée de $232^d\ 10'\ 7''$, la différence n'est que de 14''; les observations ne comportent guère une plus grande précision. Si l'on vouloit calculer aussi la latitude géocentrique pour le 25 Octobre, on la trouveroit de $17^d\ 47'\ 20''$; elle a été observée de $17^d\ 49'\ 8''$, la différence est de $1'\ 48''$. On ne pourroit anéantir cette erreur sur la latitude qu'en en introduisant une beaucoup plus considérable sur la longitude; c'est sans doute une conséquence de quelques légères erreurs dans les observations. Nous croyons donc que les élémens que nous venons de déterminer représentent avec une précision suffisante les observations des 21 Août, 25 Octobre & 1.er Décembre.

Observations sur le Problème précédent.

I. Lorsqu'on a trouvé une orbite parabolique qui satisfait à trois observations, on peut être assuré qu'elle satisfera à toutes, pourvu que les observations soient exactes; mais comme elles peuvent ne pas l'être, il est nécessaire de comparer l'orbite déterminée avec quelques autres observations; si elle les représente assez exactement, on peut conclure que les trois observations choisies, étoient elles-mêmes assez exactes; sinon, il faut choisir d'autres observations, & recommencer le calcul. Calculant l'observation du 15 Septembre sur les élémens déterminés au *Problème précédent,* nous avons trouvé une longitude de 29′ 33″ plus occidentale que celle qui avoit été observée; donc cette orbite n'est pas la véritable orbite de la Comète. Nous avons cru cependant pouvoir nous dispenser de recommencer sur nouveaux frais le calcul d'une autre orbite; notre objet n'étoit point de déterminer les élémens de l'orbite de cette Comète, ils sont assez connus d'ailleurs, mais d'exposer la marche qu'on a coutume de tenir pour les déterminer.

II. Cette marche est extrêmement longue, comme on a pu s'en apercevoir, sur-tout lorsqu'on est dans le cas de recommencer le calcul sur de nouvelles observations. La méthode de M. de la Place, exposée dans les *Problèmes IX, X &* *XIX*, nous a paru plus expéditive & beaucoup moins ennuyeuse; il est vrai que l'imperfection des observations peut quelquefois mettre dans le cas de recommencer le calcul; mais il n'y a que celui du *Problème XIX,* sur lequel on soit obligé de revenir. D'un autre côté il peut paroître des Comètes que le mauvais temps ne permettra d'observer qu'à des intervalles trop considérables; la méthode de M. de la Place deviendra pour lors impraticable, celle de M. du Séjour le seroit encore davantage; il faut de nécessité se réduire à la méthode commune.

III. Le calcul par cette méthode commune peut souffrir,

en quelques circonſtances, une abréviation conſidérable. Si la Comète a été obſervée en conjonction, ou en oppoſition avec le Soleil, il conviendra de choiſir cette obſervation pour une des deux ſur leſquelles on fera tomber les fauſſes ſuppoſitions; on ſera pour lors diſpenſé de calculer la longitude héliocentrique de la Comète, cette longitude ſera la même que celle de la Terre. Il en faut ſeulement excepter le cas où la diſtance raccourcie de la Terre à la Comète en conjonction ſeroit plus grande que celle de la Terre au Soleil; alors la longitude héliocentrique de la Comète ſeroit la même que ſa longitude géocentrique obſervée.

Une autre circonſtance qui épargne beaucoup de calcul, eſt celle où la Comète ſeroit obſervée dans un de ſes nœuds; il y auroit alors une latitude héliocentrique de moins à calculer, puiſqu'elle ſeroit manifeſtement nulle. De plus, dans cette même ſuppoſition, on auroit un $r = \rho$; & les points
Fig. 26. C' & K' (*figure 26*) ſe confondant avec le point N, au lieu du triangle obliquangle $K'PK''$, & du triangle rectangle $C'NK'$, on n'auroit à réſoudre que le triangle rectangle $C''NK''$, dont on connoîtroit les deux côtés, $C''K'' =$ à l'unique latitude obſervée, & $C''N = m$, ou égal au mouvement de la Comète rapporté à l'Écliptique, ou bien, ſuivant les circonſtances, égal au ſupplément de ce mouvement à 360 degrés. On auroit φ, mouvement de la Comète ſur ſon orbite, (ou ſon ſupplément) en diſant $1 : \text{coſ.}\,\lambda :: \text{coſ.}\,m : \text{coſ.}\,\varphi$. Le lieu héliocentrique de la Comète, lorſqu'elle n'avoit aucune latitude, ſeroit le même que celui du nœud N; on auroit l'inclinaiſon de l'orbite par l'analogie, $1 : \text{cot.}\,\lambda :: \text{ſin.}\,m : \text{cot.}\,I$. Enfin, on auroit le lieu du périhélie, en ajoutant, ou ſuivant les circonſtances, en retranchant de la longitude du nœud N l'anomalie vraie qui convient à l'obſervation faite de la Comète dans l'Écliptique. Il eſt rare ſans doute qu'on obſerve une Comète préciſément dans l'Écliptique; mais il ne l'eſt pas qu'une Comète ſoit obſervée en-deçà & au-delà de l'Écliptique, de manière qu'on puiſſe déterminer le temps auquel elle a traverſé le plan de ce cercle. Il faut alors déterminer

par interpolation quelle devoit être ſa longitude géocentrique à cet inſtant, & partir de-là, comme d'une obſervation donnée pour calculer les élémens de l'orbite.

Si la Comète étoit obſervée en même temps en oppoſition & ſans aucune latitude, cela abrégeroit encore davantage le calcul; mais on auroit tort d'eſpérer de rencontrer une circonſtance auſſi favorable.

Si l'on obſervoit une Comète au Pôle même de l'Écliptique, une perpendiculaire abaiſſée de la Comète ſur le plan de l'Écliptique ſe rendroit au centre de la Terre. Donc 1.° ſa longitude héliocentrique ſeroit la même que celle de la Terre; 2.° ſa diſtance accourcie au Soleil ou ϱ ſeroit égale à la diſtance actuelle du Soleil à la Terre; 3.° $\Delta = 0$. Cette circonſtance doit encore être extrêmement rare.

IV. S'il eſt des circonſtances qui abrégent le calcul, il en eſt auſſi qui produiſent un effet tout contraire; lorſque la diſtance périhélie d'une Comète eſt fort petite, on ne peut l'obſerver au voiſinage de ſon périhélie, elle eſt alors plongée dans les rayons du Soleil. Quelques jours avant ou quelques jours après, ſon anomalie vraie excède 100 degrés, on ne peut ſe ſervir de la *Table générale des mouvemens de la Comète*, il faut calculer directement le temps qui convient à chaque anomalie vraie. C'eſt ce que nous avons été obligés de faire par rapport à la Comète de 1769, dans l'exemple du *Problème précédent*, où les anomalies étoient de 144 & de 146 degrés. Il eſt vrai que nous pouvions choiſir des obſervations moins diſtantes du périhélie, mais nous n'aurions pu éviter l'inconvénient du calcul direct des temps. Le 15 Septembre, jour de la dernière obſervation de la Comète avant ſon paſſage au périhélie, ſon anomalie vraie étoit encore de 132 degrés; huit jours ſeulement avant ou après le paſſage, elle étoit de 107 degrés.

Un autre inconvénient des anomalies trop fortes, & que nous avons éprouvé dans l'exemple du *Problème précédent*, c'eſt que la diſtance périhélie concluë par la formule $\pi = r' \operatorname{coſ.}^2 \frac{1}{2} v'$ ne ſera preſque jamais la même que celle qu'on

tirera de la formule $\pi = r'' \operatorname{cof.}^2 \frac{1}{2} v''$, à moins que dans les calculs précédens on ne pouſſe la préciſion juſqu'aux décimales de ſecondes. La différence, il eſt vrai, ne ſera pas fort conſidérable, mais on y deſireroit une parfaite égalité.

V. Si les rayons vecteurs ſont fort longs, & qu'ils varient peu durant un intervalle aſſez conſidérable de temps, il ſera très-difficile de déterminer bien préciſément la diſtance périhélie, & le lieu du périhélie & le temps du paſſage de la Comète par ſon périhélie; c'eſt ce que l'on a éprouvé en 1729; entre les diverſes orbites qu'on a aſſignées à la Comète qui parut alors pendant près de ſix mois, on voit des 6 degrés de différence ſur le lieu du périhélie, 0,55 ſur la diſtance périhélie, & plus d'un mois ſur le temps du paſſage.

VI. Si les latitudes géocentriques obſervées ont été petites, ou peu inégales, les plus légères erreurs ſur ces latitudes obſervées en pourront occaſionner de très-ſenſibles ſur le lieu du nœud, & encore plus ſur l'inclinaiſon de l'orbite. En général, on doit regarder comme moins préciſe une forte inclinaiſon concluе de latitudes beaucoup plus petites que cette inclinaiſon.

VII. Quand on a trouvé une orbite parabolique qui ſatisfait à deux obſervations, on détermine les élémens de cette orbite, & ſur ces élémens on calcule une troiſième longitude obſervée, & ſi la longitude ainſi calculée s'accorde avec la longitude obſervée, on conclut qu'on a obtenu la véritable orbite de la Comète; telle eſt la marche qu'on ſuit ordinairement. Si cependant l'on avoit trouvé une inclinaiſon aſſez forte, & que la diſtance de la Comète au nœud le plus voiſin fût, au moment de la troiſième obſervation, moindre que cette inclinaiſon, ce ne ſeroit pas la longitude de cette troiſième obſervation, mais ſa latitude qu'il faudroit comparer avec le réſultat des élémens déterminés, pourvu du moins que le mouvement géocentrique de la Comète en latitude eût été alors bien ſenſible. Il faut à plus forte raiſon faire de même, lorſque le mouvement géocentrique de la Comète eſt plus grand en latitude qu'en longitude. En général, on ne riſque rien de calculer en tous les cas ſur les élémens déterminés, & la longitude

longitude & la latitude de la troisième observation, un résultat confirme l'autre, *quod abundat non vitiat,* on en est quitte pour une seule analogie de plus.

VIII. Il ne nous paroît pas que pour cette troisième observation, il soit à propos d'en choisir une qui ait été faite trop près du Pôle de l'Écliptique, sur-tout si ce Pôle est en-deçà de celui de l'Équateur, ou plus voisin du zénith de l'observateur, & si la Comète est ou en conjonction ou en opposition avec le Soleil. Sans parler de la difficulté qu'il y a de l'observer dans ces circonstances, & de l'erreur presque inévitable des observations, une erreur de quelques secondes dans le lieu du Soleil tiré des Tables, & par conséquent dans l'angle de commutation peut en occasionner une de plusieurs minutes dans celui d'élongation, & une autre plus considérable encore sur la latitude géocentrique de la Comète. On en a eu un exemple à la fin de Juin & au commencement de Juillet 1770; M. Messier, quelque bon & zélé Observateur qu'il soit d'ailleurs, n'a pu donner que comme des *à-peu-près* les observations qu'il fit alors.

IX. Si les tentatives que l'on a faites pour trouver une orbite parabolique qui satisfasse à toutes les observations ont été sans succès, que telle orbite qui représente assez bien les premières observations ne s'accorde pas avec les dernières, qu'une autre orbite qui convient à celles-ci ne puisse s'appliquer aux premières, qu'entre ces observations extrêmes, il y en ait même d'intermédiaires qui ne puissent se concilier avec aucune de ces deux orbites; il faut en conclure que l'orbite de cette Comète étoit sensiblement différente d'une parabole. Les calculs que l'on aura faits auront du moins procuré une détermination approchée du lieu du nœud & de l'inclinaison. On partira de ces données approchées pour déterminer la nature & les vrais élémens de l'orbite; c'est ce que nous avons fait au *Problème XIX* pour la Comète de 1770.

PROBLÈME XXIII.

Déterminer la chute parabolique des Comètes vers le Soleil, & en construire l'Échelle.

Ce Problème curieux est de Lambert. Pour concevoir son objet, rappelons-nous ce que nous avons dit d'après ce Géomètre, au *Problème XIII*, que θ, ou le temps écoulé entre deux observations, étoit

$$= \frac{n}{3\sqrt{2}} \left[\left(\frac{r' + r'' + c}{2} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{r' + r'' - c}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \right].$$

De ce beau théorème, il est facile de conclure que le temps θ qu'une Comète emploie à parcourir un arc parabolique quelconque ne dépend que de la somme des deux rayons vecteurs qui terminent cet arc, & de la longueur de la corde qui joint les extrémités de ces rayons. On pourroit à la corde substituer l'angle formé par les deux rayons, & l'on auroit

Lamb. §. 79. $\theta = \frac{n}{3\sqrt{2}} [r' + r'' + \sqrt{(r'r'')} \operatorname{cof.} \frac{1}{2}\varphi] \sqrt{[r' + r'' - 2 \operatorname{cof.} \frac{1}{2}\varphi \sqrt{(r'r'')}]}$; mais alors il faudroit connoître de plus le produit des deux rayons.

Il suit de-là que si plusieurs Comètes parcourent des arcs de différentes paraboles, elles emploîront précisément le même temps à les parcourir, si la somme des rayons vecteurs qui terminent les arcs est égale de part & d'autre, ainsi que la corde qui soutend les arcs. De même donc qu'on a trouvé une Comète, celle de 109 jours, propre à servir, pour ainsi dire, de module, pour déterminer le rapport des anomalies vraies de toutes les Comètes avec le temps dont chaque observation précède ou suit le passage au périhélie; ne seroit-il pas possible de trouver une autre Comète qui servit pareillement à déterminer le rapport de la somme des rayons vecteurs & de leur corde avec les temps employés à parcourir les arcs? La plus simple parabole qu'on ait pu choisir pour cet effet, est celle dont le foyer & le sommet concourroient ensemble

dans le centre du Soleil, son paramètre & sa distance périhélie seroient nuls, la parabole ne seroit autre chose qu'une ligne droite *Snm* (*fig. 33*) qui se termineroit au centre du Soleil *S*; une Comète qui suivroit cette parabole tomberoit directement vers le Soleil, & c'est la loi de cette chute qu'il faut déterminer. Fig. 33.

Dans cette supposition d'une trajectoire en ligne droite, on demande combien de temps la Comète emploîroit pour parvenir de quelque point que soit *m* de sa trajectoire jusqu'au centre du Soleil *S*, ou pour parcourir *mS*? Dans cette supposition, le premier rayon vecteur est $mS = r'$; le second rayon vecteur commence & se termine en *S*, il est donc nul, $r'' = 0$; la corde qui joint les extrémités des rayons vecteurs est $mS = c = r'$. Donc faisant $r'' = 0$, & $c = r'$, la formule $\theta = \frac{n}{3\sqrt{2}}\left[\left(\frac{r'+r''+c}{2}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{r'+r''-c}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\right]$ se réduit à $\theta = \frac{n}{3\sqrt{2}} r'^{\frac{3}{2}} = \frac{n}{3\sqrt{2}} r'\sqrt{r'}$.

Or ici $\theta = t$; donc $t = \frac{n}{3\sqrt{2}} r'\sqrt{r'}$; pareillement dans la formule $\theta = \frac{n}{3\sqrt{2}}\left[r' + r'' + \sqrt{(r'r'')}\ \text{cos.}\ \tfrac{1}{2}\varphi\right]\sqrt{(r' + r'' - 2\ \text{cos.}\ \tfrac{1}{2}\varphi\sqrt{r'r''})}$, tous les termes enfermés dans les parenthèses deviennent nuls, excepté r'; la formule se réduit donc à $\theta = t = \frac{n}{3\sqrt{2}} r'\sqrt{r'} = \frac{n}{3\sqrt{2}} mS\sqrt{mS}$. On tire de cette équation $mS = \frac{18 t^{\frac{2}{3}}}{n^{\frac{2}{3}}}$, ou logar. $mS = \frac{2}{3}$ logar. $t - 0{,}9585412$.

Par le moyen de cette équation, on peut construire une échelle de la chute parabolique des Comètes dans le Soleil, telle que l'échelle de la *figure 33*. L'arc de cercle *TE*, représente une partie de l'orbite terrestre, & *TS* est la moyenne distance au Soleil. On fait une échelle particulière où *TS* est divisée en 100, en 1000, en 10000 parties,

Fig. 33. ſelon la longueur qu'on veut donner à l'échelle parabolique; plus elle ſera à grand point, plus elle pourra être utile. Pour marquer ſur cette échelle parabolique le lieu où ſera la Comète à un temps donné, comme, par exemple, 19 jours avant ou après ſon paſſage au périhélie *, on a $t = 19$ jours.

Logarithme de t	1,2787536.
Tiers de ce logarithme	0,4262512.
Ses deux tiers	0,8525024.
Otez-en le logarithme conſtant	0,9585412.
Il reſte	9,8939612.

C'eſt le logarithme de 0,7834; telle eſt donc la diſtance de la Comète au Soleil, 19 jours avant ou après ſon périhélie, dans la ſuppoſition de $ST = 1$. Mais, comme ſur l'échelle particulière, nous avons fait ST de 100, de 1000, ou de 10000 parties, il faut augmenter à proportion la diſtance que nous venons de trouver, & la faire de 78,34 ou de 783,4, ou enfin de 7834 parties. On marquera cette longueur ſur l'échelle parabolique de S en p, & le point p ſera celui de 19 jours. On déterminera de même les diſtances de S qui conviennent aux autres jours, & l'échelle de la chute parabolique des Comètes ſur le Soleil ſera conſtruite. Nous avons terminé la nôtre à 100 jours, on peut l'étendre plus loin; ſi l'échelle eſt à grand point, on y marquera les heures au moins de trois en trois; pour le faire, on peut abréger le calcul à l'aide de la formule $r = \frac{18 t^{\frac{2}{3}}}{n^{\frac{2}{3}}}$, ou $r^3 = \frac{18 t^2}{n^2}$. Il ſuit de cette formule que les quarrés des temps, employés pour aller d'un point quelconque de l'échelle au centre du Soleil, ſont proportionnels aux cubes des diſtances de ces points au Soleil. Donc ſi un temps eſt octuple

* On fait ici abſtraction de l'action de la matière du Soleil qui amortiroit toute l'activité de la Comète, & ne lui permettroit certainement pas de retourner en arrière.

d'un autre temps, la diſtance qui lui correſpond ſur l'échelle ſera quadruple de celle qui correſpond à l'autre temps, puiſque $4^3 = 8^2$. Donc le quart de la diſtance *S* 1 jour donnera la diſtance *S* 3 heures; le quart de *S* 2 jours donnera *S* 6 heures; celui de *S* 3 jours donnera *S* 9 heures, & ainſi de ſuite.

Corollaires du Problème précédent.

L'ÉCHELLE ainſi conſtruite ſervira pour toute ſorte de paraboles. Soit *LANM* (*fig. 34*) une parabole parcourue par une Comète, obſervée aux points *M* & *N*; *A* eſt le ſommet de la parabole; *S* ſon foyer; *Tt* partie de l'orbite terreſtre, dont le rayon eſt égal à *ST* de la *figure 33*; on connoît les rayons vecteurs *SM*, *SN*, l'angle *MSN* qu'ils comprennent, & par conſéquent la corde *MN* eſt auſſi donnée, on veut par le moyen de l'échelle parabolique déterminer le temps employé à parcourir l'arc *MN*. Fig. 33 & 34.

Portez le plus petit rayon vecteur *SN* ſur le plus grand *SM*, de *S* en *n*. Diviſez *nM* en deux parties égales au point *g*; il eſt manifeſte que *Sg* ſera la demi-ſomme des rayons vecteurs *SM*, *SN*. Diviſez pareillemeut la corde *MN* en deux également au point *G*; portez la demi-ſomme *Sg* ſur l'échelle, *fignre 33*, de *S* en *g*, le point *g* tombera vers 32 jours; de ce point *g* portez, de part & d'autre, la diſtance *gm* & *gn* égale à la demi-corde *MG* de la *figure 34*, *m* tombera ſur 56 jours, & *n* ſur 10 jours & demi. La différence entre ces deux nombres de jours, eſt 45 jours & demi; ce ſera le temps que la Comète aura employé à parcourir l'arc *MN*. En effet, par conſtruction, la ſomme des rayons vecteurs *Sm* + *Sn* de la parabole de la *figure 33* eſt égale à la ſomme des rayons vecteurs *SM* + *SN* de la *figure 34*, & la corde *mn* eſt pareillement égale à la corde *MN*; donc les temps employés à parcourir les arcs *MN* & *mn* ſont néceſſairement égaux. Or la chute parabolique de la *figure 33* de *m* en *n* eſt manifeſtement de 45 jours & demi; donc le mouvement de la Comète le long de l'arc parabolique *MN* de la *figure 34* a dû pareillement durer 45 jours & demi.

Fig. 33 & 34. Si l'angle formé par les deux rayons vecteurs avoit sa pointe tournée du côté du sommet A de la parabole, tel que seroit l'angle MSL, ou, ce qui revient au même, si le mouvement de la Comète dans l'intervalle des deux observations avoit excédé 180 degrés, au lieu de prendre la différence des deux nombres de jours marqués sur l'échelle $Sm - Sn$, il faudroit prendre leur somme $Sm + Sn$, & l'on auroit également le temps employé à parcourir l'arc MAL.

Si l'on veut déterminer le temps que met la Comète à aller d'un point quelconque M de son orbite au point m qui lui est directement opposé, on a dans ce cas $SM = r'$, $Sm = r''$, $Mm = c = r' + r''$; donc $\frac{r' + r'' + c}{2} = c = Mm$, & $\frac{r' + r'' - c}{2} = 0$. Donc il suffira de porter la corde entière Mm sur l'échelle de la chute parabolique; elle s'étendra depuis S jusqu'au point de 65 jours; la Comète aura donc employé 65 jours pour aller du point M au point m qui lui est directement opposé. Mais il faut convenir que ceci ne peut avoir dans la pratique aucune utilité réelle.

On observe quelquefois une Comète dans ses deux nœuds, quoique cela soit extrêmement rare; on connoît par conséquent l'intervalle de temps écoulé entre les deux observations; ce temps, supposé de 28 jours, tombe sur l'échelle au point q; la distance Sq sera la longueur de la ligne des nœuds. Le calcul peut aussi donner cette longueur No, par la formule $No^3 = c^3 = \frac{18\theta^2}{n^2}$.

Qu'on ait donc observé, de la Terre placée en θ, la Comète par le rayon visuel θN, la Comète n'ayant aucune latitude. Que plusieurs jours après la Terre ait passé en t, & que de-là on ait observé une seconde fois la Comète sans aucune latitude par le rayon visuel to. Pour avoir la position de la ligne des nœuds, il suffiroit de tirer entre les rayons visuels

θN & to une ligne qui paſſe par le foyer S, & qui ſoit de la longueur qu'on vient de déterminer, Sq *fig. 33*, ou No *fig. 34*. La poſition de la ligne des nœuds étant ainſi déterminée, auſſi-bien que le foyer, on connoîtroit les deux rayons vecteurs SN & So, & l'on conſtruiroit la parabole par le *Problème XIV;* on détermineroit le lieu du périhélie, la diſtance périhélie, le temps du paſſage au périhélie, le lieu des nœuds; l'inclinaiſon ſeule de l'orbite reſteroit inconnue. Lambert remarque avec raiſon que le Problème de tirer une ligne donnée de longueur entre deux lignes données de poſition, eſt ſuſceptible de pluſieurs ſolutions; que deux de ces ſolutions ſatisfont ſeules à la condition de paſſer par le Soleil, unique foyer des orbites cométaires; que chacune de ces deux ſolutions peut appartenir à deux orbites différentes, ce qui produit quatre ſolutions poſſibles du même Problème. Auſſi M. du Séjour, n'ayant aucune connoiſſance de l'ouvrage de Lambert, ayant entrepris analytiquement l'examen du Problème de la détermination de l'orbite d'une Comète obſervée dans ſes deux nœuds, n'a pu y parvenir que par une équation du quatrième degré. Si l'on vouloit employer la méthode de Lambert pour réſoudre ce Problème, il faudroit recourir à une troiſième obſervation; elle ſerviroit à déterminer à laquelle des quatre ſolutions poſſibles il faut donner la préférence, & l'on en concluroit de plus l'inclinaiſon de l'orbite. Fig. 33 & 34.

Lambert paroît regarder la conſtruction de ſon échelle de la chûte parabolique des Comètes, comme abrégeant conſidérablement le calcul. Cela peut être vrai à certains égards, la main eſt plus expéditive en meſurant avec le compas, qu'en calculant avec des Tables de logarithmes; mais d'un autre côté, l'opération avec le compas peut-elle être auſſi exacte que le réſultat d'un bon calcul? Le calcul pouſſera la préciſion juſqu'aux ſecondes, juſqu'aux fractions de ſecondes même, s'il eſt néceſſaire. L'échelle de la chute parabolique, à quelque grand point qu'on la ſuppoſe, pourra-t-elle atteindre à une telle préciſion? Lambert, pour faciliter la conſtruction

de l'échelle, donne une Table des distances au Soleil correspondantes au temps; mais il ne divise les jours que de trois heures en trois heures, encore cette division ne s'étend-elle que jusqu'à 10 jours; depuis 13 jours jusqu'à 100 jours, où sa Table se termine, les jours ne sont point divisés. Et en effet, vers 45 jours & au-delà, l'intervalle d'un jour à l'autre n'occupe pas la dix-millième partie de l'échelle; comment diviser un si petit espace en heures, minutes & secondes? M. Schulze a donné à cette Table une autre forme, & l'a étendue fort au-delà de 100 jours; vu le détail où il est entré, sa Table peut être utile, non pour construire une échelle de chute parabolique, mais pour calculer les intervalles de temps écoulés entre les deux observations, d'après les rayons vecteurs donnés ainsi que la corde qui les termine. Nous donnerons cette Table, & nous en expliquerons l'usage; sa construction d'ailleurs est fondée sur les principes établis dans le *Problème précédent.*

PROBLÈME XXIV.

De la construction d'une Échelle de chute elliptique & hyperbolique.

Il est démontré que les ellipses, dont les grands axes sont égaux, sont isochrones, c'est-à-dire, que les Comètes qui les parcourent, achèvent en temps égaux leurs révolutions périodiques; car, puisque $\Theta = A^{\frac{3}{2}}$, si les A sont égaux, les Θ le sont pareillement. On démontre aussi que si deux Comètes parcourent deux arcs de leurs trajectoires, tels que la somme des rayons vecteurs extrêmes, & la corde qui soutend les arcs soient égales de part & d'autre, les Comètes emploient des temps égaux à parcourir ces arcs. En cela les trajectoires elliptiques conviennent avec les trajectoires paraboliques. Soit donc
Fig. 35. $ANMB$ (*fig. 35*) une demi-ellipse, dont S est le foyer; AB le grand axe; SM, SN deux rayons vecteurs donnés de longueur & de position, donc la corde MN est aussi donnée. Du centre du Soleil S, élevez une ligne Sb égale au

au grand axe AB; cette ligne pourra paſſer pour une ellipſe dont le ſommet & le foyer concourront dans le centre du Soleil S, dont le paramètre & le petit axe ſeront $= 0$. Cette nouvelle ellipſe Sb aura ſon grand axe Sb égal au grand axe AB de l'ellipſe AMB; donc les temps de la révolution périodique ſeront égaux dans l'une & l'autre ellipſe. Diviſez la corde MN en deux également au point G; portez ſur la ligne Sb, la longueur Sg, égale à la moitié de la ſomme des rayons vecteurs $= \frac{SM + SN}{2}$, & de g marquez de part & d'autre gm, $gn = \frac{1}{2} MN = GM$. Une Comète qui parcourroit l'arc MN de l'ellipſe AMB, emploîroit autant de temps à faire ce trajet, qu'une autre Comète qui tomberoit directement vers le Soleil, en mettroit pour décrire la partie mn de l'ellipſe rectiligne Sb, vu que la ſomme des rayons vecteurs $SM + SN$, $Sm + Sn$, ſeroit égale de part & d'autre, ainſi que les cordes MN, mn. Si donc on peut conſtruire une échelle de chute elliptique, comme nous en avons conſtruit une de chute parabolique, cette échelle pourra ſervir de module pour d'autres ellipſes, mais non pas pour toutes. La raiſon de la reſtriction eſt que toutes les paraboles ſont des courbes ſemblables; mais il n'en eſt pas de même des ellipſes, les unes ſont plus alongées que les autres, leurs grands axes ſont plus ou moins longs; or le grand axe réglant le temps de la révolution périodique, il influe auſſi néceſſairement ſur la durée du temps employé à parcourir chaque partie de l'ellipſe. On peut cependant conſtruire une échelle générale; mais on ne la rapportera pas à la meſure commune. La meſure ou le module pour chaque ellipſe ſera ſon grand axe diviſé en 100, 1000 ou 10000 parties. Cela poſé, ſoit donnée la diſtance r' d'un point quelconque de l'ellipſe, ou de l'échelle Sb au centre du Soleil S, on demande combien de temps la Comète emploîra à tomber du point m au centre du Soleil? On le déterminera par la ſérie ſuivante, dans laquelle A exprime l'axe entier $Sb = AB$. Fig. 35.

$$t' = \frac{n}{2\sqrt{2}} \left(\frac{2}{3} r'^{\frac{3}{2}} + \frac{1.2.}{2.5.A} r'^{\frac{5}{2}} + \frac{1.3.2.}{2.4.7A^2} r'^{\frac{7}{2}} + \frac{1.3.5.2}{2.4.6.9.A^3} r'^{\frac{9}{2}} + \&c. \right)$$

Fig. 35. Pareillement on aura le temps de la chute de la Comète, depuis n jusqu'à S, nommant r'' la distance nS par une série absolument semblable. On peut exprimer cette série en nombres, comme il suit,

$$t = 27{,}403862\ r^{\frac{3}{2}} + 8{,}2211604\ \frac{r^{\frac{5}{2}}}{A} + 4{,}4041939\ \frac{r'^{\frac{7}{2}}}{A^2}$$
$$+ 2{,}8545693\ \frac{r'^{\frac{9}{2}}}{A^3}\ \&c.$$

Il est clair par la construction de la figure, que $r' = Sm = \frac{1}{2}(SM + SN + MN)$, & que $r'' = Sn = \frac{1}{2}(SM + SN - MN)$, & qu'enfin $mn = MN$. Donc θ étant l'intervalle de temps employé à parcourir l'arc MN, on aura

$$\theta = 27{,}403862\ (r'^{\frac{3}{2}} - r''^{\frac{3}{2}}) + 8{,}2211604\ \left(\frac{r'^{\frac{5}{2}} - r''^{\frac{5}{2}}}{A}\right)$$
$$+ 4{,}4041939 \left(\frac{r'^{\frac{7}{2}} - r''^{\frac{7}{2}}}{A^2}\right) + 2{,}8545693 \left(\frac{r'^{\frac{9}{2}} - r''^{\frac{9}{2}}}{A^3}\right) + \&c.$$

Cette série est toujours très-convergente.

Il paroît que d'après ces principes, & quelques autres que l'on peut voir plus en détail dans la quatrième Section de l'ouvrage de Lambert, sur les *Propriétés de l'orbite des Comètes*, on pourroit former une Table de la chute elliptique des Comètes. Lambert l'a fait; mais son but n'a été que de construire une échelle analogue à celle qu'il avoit construite pour la chute parabolique. M. Schulze en a donné une autre, imprimée parmi les Tables de Berlin; celle-ci est destinée à faciliter le calcul des temps, elle est dans une autre forme, plus détaillée & beaucoup plus étendue. Cette Table ne peut servir pour toutes les ellipses, leurs grands axes ne sont pas les mêmes, non plus que les temps de leurs révolutions périodiques; son usage n'est donc que d'aider à dresser des Tables particulière

pour chaque Comète dont on connoîtroit le grand axe. L'extrême rareté des occaſions d'employer cette Table de M. Schulze, & la conſidération que nous pouvons ſuppléer à ſon défaut par des moyens au moins auſſi ſûrs & beaucoup plus expéditifs, nous ont paru des motifs ſuffiſans pour nous diſpenſer d'inſérer cette Table parmi celles que nous donnons à la fin de cet Ouvrage.

La ſérie ci-deſſus pour θ, ſuppoſe l'angle *MSN* moindre que 180 degrés; s'il étoit plus fort, c'eſt-à-dire, s'il tournoit ſa pointe du côté du ſommet *A*, ou ce qui revient au même, ſi la route de la Comète *MN* excédoit 180 degrés, il faudroit mettre par-tout $r' + r''$ au lieu de $r' - r''$.

Ces mêmes ſéries peuvent auſſi ſervir à conſtruire une échelle & une Table de chutes hyperboliques; mais pour l'hyperbole, il faut affecter du ſigne — tous les termes pairs, le ſecond, le quatrième, &c.

PROBLÈME XXV.

Deux rayons vecteurs étant donnés de longueur & de poſition, avec la longueur du grand axe, décrire l'ellipſe.

S (fig. 35) eſt néceſſairement un des foyers. Otez chaque rayon vecteur *SM*, *SN* du grand axe; des deux reſtes reſpectifs, comme rayons & des points *M* & *N*, comme centres, tracez deux arcs de cercle; le point *F* de leur interſection ſera par la nature de l'ellipſe le ſecond foyer. Tirez indéfiniment la ligne *FS*, elle ſera le grand axe, & *C*, milieu de *FS* ſera le centre de l'ellipſe. De part & d'autre de *C*, marquez *CA*, *CB*, égaux à la moitié du grand axe, dont la longueur eſt donnée; les points *A*, *B* ſeront les ſommets de l'ellipſe, *A* le périhélie, *B* l'aphélie. Des foyers *S* & *F* comme centres, & du demi-grand axe *AC* comme rayon, faites une ſection vers *D*, *CD* ſera le demi-petit axe, & toutes ces parties données, on achèvera facilement de tracer l'ellipſe. On remarquera cependant avec Lambert, que des Fig. 35.

points M & N & des mêmes rayons, on pouvoit faire une ſection en f auſſi-bien qu'en F; alors f auroit été le ſecond foyer, & l'on auroit tracé une ellipſe différente de la première, & qui auroit rempli toutes les conditions du Problème. Le Problème a donc deux ſolutions, & l'on a beſoin d'une troiſième obſervation, ou de quelqu'autre conſidération pour ſe décider ſur celle qu'il faut choiſir.

APPENDICE

SUR LES PERTURBATIONS DES COMÈTES.

LES Problèmes précédens ſuppoſent que l'action ſeule du Soleil retient les Comètes dans leurs orbites; mais la loi de l'attraction eſt univerſelle, ces Aſtres pendant tout le cours de leur révolution ſont pareillement ſoumis à l'action des Planètes, & même à celle des Comètes, au voiſinage deſquelles ils peuvent ſe rencontrer; ces différentes actions troublent leur orbite de différentes manières, accélèrent ou retardent le mouvement de l'Aſtre, altèrent l'excentricité de l'orbite, modifient la diſtance périhélie, changent le lieu des nœuds & l'inclinaiſon. On ne peut apprécier l'action des Comètes ſur les Comètes; pour le faire, il faudroit connoître la denſité de ces Aſtres, & la nature de leur orbite; d'ailleurs, une Comète peut en rencontrer d'autres qui ne nous ont point été, ou qui ne nous ſeront point viſibles. Si, comme nous le penſons, les Comètes ont très-peu de denſité, leur action réciproque des unes ſur les autres ne peut être ſenſible que dans le cas d'une très-grande proximité. On regarde auſſi l'action de Mercure, de Vénus, de la Terre & de Mars ſur les Comètes, comme étant ordinairement inſenſible; le ſeul cas où il faudroit en tenir compte, ſeroit celui où une Comète paſſeroit fort près d'une de ces Planètes. Il n'en eſt pas de même de Saturne, & ſur-tout de Jupiter; ces deux groſſes Planètes agiſſent ſur les Comètes & troublent leur orbite,

même à d'aſſez grandes diſtances, parce que leur maſſe eſt comparable à celle du Soleil; elles agiſſent de plus ſur le foyer de l'orbite de la Comète, c'eſt-à-dire, ſur le Soleil; or elles ne peuvent agir ſur le foyer ſans altérer l'orbite.

Soit *S* (*fig.* 35) le Soleil; *CAE* l'orbite d'une Comète actuellement en *C*; *NPn* l'orbite de la Planète perturbatrice *P*; *Nn* la ligne des nœuds de la Planète avec l'orbite de la Comète; *Pp* une perpendiculaire abaiſſée du lieu de la Planète *P* ſur l'orbite de la Comète; *SC* rayon vecteur de la Comète $= r$; *SP* rayon vecteur de la Planète $= R$; *PB*, *pB* perpendiculaires ſur le rayon vecteur de la Comète. Soit de plus $pB = \gamma$, $BC = \delta$, $Pp = \beta$, la maſſe du Soleil $= M$, & celle de la Planète perturbatrice $= m$, & enfin la diſtance *PC* de la Comète à la Planète $= D$. Fig. 35.

Il eſt clair que la Planète agit ſur la Comète avec une force $= \frac{m}{D^2}$; or cette force ſe peut décompoſer en trois autres; la première agit dans le ſens de la perpendiculaire *Pp*, elle tend à rapprocher la Comète du plan de l'orbite de la Planète, & par conſéquent à changer le lieu du nœud & l'inclinaiſon de l'orbite; elle eſt $= \frac{m\beta}{D^3}$; la ſeconde force $= \frac{m\gamma}{D^3}$ agit dans le ſens de la perpendiculaire *pB*, donc perpendiculairement au rayon vecteur *r*, ſon principal effet eſt donc de rétrécir ou d'élargir l'orbite de la Comète. Enfin, la troiſième force $BC = \frac{m\delta}{D^3}$ agit dans le ſens du rayon vecteur, qu'elle augmente ou qu'elle diminue ſelon la direction du mouvement de la Comète, & ſa ſituation relativement à la Planète perturbatrice.

La force *pC* peut encore ſe diviſer en deux autres forces; qu'à l'extrémité du rayon vecteur *SC* (*fig.* 36), on tire la tangente *CT*; que de *p* on abaiſſe ſur cette tangente la perpendiculaire *pG*, & qu'on achève le rectangle *pGCH*, la force *pC* ſe décompoſera en deux; l'une agira ſelon *CH*; l'autre Fig. 36.

Fig. 36. dans le ſens de la tangente CG. Il eſt clair que l'effet de celle-ci ſera de retarder le mouvement de la Comète ou de l'accélérer, ſuivant les diverſes circonſtances; l'expreſſion de cette force eſt $\frac{m}{pC^3}$ coſ. pCT, & l'expreſſion de la force qui agit ſelon CH pour élargir ou rétrécir l'orbite, eſt $\frac{m}{pC^3}$ ſin. pCT.

La Planète perturbatrice n'agit pas ſeulement ſur la Comète, elle étend ſon action juſqu'à ſon foyer qu'elle déplace; il s'enſuit que la Comète eſt plus ou moins près du Soleil, & que ſon orbite eſt autrement diſpoſée par rapport au foyer; il faut tenir compte de cet effet. On a coutume de regarder le Soleil comme fixe, & de rapporter aux Aſtres les légères variations que ſon lieu éprouve. Il faudra donc calculer les effets de l'action de la Planète perturbatrice ſur le Soleil, & les rapporter à la Comète. Sa force abſolue ſur le Soleil eſt

Fig. 35. $\frac{m}{R^2}$; il faut également décompoſer cette force; l'action ſuivant Pp ſera exprimée par $\frac{m\beta}{R^3}$, celle ſuivant pB aura pour expreſſion $\frac{m\gamma}{R^3}$, & enfin celle qui agit ſuivant BS, ou dans le ſens du rayon vecteur de la Comète ſera $\frac{m(r-\delta)}{R^3}$. Tranſportant ces effets à la Comète, les actions totales de la Planète perturbatrice ſur la Comète ſeront, ſuivant Pp, $\frac{m\beta}{D^3} \pm \frac{m\beta}{R^3}$; celle ſelon pB, $\frac{m\gamma}{D^3} \pm \frac{m\gamma}{R^3}$; enfin celle qui agit dans le ſens du rayon vecteur $\frac{m\delta}{D^3} \pm \frac{m(r-\delta)}{R^3}$.

Il s'agiroit maintenant d'appliquer ces valeurs aux différentes diſtances de la Comète à la Planète perturbatrice, d'apprécier le retardement & l'accélération du mouvement de la Comète dans toutes les parties de ſon orbite, durant les eſpaces de temps qu'elle emploie à parcourir ces différentes

parties, & de déterminer les altérations qui en doivent résulter dans tous les élémens de cette orbite. C'est à quoi l'on n'a pu encore parvenir qu'avec le secours du Calcul intégral. Un tel calcul doit nécessairement être long & pénible; le célèbre Clairaut en a osé frayer le premier la route, & qui plus est, aidé du travail de M. de la Lande, il l'a exécuté par rapport à la Comète de 1759. Nous nous dispensons d'exposer sa méthode; nous ne pourrions le faire sans copier en entier sa *Théorie des mouvemens des Comètes*, imprimée à Paris en 1760. Nous nous trouvons donc forcés de renvoyer nos Lecteurs à cet excellent Ouvrage.

EXPLICATION DES TABLES SUIVANTES.

L'USAGE de la première est de réduire les heures, minutes & secondes en décimales de jour, & les décimales de jour en heures, minutes & secondes. On cherche dans la première colonne les heures, puis les minutes, enfin les secondes données; vis-à-vis dans la seconde colonne, on trouve les décimales correspondantes. On ajoute ces trois décimales en une somme, & l'on a le temps donné converti en décimales de jour; on veut réduire en décimales $17^h\ 27'\ 44''$. La Table donne TABLE I.

Vis-à-vis de 17 heures.	0,708333.
Vis-à-vis de 27 minutes.	0,018750.
Vis-à-vis de 44 secondes.	0,000509.
La somme est.	0,727592.
Donc $17^h\ 27'\ 44''$ équivalent à.	0,727592^j.

Si l'on veut au contraire réduire un nombre donné de décimales en heures, minutes & secondes, il faut chercher dans la seconde colonne de la partie des heures le nombre donné, s'il s'y trouve, ou le plus grand nombre contenu dans le nombre donné, & marquer à côté de ce nombre trouvé

les heures correſpondantes. On retranchera ce nombre trouvé du nombre donné, & l'on cherchera le reſte dans la ſeconde colonne de la partie des minutes; s'il ne s'y trouve pas juſte, on prendra du moins le plus grand nombre contenu dans ce reſte, & l'on marquera à côté de ce nombre les minutes qui lui correſpondent dans la première colonne. Ayant ôté ce plus grand nombre du premier reſte, le ſecond reſte qu'on obtiendra, ou le nombre qui en approchera le plus, étant cherché dans la ſeconde colonne de la partie des ſecondes, donnera le nombre de ſecondes qu'il faut ajouter aux heures & aux minutes déjà trouvées, & le Problème ſera réſolu. On veut convertir en heures, minutes & ſecondes, la fraction décimale 0,597632.

Fraction donnée	0,597632.
Plus grand nombre de la Table, contenu ...	0,583333.

Ce plus grand nombre répond à 14 heures.

Otant ce plus grand nombre de la fraction donnée, on a pour reſte	0,014299.
Plus grand nombre contenu dans ce reſte ...	0,013889.

Ce nombre répond à 20 minutes.

Otez ce nombre du premier reſte, il reſtera.	0,000410.

Dans la ſeconde colonne de la partie des ſecondes, le nombre le plus approchant de ce ſecond reſte eſt 0,000405, & ce nombre répond à 35 ſecondes. Donc la fraction donnée 0,597632 équivaut à $14^h\,20'\,35''$.

TABLE II. La ſeconde Table, intitulée *du mouvement des Comètes dans une orbite parabolique* avoit été publiée d'abord par Halley, dans ſa *Cométographie*. L'Abbé de la Caille dans ſes *Leçons d'Aſtronomie*, lui avoit donné une forme beaucoup plus commode, M. de la Lande dans ſon *Aſtronomie, tome III, page 335*, l'avoit conſidérablement étendue, & ce n'étoit pas ſans néceſſité. L'auteur des Tables de Berlin a encore ajouté au travail de M. de la Lande. Nous avons vérifié

vérifié une très-grande partie des nombres déterminés par ces deux Auteurs, & nous ne les avons pas toujours trouvés de la plus grande précision. Il eſt cependant vrai que dans la Table de M. de la Lande, nous n'avons trouvé, juſqu'à trois mille jours, que des erreurs d'une ſeconde, & très-rarement des erreurs de deux ſecondes. Paſſé trois mille jours, les erreurs vont quelquefois à huit ſecondes. Quant à la partie que M. Schulze a ajoutée à la Table de M. de la Lande, nous ne l'avons pas trouvée auſſi préciſe; les erreurs vont quelquefois juſqu'à 20 & 24 minutes. Nous avons donc cru, vu l'extrême utilité de cette Table, devoir la retravailler en entier. Nous l'avons même augmentée conſidérablement, tant pour ne pas laiſſer trop de différence entre les différences premières, qu'afin d'éviter un inconvénient qui s'eſt préſenté à nous. Nous voulions chercher l'anomalie vraie de la Comète de 1680 au temps de ſes dernières obſervations; la Table de M. de la Lande ne s'étendoit pas juſque là.

Quant à l'uſage de cette Table, nous l'avons expliqué en partie au Problème I. Le temps écoulé entre une obſervation & le paſſage de la Comète par ſon périhélie étant donné, ainſi que la diſtance périhélie de la Comète, on demande l'anomalie vraie de la Comète au moment de cette obſervation. Au logarithme de la diſtance périhélie, ajoutez la moitié de ce même logarithme; ôtez la ſomme du logarithme des jours écoulés; le reſte ſera le logarithme d'un nombre de jours que vous chercherez dans la Table, & vous trouverez vis-à-vis l'anomalie vraie correſpondante, en prenant, s'il en eſt beſoin, la partie proportionnelle convenable. Si la caractériſtique du logarithme de la diſtance périhélie eſt 9, ou 8, ou 7, pour prendre la moitié de ce logarithme, il faut ſuppoſer ſa caractériſtique précédée de l'unité. Le logarithme de la diſtance périhélie de la Comète de 1769, étoit 9,0886320, ſuivant M. Euler, on demande quelle étoit ſon anomalie vraie, 50 jours avant ou après ſon paſſage au périhélie?

Logarithme de la diſtance périhélie.	9,0886320.
Moitié de ce logarithme.	9,5443160.
Somme.	8,6329480.
Logarithme de 50 jours.	1,6985700.
Otez-en la ſomme ſuſdite.	8,6325480.
Il reſte.	3,0660220.

C'eſt le logarithme de 1164,185 jours.

Cherchez ce nombre de jours dans la *Table générale ;* il ne s'y trouve pas; mais à 1160 jours, répondent $145^d\ 16'$ $49''$ d'anomalie vraie, & pour 1165 jours, l'anomalie vraie eſt de $145^d\ 20'\ 7''$. La différence des jours eſt 5, celle des anomalies eſt $3'\ 18''$. Dites

$$15 \text{ jours} : 3'\ 18'' = 198'' :: 4,185 \text{ jours} : 166'' = 2'\ 46''.$$

C'eſt donc $2'46''$ qu'il faut ajouter à $145^d\ 16'49''$, anomalie vraie correſpondante à 1160 jours, & l'on aura 145^d $19'\ 35''$ pour anomalie vraie correſpondante à 1164,185 jours de la Table, ou pour 50 jours naturels écoulés avant ou après le paſſage de la Comète de 1769 par ſon périhélie.

Si l'on connoiſſoit au contraire l'anomalie vraie d'une Comète à un inſtant donné, & qu'on deſirât de connoître l'intervalle de temps qui a dû s'écouler entre ce moment & le paſſage de la Comète par ſon périhélie, on pourroit employer la même Table, mais dans un ordre inverſe. On chercheroit dans la Table, l'anomalie donnée, & l'on trouveroit à côté le nombre des jours qui répondent à cette anomalie, prenant, s'il le faut, une partie proportionnelle convenable. Au logarithme de la diſtance périhélie, ajoutez la moitié de ce logarithme, & le logarithme du nombre de jours trouvé dans la Table, la ſomme ſera le logarithme du nombre de jours écoulés entre le paſſage au périhélie & l'obſervation. On ſait, par exemple, qu'à un inſtant donné, l'anomalie vraie de la Comète de Halley, en 1759, étoit

de $64^d\ 36'\ 37''$; on demande de combien de jours cet inſtant donné précédoit ou ſuivoit celui du paſſage de la Comète par ſon périhélie? Soit le logarithme de la diſtance périhélie 9,766033, tel que l'a déterminé l'Abbé de la Caille. L'anomalie vraie donnée $64^d\ 36'\ 37''$ ne ſe trouve pas directement dans la Table; mais on y trouve $64^d\ 29'\ 47''$, & $64^d\ 40'\ 28''$; la première de ces deux anomalies répond à 58,75 jours, & la ſeconde à 59,0 jours. L'anomalie donnée eſt entre ces deux anomalies de la Table, & elle excède la première de $6'\ 50''$, ou de $410''$, les deux anomalies de la Table diffèrent entr'elles de $10'\ 41''$, ou de $641''$, & la différence des temps correſpondans eſt 0,25. Dites

$$641'' : 0,25 :: 410 : 0,15991.$$

C'eſt donc 0,15991 qu'il faut ajouter au temps de la Table qui répond à la première anomalie $64^d\ 29'\ 47''$, ou à 58,75 jours, & la ſomme 58,90991 ſera le nombre de jours qui ſelon la Table répond à l'anomalie vraie donnée.

Ajoutez au logarithme de 58,90991.....	1,7701883.
Le logarithme de la diſtance périhélie.....	9,7660330.
Plus la moitié de ce dernier logarithme....	9,8830165.
Somme..........................	1,4192378.

Cette ſomme eſt le logarithme de 26,25656, nombre de jours écoulés entre l'inſtant du paſſage au périhélie, & celui où la Comète avoit $64^d\ 36'\ 37''$ d'anomalie vraie.

Nous avons dit au *Problème XIII,* que la *Table générale* pouvoit toujours ſervir pour déterminer l'anomalie vraie, d'après la connoiſſance ſuppoſée de l'intervalle de temps juſqu'au périhélie; mais qu'il n'en étoit pas de même de la propoſition inverſe; que lorſqu'il s'agiſſoit de déterminer cet intervalle de temps, d'après l'anomalie vraie donnée, l'uſage de la Table ne s'étendoit que juſqu'à 90 degrés d'anomalie vraie, & c'eſt ce qu'en effet on dit ordinairement. Nous

devons cependant avertir que cela n'a lieu ſtrictement que pour les Comètes dont la diſtance périhélie eſt à-peu-près égale à la diſtance moyenne de la Terre au Soleil; ſi la diſtance périhélie eſt plus grande, l'uſage de la Table ne s'étend pas juſqu'à 90 degrés; au contraire, plus la diſtance périhélie eſt petite, plus l'uſage de la Table eſt étendu. Nous avons calculé la petite Table ci-jointe; dans la première colonne ſont différentes diſtances périhélies π; dans la ſeconde ſont les anomalies vraies v, juſqu'auxquelles peut s'étendre l'uſage de la *Table générale*, pour conclure l'intervalle de temps juſqu'au périhélie, de l'anomalie vraie donnée; ainſi lorſque la diſtance périhélie eſt de 0,25, l'uſage de la Table s'étend juſqu'à 130 degrés d'anomalie vraie; il s'étendroit bien plus loin, ſi la diſtance périhélie étoit encore moindre. Lorſque l'on ne peut plus recourir à la Table, il faut chercher l'intervalle de temps juſqu'au périhélie, par la méthode directe que nous avons propoſée au *Problème XIII*. Nous avons appliqué cette méthode à un exemple, au *Problème XXI*. Nous connoiſſions l'anomalie vraie de la Comète de 1769, le 21 Août, & nous deſirions ſavoir combien il devoit encore s'écouler de temps juſqu'à ſon paſſage au périhélie. L'anomalie vraie étoit de $144^d\ 38'\ 28''$; nous avons cru cette anomalie trop forte pour permettre l'uſage de la *Table générale;* le calcul nous a donné 46,91356 jours de diſtance au périhélie; or cette diſtance auroit été trouvée par la Table de 46,91358 jours; la différence n'eſt que de 0,00002, ce qui ne fait pas deux ſecondes entières de temps. Il eſt vrai que la diſtance périhélie de cette Comète excédoit peu 0,12, & que d'ailleurs l'erreur de la Table pouvoit, en d'autres circonſtances analogues, être plus conſidérable; cette erreur cependant, à l'anomalie vraie donnée, ne pouvoit excéder 46 ſecondes de temps, objet que beaucoup de

π.	v.
0,25	130^d
0,50	118
0,80	100
1,00	90
1,20	80
1,50	65
2,00	50

Calculateurs croiroient pouvoir négliger, les obſervations ne comportant point une auſſi grande préciſion. Les limites même que nous avons aſſignées dans la petite Table ci-deſſus, peuvent quelquefois produire des erreurs d'environ 30″ de temps; ceux qui deſireront plus de préciſion, peuvent recourir à la méthode du *Problème XIII*, ou du moins retrancher 15 ou 20 degrés des limites aſſignées dans la petite Table. On peut auſſi avoir recours à la *Table IV*, lorſque la *Table II* ſe trouve en défaut.

Nous avons ſuffiſamment expliqué aux *Problèmes VI, VII* & *XV*, la conſtruction & l'uſage de la *Table III*, pour déterminer le rapport des anomalies vraies & des rayons vecteurs répondant à un même intervalle de temps depuis le périhélie, dans une parabole & une ellipſe ayant même foyer & même ſommet. TABLE III.

La *Table IV* eſt fondée ſur les principes établis au *Problème XXIII*; l'objet eſt à-peu-près le même que celui de la *Table II*, de déterminer le temps écoulé entre deux obſervations; mais dans la *Table II*, on ſuppoſe les anomalies vraies connues, dans celle-ci ce ſont les deux rayons vecteurs, ou du moins leur ſomme & la corde qui unit leurs extrémités, qu'on ſuppoſe données. La *Table II* eſt certainement d'un uſage plus expéditif que la *Table IV*, lorſqu'on peut en faire uſage; mais cet uſage eſt borné, comme nous l'avons vu, & celui de la *Table IV* ne l'eſt point. La conſtruction de cette *Table IV* eſt fondée ſur l'équation $t = \frac{n}{3\sqrt{2}} r\sqrt{r}$; ici r n'eſt pas le rayon vecteur de la véritable parabole que parcourt la Comète, mais celui de la parabole rectiligne ou de l'échelle de la chute parabolique *Snm* (*fig. 33*); c'eſt la diſtance des points n, p, q, m, &c. de cette échelle au centre du Soleil *S*. Pour avoir donc les logarithmes des temps correſpondans à ces diſtances, il faut au logarithme de chaque diſtance, ajouter la moitié de ce logarithme & le logarithme conſtant 1,4378117. Par exemple, pour avoir le temps TABLE IV.

correſpondant à la diſtance 0,02,

Au logarithme de 0,02..............	8,3010300.
Ajoutez la moitié de ce logarithme......	9,1505150.
Plus le logarithme conſtant............	1,4378117.
Somme ou logarithme du temps cherché...	8,8893567.

C'eſt le logarithme de 0,077510, temps correſpondant à la diſtance 0,02; c'eſt par ce procédé que nous avons calculé de nouveau la *Table IV*, nous étant aperçus qu'il étoit échappé à M. Schulze quelques erreurs.

Voici maintenant l'uſage de cette Table; les deux rayons vecteurs de la véritable parabole r' & r'' & la corde c ſont donnés. Faites-en deux diſtances, la première $= \frac{1}{2}(r' + r'' + c)$, la ſeconde $= \frac{1}{2}(r' + r'' - c)$. Cherchez dans la Table les temps correſpondans à ces deux diſtances; prenez leur différence, ſi le mouvement de la Comète dans l'intervalle des deux obſervations eſt moindre que 180 degrés; ou s'il les excède, prenez leur ſomme, & vous aurez le temps écoulé entre les deux obſervations.

Aux temps de la Table nous avons joint leurs premières différences; mais ces premières différences ne ſuffiſent pas pour prendre les parties proportionnelles, ſur-tout lorſque les diſtances ſont peu conſidérables; on peut alors recourir aux ſecondes différences. Il faut pour cela prendre, 1.° la partie proportionnelle à l'ordinaire par une ſimple règle de trois; 2.° prenez la différence entre la diſtance donnée, & celle qui la précède immédiatement dans la Table, que cette différence ſoit nommée p; 3.° prenez pareillement la différence entre la diſtance donnée & celle qui ſuit dans la Table, & nommons cette différence q. Pour prendre ces différences, il faut regarder les diſtances marquées dans la Table, comme exprimées en nombres entiers, de manière que leur différence ſoit 1, & non 0,01. Cela poſé, q ſera le ſupplément de p à l'unité; 4.° écrivez la première différence qui vous a

fourni la partie proportionnelle, la première différence précédente & la première différence suivante dans la Table, & prenez les différences de ces trois différences premières; cela vous procurera deux secondes différences, entre lesquelles vous prendrez un milieu que je nomme m. Or $\frac{1}{2} pqm$ est une quantité, que dans le cas présent, il faut toujours retrancher de la partie proportionnelle trouvée d'abord. Un exemple éclaircira ceci.

On demande le temps qui répond à la distance 0,2147; le temps qui répond à 0,21 est 2,637185 jours, & celui qui répond à 0,22 est 2,827781; la première différence entre ces deux temps est 0,190596. Prenez la partie proportionnelle à l'ordinaire, en disant

$$0{,}01 : 0{,}190596 :: 0{,}0047 : x.$$

Ou plutôt, regardant les distances de la Table comme exprimées en nombres entiers, & non en fractions centésimales,

$$1 : 0{,}190596 :: 0{,}47 : x = 0{,}089580.$$

0,89580 seroit donc le nombre qu'il faudroit ajouter à 2,637185 pour avoir proportionnellement le nombre de jours répondant à la distance 0,2147, si les premières différences étoient égales; mais comme elles sont très-inégales, prenez la différence entre 0,21 & 0,2147, ou plutôt entre 21 & 21,47, elle est 0,47 $= p$; prenez aussi la différence entre 21,47 & 22, elle est 0,53 $= q$. On voit que q est & doit toujours être le supplément de p à l'unité; enfin, arrangez la première différence 0,190596, celle qui précède & celle qui suit, les unes au-dessus des autres; prenez les différences de ces différences, vous aurez deux secondes différences, entre lesquelles vous prendrez un milieu, qui sera m.

Premières Différences.	Secondes Différences.	Milieu entre les deuxièmes Différenc.
0,186110. 0,190596. 0,194977.	0,004486. 0,004381.	0,004433 = *m*.

Logarithme de p = 0,47 . . . . 9,6720979.
Logarithme de q = 0,53 . . . . 9,7242759.
Logarithme de m = 0,004433 . . . . 7,6466977.

Logarithme de pqm . . . . 7,0430715.
Donc pqm = ... 0,001104.
Et $\frac{1}{2} pqm$ = ... 0,000552.

C'eſt donc 0,000552 qu'il faut ôter de 0,089580 partie proportionnelle que nous avions trouvée d'abord, & il reſtera 0,089028 pour véritable proportionnelle qu'il faut ajouter à 2,637185, temps répondant à la diſtance 0,21; & l'on aura 2,726213 jours pour le temps qui doit répondre à la diſtance 0,2147. Au reſte, quoiqu'à l'exemple de M. Schulze, nous ayons employé & dans les nombres de la Table & dans l'exemple précédent, juſqu'à ſix décimales, on peut cependant dans la pratique négliger toujours la ſixième décimale, puiſqu'une ſeconde de temps ne vaut pas une unité entière de la cinquième décimale; en omettant même cette cinquième décimale, l'erreur dans le temps conclu ne pourroit jamais être que de quatre ou cinq ſecondes.

Lorſque la diſtance donnée eſt moindre que 0,05, il eſt un moyen bien plus ſûr & bien plus expéditif de trouver le temps correſpondant. Multipliez par 100 la diſtance donnée; cherchez dans la Table le temps qui répond au produit; diviſez ce temps par 1000, le quotient donnera le temps demandé. Quel eſt le temps qui répond à la diſtance 0,0378?

0,0378

0,0378 × 100 = 3,78. A la diſtance 3,78 répond dans la Table 201,395233; ce nombre diviſé par 1000 donne 0,201395; c'eſt le temps correſpondant à la diſtance 0,0378. S'il y avoit plus de quatre décimales à la diſtance donnée, il faudroit prendre le temps convenable à la diſtance ſuivante 0,0379, & une ſimple proportionnelle priſe entre les temps répondans aux diſtances 0,0378 & 0,0379 ſatisferoit à la queſtion avec une préciſion ſuffiſante.

On pourra remarquer que quoique les nombres de la Table de M. Schulze ſoient ordinairement peu différens des nôtres, il eſt cependant extrêmement rare que nous nous rencontrions parfaitement. Il ne faut pas en conclure que M. Schulze s'eſt preſque toujours trompé; deux cauſes occaſionnent cette différence; 1.° dans l'équation $t = \frac{n}{3\sqrt{2}} r\sqrt{r}$, M. Schulze a probablement ſuppoſé, d'après Lambert, le logarithme du coéfficient $\frac{n}{3\sqrt{2}} = 1{,}4378118$, & je l'avois employé d'abord comme tel. Le trouvant ailleurs exprimé par 1,4378116, je l'ai calculé en ſuppoſant l'année ſidérale de la Terre, de $365^{j}\, 6^{h}\, 9'\, 11''$, c'eſt la détermination de M. de la Lande, & c'eſt la plus longue année ſidérale que l'on trouve dans les Tables de Berlin. En l'employant, je n'ai trouvé le logarithme de $\frac{n}{3\sqrt{2}}$ que 1,4378116828; j'ai donc dû trouver en général les nombres de la Table un peu plus petits que ceux de M. Schulze; 2.° m'étant ſervi d'abord de la Table des logarithmes, par Gardiner, j'ai voulu vérifier mes calculs par les ſecondes différences, elles ſuivoient une progreſſion tout-à-fait irrégulière; c'eſt que ſept décimales aux logarithmes, dont M. Schulze s'eſt contenté, ne ſuffiſoient pas pour donner à cette Table toute la préciſion dont elle eſt ſuſceptible; j'en ai employé dix, & les ſecondes différences ſuivent maintenant une marche très-ſatisfaiſante.

Dans quelques-uns de nos Problèmes, nous avons eu TABLE V.

besoin de réduire des arcs en parties du rayon, & nous avons proposé, au *Problème XIII,* une manière de faire cette réduction; mais l'usage de notre *Table V* conduit à ce même but, d'une manière plus sûre & plus expéditive; voyez-en un exemple au même Problème. Si l'arc qu'on veut réduire étoit affecté de quelques décimales de secondes, il faudroit réduire ces décimales en entiers, en les multipliant par 10 ou par 100, chercher la partie du rayon qui conviendroit à ces entiers, considérés comme des secondes, & diviser cette partie du rayon par 10 ou par 100. Par exemple, 0″,8 = 0,00000388 parties du rayon, parce que 8″ = 0,0000388. 0″,07 = 0,000000339, centième partie de 0,0000339, valeur de 0″,07 × 100 ou de 7″. Donc pour réduire 44′ 32″,87 en parties du rayon, nous aurions

Pour 44 minutes..................	0,01279908.
Pour 32 secondes..................	0,00015514.
Pour 0,8..........................	0,00000388.
Pour 0,07.........................	0,00000034.
Somme ou valeur de 44′ 32″,87......	0,01295844.

TABLE I. *Pour convertir les Heures, Minutes & Secondes en décimales de jour.*

Heures.	DÉCIMALES.	*Minutes.*	DÉCIMALES.	*Minutes.*	DÉCIMALES.
1	0,04166...	1	0,000694...	31	0,021527...
2	0,08333...	2	0,001388...	32	0,022222...
3	0,12500...	3	0,002083...	33	0,022916...
4	0,16666...	4	0,002777...	34	0,023611...
5	0,20833...	5	0,003472...	35	0,024305...
6	0,25000...	6	0,004166...	36	0,025000...
7	0,29166...	7	0,004861...	37	0,025694...
8	0,33333...	8	0,005555...	38	0,026388...
9	0,37500...	9	0,006250...	39	0,027083...
10	0,41666...	10	0,006944...	40	0,027777...
11	0,45833...	11	0,007638...	41	0,028472...
12	0,50000...	12	0,008333...	42	0,029166...
13	0,54166...	13	0,009027...	43	0,029861...
14	0,58333...	14	0,009722...	44	0,030555...
15	0,62500...	15	0,010416...	45	0,031250...
16	0,66666...	16	0,011111...	46	0,031944...
17	0,70833...	17	0,011805...	47	0,032638...
18	0,75000...	18	0,012500...	48	0,033333...
19	0,79166...	19	0,013194...	49	0,034027...
20	0,83333...	20	0,013888...	50	0,034722..
21	0,87500...	21	0,014583...	51	0,035416...
22	0,91666...	22	0,015277...	52	0,036111...
23	0,95833...	23	0,015972...	53	0,036805...
24	1,00000	24	0,016666...	54	0,037500...
		25	0,017361...	55	0,038194...
		26	0,018055...	56	0,038888...
		27	0,018750...	57	0,039583. .
		28	0,019444...	58	0,040277...
		29	0,020138...	59	0,040972...
		30	0,020833...	60	0,041666...

Suite de la *TABLE I.re*

Secondes.	DÉCIMALES.	*Secondes.*	DÉCIMALES.
1	0,00001157	31	0,00035880
2	0,00002315	32	0,00037037
3	0,00003472...	33	0,00038194...
4	0,00004630	34	0,00039352
5	0,00005787	35	0,00040509
6	0,00006944...	36	0,00041666...
7	0,00008102	37	0,00042824
8	0,00009259	38	0,00043981
9	0,00010416...	39	0,00045138...
10	0,00011574	40	0,00046296
11	0,00012731	41	0,00047454
12	0,00013888...	42	0,00048611...
13	0,00015046	43	0,00049769
14	0,00016204	44	0,00050926
15	0,00017361...	45	0,00052083...
16	0,00018518	46	0,00053241
17	0,00019676	47	0,00054398
18	0,00020833...	48	0,00055555...
19	0,00021991	49	0,00056713
20	0,00023148	50	0,00057870
21	0,00024305...	51	0,00059027...
22	0,00025463	52	0,00060185
23	0,00026620	53	0,00061343
24	0,00027777...	54	0,00062500...
25	0,00028935	55	0,00063657
26	0,00030093	56	0,00064815
27	0,00031250...	57	0,00065972...
28	0,00032407	58	0,00067130
29	0,00033565	59	0,00068287
30	0,00034722...	60	0,00069444...

TABLE II. *ou* **TABLE GÉNÉRALE** *du mouvement des Comètes dans une orbite parabolique.*

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	D. M.
0,00	0. 0. 0		7,00	9. 42. 37	
0,25	0. 20. 54	20. 54	7,25	10. 3. 13	20. 36
0,50	0. 41. 48	20. 54	7,50	10. 23. 48	20. 35
0,75	1. 2. 43	20. 55	7,75	10. 44. 21	20. 33
1,00	1. 23. 37	20. 54	8,00	11. 4. 53	20. 32
1,25	1. 44. 31	20. 54	8,25	11. 25. 23	20. 30
1,50	2. 5. 25	20. 54	8,50	11. 45. 52	20. 29
1,75	2. 26. 19	20. 54	8,75	12. 6. 20	20. 28
2,00	2. 47. 12	20. 53	9,00	12. 26. 46	20. 26
2,25	3. 8. 5	20. 53	9,25	12. 47. 10	20. 24
2,50	3. 28. 57	20. 52	9,50	13. 7. 33	20. 23
2,75	3. 49. 49	20. 52	9,75	13. 27. 54	20. 21
3,00	4. 10. 40	20. 51	10,00	13. 48. 13	20. 19
3,25	4. 31. 31	20. 51	10,25	14. 8. 31	20. 18
3,50	4. 52. 21	20. 50	10,50	14. 28. 47	20. 16
3,75	5. 13. 11	20. 50	10,75	14. 49. 1	20. 14
4,00	5. 34. 0	20. 49	11,00	15. 9. 13	20. 12
4,25	5. 54. 48	20. 48	11,25	15. 29. 23	20. 10
4,50	6. 15. 35	20. 47	11,50	15. 49. 32	20. 9
4,75	6. 36. 22	20. 47	11,75	16. 9. 38	20. 6
5,00	6. 57. 8	20. 46	12,00	16. 29. 42	20. 4
5,25	7. 17. 53	20. 45	12,25	16. 49. 45	20. 3
5,50	7. 38. 37	20. 44	12,50	17. 9. 45	20. 0
5,75	7. 59. 19	20. 42	12,75	17. 29. 43	19. 58
6,00	8. 20. 1	20. 42	13,00	17. 49. 39	19. 56
6,25	8. 40. 42	20. 41	13,25	18. 9. 32	19. 53
6,50	9. 1. 22	20. 40	13,50	18. 29. 24	19. 52
6,75	9. 22. 0	20. 38	13,75	18. 49. 14	19. 50
7,00	9. 42. 37	20. 37	14,00	19. 9. 1	19. 47

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D M. S.	M. S.
14,00	19. 9. 1	19. 45	21,25	28. 24. 15	18. 26
14,25	19. 28. 46	19. 43	21,50	28. 42. 41	18. 24
14,50	19. 48. 29	19. 40	21,75	29. 1. 5	18. 20
14,75	20. 8. 9	19. 38	22,00	29. 19. 25	18. 17
15,00	20. 27. 47	19. 35	22,25	29. 37. 42	18. 15
15,25	20. 47. 22	19. 33	22,50	29. 55. 57	18. 11
15,50	21. 6. 55	19. 30	22,75	30. 14. 8	18. 8
15,75	21. 26. 25	19. 28	23,00	30. 32. 16	18. 5
16,00	21. 45. 53	19. 25	23,25	30. 50. 21	18. 2
16,25	22. 5. 18	19. 23	23,50	31. 8. 23	17. 58
16,50	22. 24. 41	19. 20	23,75	31. 26. 21	17. 56
16,75	22. 44. 1	19. 18	24,00	31. 44. 17	17. 52
17,00	23. 3. 19	19. 15	24,25	32. 2. 9	17. 49
17,25	23. 22. 34	19. 12	24,50	32. 19. 58	17. 46
17,50	23. 41. 46	19. 10	24,75	32. 37. 44	17. 43
17,75	24. 0. 56	19. 7	25,00	32. 55. 27	17. 39
18,00	24. 20. 3	19. 4	25,25	33. 13. 6	17. 36
18,25	24. 39. 7	19. 1	25,50	33. 30. 42	17. 33
18,50	24. 58. 8	18. 59	25,75	33. 48. 15	17. 30
18,75	25. 17. 7	18. 56	26,00	34. 5. 45	17. 27
19,00	25. 36. 3	18. 53	26,25	34. 23. 12	17. 23
19,25	25. 54. 56	18. 50	26,50	34. 40. 35	17. 20
19,50	26. 13. 46	18. 47	26,75	34. 57. 55	17. 17
19,75	26. 32. 33	18. 44	27,00	35. 15. 12	17. 13
20,00	26. 51. 17	18. 42	27,25	35. 32. 25	17. 10
20,25	27. 9. 59	18. 38	27,50	35. 49. 35	17. 6
20,50	27. 28. 37	18. 36	27,75	36. 6. 41	17. 3
20,75	27. 47. 13	18. 32	28,00	36. 23. 44	17. 0
21,00	28. 5. 45	18. 30	28,25	36. 40. 44	16. 57
21,25	28. 24. 15		28,50	36. 57. 41	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.		JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.			DIFFÉR.	
	D.	M.	S.	M.	S.		D.	M.	S.	M.	S.
28,50	36.	57.	41	16.	54	35,75	44.	44.	42	15.	16
28,75	37.	14.	35	16.	50	36,00	44.	59.	58	15.	12
29,00	37.	31.	25	16.	46	36,25	45.	15.	10	15.	9
29,25	37.	48.	11	16.	43	36,50	45.	30.	19	15.	6
29,50	38.	4.	54	16.	40	36,75	45.	45.	25	15.	2
29,75	38.	21.	34	16.	37	37,00	46.	0.	27	14.	59
30,00	38.	38.	11	16.	34	37,25	46.	15.	26	14.	55
30,25	38.	54.	45	16.	30	37,50	46.	30.	21	14.	52
30,50	39.	11.	15	16.	27	37,75	46.	45.	13	14.	49
30,75	39.	27.	42	16.	23	38,00	47.	0.	2	14.	46
31,00	39.	44.	5	16.	19	38,25	47.	14.	48	14.	42
31,25	40.	0.	24	16.	16	38,50	47.	29.	30	14.	39
31,50	40.	16.	40	16.	13	38,75	47.	44.	9	14.	36
31,75	40.	32.	53	16.	10	39,00	47.	58.	45	14.	32
32,00	40.	49.	3	16.	6	39,25	48.	13.	17	14.	29
32,25	41.	5.	9	16.	3	39,50	48.	27.	46	14.	26
32,50	41.	21.	12	16.	0	39,75	48.	42.	12	14.	22
32,75	41.	37.	12	15.	56	40,00	48.	56.	34	14.	19
33,00	41.	53.	8	15.	52	40,25	49.	10.	53	14.	16
33,25	42.	9.	0	15.	49	40,50	49.	25.	9	14.	13
33,50	42.	24.	49	15.	46	40,75	49.	39.	22	14.	10
33,75	42.	40.	35	15.	43	41,00	49.	53.	32	14.	6
34,00	42.	56.	18	15.	39	41,25	50.	7.	38	14.	3
34,25	43.	11.	57	15.	36	41,50	50.	21.	41	14.	0
34,50	43.	27.	33	15.	33	41,75	50.	35.	41	13.	57
34,75	43.	43.	6	15.	29	42,00	50.	49.	38	13.	53
35,00	43.	58.	35	15.	26	42,25	51.	3.	31	13.	50
35,25	44.	14.	1	15.	22	42,50	51.	17.	21	13.	47
35,50	44.	29.	23	15.	19	42,75	51.	31.	8	13.	44
35,75	44.	44.	42			43,00	51.	44.	52		

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	M. S.
43,00	51. 44. 52	13. 41	50,25	58. 0. 35	12. 12
43,25	51. 58. 33	13. 37	50,50	58. 12. 47	12. 10
43,50	52. 12. 10	13. 34	50,75	58. 24. 57	12. 7
43,75	52. 25. 44	13. 31	51,00	58. 37. 4	12. 4
44,00	52. 39. 15	13. 28	51,25	58. 49. 8	12. 1
44,25	52. 52. 43	13. 25	51,50	59. 1. 9	11. 58
44,50	53. 6. 8	13. 22	51,75	59. 13. 7	11. 56
44,75	53. 19. 30	13. 18	52,00	59. 25. 3	11. 52
45,00	53. 32. 48	13. 15	52,25	59. 36. 55	11. 50
45,25	53. 46. 3	13. 13	52,50	59. 48. 45	11. 47
45,50	53. 59. 16	13. 10	52,75	60. 0. 32	11. 44
45,75	54. 12. 26	13. 6	53,00	60. 12. 16	11. 41
46,00	54. 25. 32	13. 3	53,25	60. 23. 57	11. 39
46,25	54. 38. 35	13. 0	53,50	60. 35. 36	11. 36
46,50	54. 51. 35	12. 57	53,75	60. 47. 12	11. 33
46,75	55. 4. 32	12. 54	54,00	60. 58. 45	11. 30
47,00	55. 17. 26	12. 51	54,25	61. 10. 15	11. 28
47,25	55. 30. 17	12. 48	54,50	61. 21. 43	11. 25
47,50	55. 43. 5	12. 44	54,75	61. 33. 8	11. 22
47,75	55. 55. 49	12. 42	55,00	61. 44. 30	11. 20
48,00	56. 8. 31	12. 39	55,25	61. 55. 50	11. 17
48,25	56. 21. 10	12. 36	55,50	62. 7. 7	11. 14
48,50	56. 33. 46	12. 33	55,75	62. 18. 21	11. 11
48,75	56. 46. 19	12. 30	56,00	62. 29. 32	11. 9
49,00	56. 58. 49	12. 27	56,25	62. 40. 41	11. 6
49,25	57. 11. 16	12. 25	56,50	62. 51. 47	11. 4
49,50	57. 23. 41	12. 21	56,75	63. 2. 51	11. 1
49,75	57. 36. 2	12. 18	57,00	63. 13. 52	10. 58
50,00	57. 48. 20	12. 15	57,25	63. 24. 50	10. 56
50,25	58. 0. 35		57,50	63. 35. 46	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	M. S.
57,50	63. 35. 46	10. 53	64,75	68. 34. 51	9. 43
57,75	63. 46. 39	10. 51	65,00	68. 44. 34	9. 41
58,00	63. 57. 30	10. 48	65,25	68. 54. 15	9. 39
58,25	64. 8. 18	10. 46	65,50	69. 3. 54	9. 37
58,50	64. 19. 4	10. 43	65,75	69. 13. 31	9. 34
58,75	64. 29. 47	10. 41	66,00	69. 23. 5	9. 32
59,00	64. 40. 28	10. 38	66,25	69. 32. 37	9. 30
59,25	64. 51. 6	10. 36	66,50	69. 42. 7	9. 28
59,50	65. 1. 42	10. 33	66,75	69. 51. 35	9 26.
59,75	65. 12. 15	10. 30	67,00	70. 1. 1	9. 24
60,00	65. 22. 45	10. 28	67,25	70. 10. 25	9. 21
60,25	65. 33. 13	10. 26	67,50	70. 19. 46	9. 19
60,50	65. 43. 39	10. 23	67,75	70. 29. 5	9. 17
60,75	65. 54. 2	10. 21	68,00	70. 38. 22	9. 15
61,00	66. 4. 23	10. 18	68,25	70. 47. 37	9. 13
61,25	66. 14. 41	10. 16	68,50	70. 56. 50	9. 11
61,50	66. 24. 57	10. 14	68,75	71. 6. 1	9. 9
61,75	66. 35. 11	10. 11	69,00	71. 15. 10	9. 6
62,00	66. 45. 22	10. 9	69,25	71. 24. 16	9. 4
62,25	66. 55. 31	10. 6	69,50	71. 33. 20	9. 3
62,50	67. 5. 37	10. 4	69,75	71. 42. 23	9. 0
62,75	67. 15. 41	10. 2	70,00	71. 51. 23	8. 58
63,00	67. 25. 43	9. 59	70,25	72. 0. 21	8. 57
63,25	67. 35. 42	9. 57	70,50	72. 9. 18	8. 54
63,50	67. 45. 39	9. 55	70,75	72. 18. 12	8. 52
63,75	67. 55. 34	9. 53	71,00	72. 27. 4	8. 50
64,00	68. 5. 27	9. 50	71,25	72. 35. 54	8. 48
64,25	68. 15. 17	9. 48	71,50	72. 44. 42	8. 47
64,50	68. 25. 5	9. 46	71,75	72. 53. 29	8. 44
64,75	68. 34. 51		72,00	73. 2. 13	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	M. S.
72,00	73. 2. 13	8. 42	79,25	77. 2. 0	7. 49
72,25	73. 10. 55	8. 41	79,50	77. 9. 49	7. 48
72,50	73. 19. 36	8. 39	79,75	77. 17. 37	7. 46
72,75	73. 28. 15	8. 36	80,00	77. 25. 23	7. 44
73,00	73. 36. 51	8. 35	80,25	77. 33. 7	7. 43
73,25	73. 45. 26	8. 32	80,50	77. 40. 50	7. 41
73,50	73. 53. 58	8. 31	80,75	77. 48. 31	7. 39
73,75	74. 2. 29	8. 29	81,00	77. 56. 10	7. 38
74,00	74. 10. 58	8. 27	81,25	78. 3. 48	7. 36
74,25	74. 19. 25	8. 25	81,50	78. 11. 24	7. 34
74,50	74. 27. 50	8. 23	81,75	78. 18. 58	7. 33
74,75	74. 36. 13	8. 21	82,00	78. 26. 31	7. 31
75,00	74. 44. 34	8. 19	82,25	78. 34. 2	7. 29
75,25	74. 52. 53	8. 18	82,50	78. 41. 31	7. 28
75,50	75. 1. 11	8. 16	82,75	78. 48. 59	7. 26
75,75	75. 9. 27	8. 14	83,00	78. 56. 25	7. 25
76,00	75. 17. 41	8. 12	83,25	79. 3. 50	7. 23
76,25	75. 25. 53	8. 10	83,50	79. 11. 13	7. 22
76,50	75. 34. 3	8. 9	83,75	79. 18. 35	7. 20
76,75	75. 42. 12	8. 7	84,00	79. 25. 55	7. 18
77,00	75. 50. 19	8. 5	84,25	79. 33. 13	7. 17
77,25	75. 58. 24	8. 3	84,50	79. 40. 30	7. 15
77,50	76. 6. 27	8. 1	84,75	79. 47. 45	7. 14
77,75	76. 14. 28	8. 0	85,00	79. 54. 59	7. 13
78,00	76. 22. 28	7. 58	85,25	80. 2. 12	7. 11
78,25	76. 30. 26	7. 56	85,50	80. 9. 23	7. 9
78,50	76. 38. 22	7. 54	85,75	80. 16. 32	7. 8
78,75	76. 46. 16	7. 53	86,00	80. 23. 40	7. 6
79,00	76. 54. 9	7. 51	86,25	80. 30. 46	7. 5
79,25	77. 2. 0		86,50	80. 37. 51	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	M. S.
86,50	80. 37. 51		93,75	83. 52. 54	
86,75	80. 44. 54	7. 3	94,00	83. 59. 17	6. 23
87,00	80. 51. 56	7. 2	94,25	84. 5. 39	6. 22
87,25	80. 58. 56	7. 0	94,50	84. 12. 0	6. 21
87,50	81. 5. 55	6. 59	94,75	84. 18. 20	6. 20
87,75	81. 12. 52	6. 57	95,00	84. 24. 38	6. 18
88,00	81. 19. 48	6. 56	95,25	84. 30. 55	6. 17
88,25	81. 26. 43	6. 55	95,50	84. 37. 11	6. 16
88,50	81. 33. 36	6. 53	95,75	84. 43. 26	6. 15
88,75	81. 40. 28	6. 52	96,00	84. 49. 39	6. 13
89,00	81. 47. 18	6. 50	96,25	84. 55. 51	6. 12
89,25	81. 54. 7	6. 49	96,50	85. 2. 2	6. 11
89,50	82. 0. 54	6. 47	96,75	85. 8. 12	6. 10
89,75	82. 7. 40	6. 46	97,00	85. 14. 20	6. 8
90,00	82. 14. 25	6. 45	97,25	85. 20. 27	6. 7
90,25	82. 21. 8	6. 43	97,50	85. 26. 33	6. 6
90,50	82. 27. 50	6. 42	97,75	85. 32. 38	6. 5
90,75	82. 34. 31	6. 41	98,00	85. 38. 42	6. 4
91,00	82. 41. 10	6. 39	98,25	85. 44. 45	6. 3
91,25	82. 47. 48	6. 38	98,50	85. 50. 46	6. 1
91,50	82. 54. 25	6. 37	98,75	85. 56. 46	6. 0
91,75	83. 1. 0	6. 35	99,00	86. 2. 45	5. 59
92,00	83. 7. 34	6. 34	99,25	86. 8. 43	5. 58
92,25	83. 14. 7	6. 33	99,50	86. 14. 39	5. 56
92,50	83. 20. 38	6. 31	99,75	86. 20. 34	5. 55
92,75	83. 27. 8	6. 30	100,00	86. 26. 29	5. 55
93,00	83. 33. 36	6. 28	100,25	86. 32. 22	5. 53
93,25	83. 40. 3	6. 27	100,50	86. 38. 14	5. 52
93,50	83. 46. 29	6. 26	100,75	86. 44. 5	5. 51
93,75	83. 52. 54	6. 25	101,00	86. 49. 55	5. 50

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE. D. M. S.	DIFFÉR. M. S.	JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE. D. M. S.	DIFFÉR. M. S.
101,00	86. 49. 55	5. 49	108,25	89. 31. 13	5. 18
101,25	86. 55. 44	5. 47	108,50	89. 36. 31	5. 18
101,50	87. 1. 31	5. 46	108,75	89. 41. 49	5. 16
101,75	87. 7. 17	5. 46	109,00	89. 47. 5	5. 16
102,00	87. 13. 3	5. 44	109,25	89. 52. 21	5. 14
102,25	87. 18. 47	5. 43	109,50	89. 57. 35	5. 14
102,50	87. 24. 30	5. 42	109,75	90. 2. 49	5. 12
102,75	87. 30. 12	5. 41	110,0	90. 8. 1	10. 22
103,00	87. 35. 53	5. 40	110,5	90. 18. 23	10. 19
103,25	87. 41. 33	5. 39	111,0	90. 28. 42	10. 15
103,50	87. 47. 12	5. 38	111,5	90. 38. 57	10. 11
103,75	87. 52. 50	5. 37	112,0	90. 49. 8	10. 8
104,00	87. 58. 27	5. 35	112,5	90. 59. 16	10. 4
104,25	88. 4. 2	5. 35	113,0	91. 9. 20	10. 0
104,50	88. 9. 37	5. 33	113,5	91. 19. 20	9. 57
104,75	88. 15. 10	5. 33	114,0	91. 29. 17	9. 54
105,00	88. 20. 43	5. 31	114,5	91. 39. 11	9. 50
105,25	88. 26. 14	5. 31	115,0	91. 49. 1	9. 47
105,50	88. 31. 45	5. 29	115,5	91. 58. 48	9. 43
105,75	88. 37. 14	5. 29	116,0	92. 8. 31	9. 39
106,00	88. 42. 43	5. 27	116,5	92. 18. 10	9. 36
106,25	88. 48. 10	5. 27	117,0	92. 27. 46	9. 33
106,50	88. 53. 37	5. 25	117,5	92. 37. 19	9. 29
106,75	88. 59. 2	5. 24	118,0	92. 46. 48	9. 26
107,00	89. 4. 26	5. 23	118,5	92. 56. 14	9. 23
107,25	89. 9. 49	5. 22	119,0	93. 5. 37	9. 20
107,50	89. 15. 11	5. 22	119,5	93. 14. 57	9. 17
107,75	89. 20. 33	5. 20	120,0	93. 24. 14	9. 13
108,00	89. 25. 53	5. 20	120,5	93. 33. 27	9. 10
108,25	89. 31. 13		121,0	93. 42. 37	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE. D. M. S.	DIFFÉR. M. S.	JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE. D. M. S.	DIFFÉR. M. S.
121,0	93. 42. 37	9. 7	135,5	97. 47. 41	7. 47
121,5	93. 51. 44	9. 4	136,0	97. 55. 28	7. 45
122,0	94. 0. 48	9. 1	136,5	98. 3. 13	7. 43
122,5	94. 9. 49	8. 58	137,0	98. 10. 56	7. 40
123,0	94. 18. 47	8. 55	137,5	98. 18. 36	7. 38
123,5	94. 27. 42	8. 52	138,0	98. 26. 14	7. 36
124,0	94. 36. 34	8. 49	138,5	98. 33. 50	7. 33
124,5	94. 45. 23	8. 46	139,0	98. 41. 23	7. 31
125,0	94. 54. 9	8. 43	139,5	98. 48. 54	7. 28
125,5	95. 2. 52	8. 41	140,0	98. 56. 22	7. 27
126,0	95. 11. 33	8. 37	140,5	99. 3. 49	7. 24
126,5	95. 20. 10	8. 35	141,0	99. 11. 13	7. 22
127,0	95. 28. 45	8. 32	141,5	99. 18. 35	7. 19
127,5	95. 37. 17	8. 29	142,0	99. 25. 54	7. 18
128,0	95. 45. 46	8. 26	142,5	99. 33. 12	7. 15
128,5	95. 54. 12	8. 23	143,0	99. 40. 27	7. 13
129,0	96. 2. 35	8. 21	143,5	99. 47. 40	7. 11
129,5	96. 10. 56	8. 18	144,0	99. 54. 51	7. 9
130,0	96. 19. 14	8. 15	144,5	100. 2. 0	7. 6
130,5	96. 27. 29	8. 13	145,0	100. 9. 6	7. 4
131,0	96. 35. 42	8. 10	145,5	100. 16. 10	7. 3
131,5	96. 43. 52	8. 8	146,0	100. 23. 13	7. 1
132,0	96. 52. 0	8. 5	146,5	100. 30. 14	6. 59
132,5	97. 0. 5	8. 2	147,0	100. 37. 13	6. 56
133,0	97. 8. 7	8. 0	147,5	100. 44. 9	6. 54
133,5	97. 16. 7	7. 57	148,0	100. 51. 3	6. 52
134,0	97. 24. 4	7. 55	148,5	100. 57. 55	6. 50
134,5	97. 31. 59	7. 52	149,0	101. 4. 45	6. 48
135,0	97. 39. 51	7. 50	149,5	101. 11. 33	6. 47
135,5	97. 47. 41		150,0	101. 18. 20	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	M. S.
150,0	101. 18. 20	6. 45	164,5	104. 21. 36	5. 54
150,5	101. 25. 5	6. 42	165,0	104. 27. 30	5. 52
151,0	101. 31. 47	6. 41	165,5	104. 33. 22	5. 51
151,5	101. 38. 28	6. 38	166,0	104. 39. 13	5. 49
152,0	101. 45. 6	6. 37	166,5	104. 45. 2	5. 48
152,5	101. 51. 43	6. 35	167,0	104. 50. 50	5. 46
153,0	101. 58. 18	6. 33	167,5	104. 56. 36	5. 45
153,5	102. 4. 51	6. 32	168,0	105. 2. 21	5. 43
154,0	102. 11. 23	6. 29	168,5	105. 8. 4	5. 42
154,5	102. 17. 52	6. 28	169,0	105. 13. 46	5. 40
155,0	102. 24. 20	6. 26	169,5	105. 19. 26	5. 39
155,5	102. 30. 46	6. 24	170,0	105. 25. 5	5. 37
156,0	102. 37. 10	6. 22	170,5	105. 30. 42	5. 36
156,5	102. 43. 32	6. 20	171,0	105. 36. 18	5. 34
157,0	102. 49. 52	6. 19	171,5	105. 41. 52	5. 33
157,5	102. 56. 11	6. 17	172,0	105. 47. 25	5. 32
158,0	103. 2. 28	6. 16	172,5	105. 52. 57	5. 30
158,5	103. 8. 44	6. 13	173,0	105. 58. 27	5. 29
159,0	103. 14. 57	6. 11	173,5	106. 3. 56	5. 27
159,5	103. 21. 8	6. 10	174,0	106. 9. 23	5. 26
160,0	103. 27. 18	6. 9	174,5	106. 14. 49	5. 25
160,5	103. 33. 27	6. 7	175,0	106. 20. 14	5. 23
161,0	103. 39. 34	6. 5	175,5	106. 25. 37	5. 22
161,5	103. 45. 39	6. 3	176,0	106. 30. 59	5. 21
162,0	103. 51. 42	6. 2	176,5	106. 36. 20	5. 19
162,5	103. 57. 44	6. 0	177,0	106. 41. 39	5. 18
163,0	104. 3. 44	5. 59	177,5	106. 46. 57	5. 17
163,5	104. 9. 43	5. 57	178,0	106. 52. 14	5. 16
164,0	104. 15. 40	5. 56	178,5	106. 57. 30	5. 14
164,5	104. 21. 36		179,0	107. 2. 44	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS & DÉCIMALES.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	D. M.
179,0	107. 2. 44	5. 13	197	109. 57. 53	9. 2
179,5	107. 7. 57	5. 11	198	110. 6. 55	8. 58
180,0	107. 13. 8	5. 10	199	110. 15. 53	8. 54
180,5	107. 18. 18	5. 9	200	110. 24. 47	8. 50
181,0	107. 23. 27	5. 8	201	110. 33. 37	8. 46
181,5	107. 28. 35	5. 6	202	110. 42. 23	8. 42
182,0	107. 33. 41	5. 5	203	110. 51. 5	8. 38
182,5	107. 38. 46	5. 4	204	110. 59. 43	8. 35
183,0	107. 43. 50	5. 3	205	111. 8. 18	8. 31
183,5	107. 48. 53	5. 1	206	111. 16. 49	8. 28
184,0	107. 53. 54	5. 0	207	111. 25. 17	8. 24
184,5	107. 58. 54	4. 59	208	111. 33. 41	8. 20
185,0	108. 3. 53	4. 58	209	111. 42. 1	8. 16
185,5	108. 8. 51	4. 57	210	111. 50. 17	8. 13
186,0	108. 13. 48	4. 56	211	111. 58. 30	8. 10
186,5	108. 18. 44	4. 54	212	112. 6. 40	8. 6
187,0	108. 23. 38	4. 53	213	112. 14. 46	8. 2
187,5	108. 28. 31	4. 52	214	112. 22. 48	8. 0
188,0	108. 33. 23	4. 51	215	112. 30. 48	7. 56
188,5	108. 38. 14	4. 50	216	112. 38. 44	7. 53
189,0	108. 43. 4	4. 49	217	112. 46. 37	7. 49
189,5	108. 47. 53	4. 48	218	112. 54. 26	7. 46
190,0	108. 52. 41	9. 32	219	113. 2. 12	7. 44
191	109. 2. 13	9. 27	220	113. 9. 56	7. 40
192	109. 11. 40	9. 23	221	113. 17. 36	7. 37
193	109. 21. 3	9. 19	222	113. 25. 13	7. 34
194	109. 30. 22	9. 15	223	113. 32. 47	7. 30
195	109. 39. 37	9. 10	224	113. 40. 17	7. 28
196	109. 48. 47	9. 6	225	113. 47. 45	7. 25
197	109. 57. 53		226	113. 55. 10	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Cometes.*

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	M. S.
226	113. 55. 10	7. 22	255	117. 10. 54	6. 9
227	114. 2. 32	7. 19	256	117. 17. 3	6. 7
228	114. 9. 51	7. 16	257	117. 23. 10	6. 5
229	114. 17. 7	7. 14	258	117. 29. 15	6. 3
230	114. 24. 21	7. 11	259	117. 35. 18	6. 0
231	114. 31. 32	7. 7	260	117. 41. 18	5. 59
232	114. 38. 39	7. 5	261	117. 47. 17	5. 56
233	114. 45. 44	7. 3	262	117. 53. 13	5. 54
234	114. 52. 47	7. 0	263	117. 59. 7	5. 53
235	114. 59. 47	6. 57	264	118. 5. 0	5. 50
236	115. 6. 44	6. 54	265	118. 10. 50	5. 49
237	115. 13. 38	6. 52	266	118. 16. 39	5. 46
238	115. 20. 30	6. 49	267	118. 22. 25	5. 45
239	115. 27. 19	6. 46	268	118. 28. 10	5. 42
240	115. 34. 5	6. 44	269	118. 33. 52	5. 41
241	115. 40. 49	6. 42	270	118. 39. 33	5. 39
242	115. 47. 31	6. 39	271	118. 45. 12	5. 37
243	115. 54. 10	6. 37	272	118. 50. 49	5. 35
244	116. 0. 47	6. 34	273	118. 56. 24	5. 33
245	116. 7. 21	6. 32	274	119. 1. 57	5. 31
246	116. 13. 53	6. 29	275	119. 7. 28	5. 30
247	116. 20. 22	6. 27	276	119. 12. 58	5. 28
248	116. 26. 49	6. 25	277	119. 18. 26	5. 26
249	116. 33. 14	6. 22	278	119. 23. 52	5. 24
250	116. 39. 36	6. 20	279	119. 29. 16	5. 23
251	116. 45. 56	6. 18	280	119. 34. 39	5. 21
252	116. 52. 14	6. 16	281	119. 40. 0	5. 19
253	116. 58. 30	6. 13	282	119. 45. 19	5. 17
254	117. 4. 43	6. 11	283	119. 50. 36	5. 16
255	117. 10. 54		284	119. 55. 52	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS.	ANOMALIE VRAIE. D. M. S.	DIFFÉR. M. S.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE. D. M. S.	DIFFÉR. M. S.
284	119. 55. 52	5. 14	313	122. 17. 20	4. 32
285	120. 1. 6	5. 13	314	122. 21. 52	4. 30
286	120. 6. 19	5. 11	315	122. 26. 22	4. 29
287	120. 11. 30	5. 9	316	122. 30. 51	4. 27
288	120. 16. 39	5. 7	317	122. 35. 18	4. 27
289	120. 21. 46	5. 6	318	122. 39. 45	4. 25
290	120. 26. 42	5. 4	319	122. 44. 10	4. 24
291	120. 31. 56	5. 3	320	122. 48. 34	4. 23
292	120. 36. 59	5. 2	321	122. 52. 57	4. 21
293	120. 42. 1	4. 59	322	122. 57. 18	4. 20
294	120. 47. 0	4. 59	323	123. 1. 38	4. 19
295	120. 51. 59	4. 56	324	123. 5. 57	4. 18
296	120. 56. 55	4. 56	325	123. 10. 15	4. 17
297	121. 1. 51	4. 53	326	123. 14. 32	4. 16
298	121. 6. 44	4. 52	327	123. 18. 48	4. 14
299	121. 11. 36	4. 51	328	123. 23. 2	4. 13
300	121. 16. 27	4. 50	329	123. 27. 15	4. 12
301	121. 21. 17	4. 48	330	123. 31. 27	4. 11
302	121. 26. 5	4. 46	331	123. 35. 38	4. 10
303	121. 30. 51	4. 45	332	123. 39. 48	4. 8
304	121. 35. 36	4. 44	333	123. 43. 56	4. 8
305	121. 40. 20	4. 42	334	123. 48. 4	4. 6
306	121. 45. 2	4. 41	335	123. 52. 10	4. 6
307	121. 49. 43	4. 40	336	123. 56. 16	4. 4
308	121. 54. 23	4. 38	337	124. 0. 20	4. 3
309	121. 59. 1	4. 37	338	124. 4. 23	4. 2
310	122. 3. 38	4. 35	339	124. 8. 25	4. 1
311	122. 8. 13	4. 34	340	124. 12. 26	4. 0
312	122. 12. 47	4. 33	341	124. 16. 26	3. 59
313	122. 17. 20		342	124. 20. 25	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS.	ANOMALIE VRAIE. D. M. S.	DIFFÉR. M. S.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE. D. M. S.	DIFFÉR. M. S.
342	124. 20. 25	3. 58	371	126. 8. 47	3. 31
343	124. 24. 23	3. 57	372	126. 12. 18	3. 30
344	124. 28. 20	3. 55	373	126. 15. 48	3. 29
345	124. 32. 15	3. 55	374	126. 19. 17	3. 28
346	124. 36. 10	3. 54	375	126. 22. 45	3. 27
347	124. 40. 4	3. 53	376	126. 26. 12	3. 26
348	124. 43. 57	3. 51	377	126. 29. 38	3. 26
349	124. 47. 48	3. 51	378	126. 33. 4	3. 25
350	124. 51. 39	3. 50	379	126. 36. 29	3. 24
351	124. 55. 29	3. 48	380	126. 39. 53	3. 23
352	124. 59. 17	3. 48	381	126. 43. 16	3. 23
353	125. 3. 5	3. 47	382	126. 46. 39	3. 21
354	125. 6. 52	3. 46	383	126. 50. 0	3. 21
355	125. 10. 38	3. 45	384	126. 53. 21	3. 20
356	125. 14. 23	3. 44	385	126. 56. 41	3. 19
357	125. 18. 7	3. 43	386	127. 0. 0	3. 19
358	125. 21. 50	3. 42	387	127. 3. 19	3. 18
359	125. 25. 32	3. 41	388	127. 6. 37	3. 17
360	125. 29. 13	3. 41	389	127. 9. 54	3. 16
361	125. 32. 54	3. 39	390	127. 13. 10	3. 15
362	125. 36. 33	3. 38	391	127. 16. 25	3. 15
363	125. 40. 11	3. 38	392	127. 19. 40	3. 14
364	125. 43. 49	3. 37	393	127. 22. 54	3. 13
365	125. 47. 26	3. 36	394	127. 26. 7	3. 13
366	125. 51. 2	3. 34	395	127. 29. 20	3. 12
367	125. 54. 36	3. 34	396	127. 32. 32	3. 11
368	125. 58. 10	3. 34	397	127. 35. 43	3. 10
369	126. 1. 44	3. 32	398	127. 38. 53	3. 10
370	126. 5. 16	3. 31	399	127. 42. 3	3. 9
371	126. 8. 47		400	127. 45. 12	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	M. S.
400	127. 45. 12	6. 16	458	130. 29. 55	5. 8
402	127. 51. 28	6. 13	460	130. 35. 3	5. 5
404	127. 57. 41	6. 10	462	130. 40. 8	5. 4
406	128. 3. 51	6. 7	464	130. 45. 12	5. 1
408	128. 9. 58	6. 5	466	130. 50. 13	5. 0
410	128. 16. 3	6. 3	468	130. 55. 13	4. 57
412	128. 22. 6	5. 59	470	131. 0. 10	4. 56
414	128. 28. 5	5. 57	472	131. 5. 6	4. 54
416	128. 34. 2	5. 54	474	131. 10. 0	4. 52
418	128. 39. 56	5. 53	476	131. 14. 52	4. 51
420	128. 45. 49	5. 49	478	131. 19. 43	4. 48
422	128. 51. 38	5. 47	480	131. 24. 31	4. 47
424	128. 57. 25	5. 45	482	131. 29. 18	4. 45
426	129. 3. 10	5. 42	484	131. 34. 3	4. 43
428	129. 8. 52	5. 40	486	131. 38. 46	4. 41
430	129. 14. 32	5. 37	488	131. 43. 27	4. 40
432	129. 20. 9	5. 36	490	131. 48. 7	4. 38
434	129. 25. 45	5. 32	492	131. 52. 45	4. 37
436	129. 31. 17	5. 31	494	131. 57. 22	4. 35
438	129. 36. 48	5. 28	496	132. 1. 57	4. 33
440	129. 42. 16	5. 27	498	132. 6. 30	4. 31
442	129. 47. 43	5. 24	500	132. 11. 1	4. 30
444	129. 53. 7	5. 22	502	132. 15. 31	4. 28
446	129. 58. 29	5. 19	504	132. 19. 59	4. 27
448	130. 3. 48	5. 18	506	132. 24. 26	4. 25
450	130. 9. 6	5. 15	508	132. 28. 51	4. 24
452	130. 14. 21	5. 14	510	132. 33. 15	4. 22
454	130. 19. 35	5. 11	512	132. 37. 37	4. 21
456	130. 24. 46	5. 9	514	132. 41. 58	4. 19
458	130. 29. 55		516	132. 46. 17	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	M. S.
516	132. 46. 17	4. 18	574	134. 41. 41	3. 41
518	132. 50. 35	4. 16	576	134. 45. 22	3. 39
520	132. 54. 51	4. 15	578	134. 49. 1	3. 38
522	132. 59. 6	4. 13	580	134. 52. 39	3. 37
524	133. 3. 19	4. 12	582	134. 56. 16	3. 35
526	133. 7. 31	4. 10	584	134. 59. 51	3. 35
528	133. 11. 41	4. 9	586	135. 3. 26	3. 34
530	133. 15. 50	4. 8	588	135. 7. 0	3. 32
532	133. 19. 58	4. 6	590	135. 10. 32	3. 32
534	133. 24. 4	4. 5	592	135. 14. 4	3. 31
536	133. 28. 9	4. 4	594	135. 17. 35	3. 29
538	133. 32. 13	4. 2	596	135. 21. 4	3. 28
540	133. 36. 15	4. 1	598	135. 24. 32	3. 28
542	133. 40. 16	4. 0	600	135. 28. 0	3. 26
544	133. 44. 16	3. 58	602	135. 31. 26	3. 25
546	133. 48. 14	3. 57	604	135. 34. 51	3. 25
548	133. 52. 11	3. 56	606	135. 38. 16	3. 23
550	133. 56. 7	3. 55	608	135. 41. 39	3. 23
552	134. 0. 2	3. 53	610	135. 45. 2	3. 22
554	134. 3. 55	3. 52	612	135. 48. 24	3. 20
556	134. 7. 47	3. 51	614	135. 51. 44	3. 19
558	134. 11. 38	3. 49	616	135. 55. 3	3. 18
560	134. 15. 27	3. 49	618	135. 58. 21	3. 18
562	134. 19. 16	3. 47	620	136. 1. 39	3. 16
564	134. 23. 3	3. 46	622	136. 4. 55	3. 16
566	134. 26. 49	3. 45	624	136. 8. 11	3. 15
568	134. 30. 34	3. 44	626	136. 11. 26	3. 14
570	134. 34. 18	3. 42	628	136. 14. 40	3. 13
572	134. 38. 0	3. 41	630	136. 17. 53	3. 12
574	134. 41. 41		632	136. 21. 5	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	M. S.
632	136. 21. 5	3. 11	690	137. 47. 57	2. 48
634	136. 24. 16	3. 11	692	137. 50. 45	2. 47
636	136. 27. 27	3. 10	694	137. 53. 32	2. 47
638	136. 30. 37	3. 9	696	137. 56. 19	2. 46
640	136. 33. 46	3. 8	698	137. 59. 5	2. 46
642	136. 36. 54	3. 7	700	138. 1. 51	6. 51
644	136. 40. 1	3. 6	705	138. 8. 42	6. 47
646	136. 43. 7	3. 5	710	138. 15. 29	6. 42
648	136. 46. 12	3. 4	715	138. 22. 11	6. 38
650	136. 49. 16	3. 3	720	138. 28. 49	6. 34
652	136. 52. 19	3. 3	725	138. 35. 23	6. 29
654	136. 55. 22	3. 2	730	138. 41. 52	6. 26
656	136. 58. 24	3. 1	735	138. 48. 18	6. 23
658	137. 1. 25	3. 0	740	138. 54. 41	6. 19
660	137. 4. 25	2. 59	745	139. 1. 0	6. 15
662	137. 7. 24	2. 59	750	139. 7. 15	6. 12
664	137. 10. 23	2. 58	755	139. 13. 27	6. 8
666	137. 13. 21	2. 57	760	139. 19. 35	6. 4
668	137. 16. 18	2. 57	765	139. 25. 39	6. 1
670	137. 19. 15	2. 56	770	139. 31. 40	5. 57
672	137. 22. 11	2. 54	775	139. 37. 37	5. 54
674	137. 25. 5	2. 54	780	139. 43. 31	5. 50
676	137. 27. 59	2. 53	785	139. 49. 21	5. 48
678	137. 30. 52	2. 53	790	139. 55. 9	5. 45
680	137. 33. 45	2. 52	795	140. 0. 54	5. 41
682	137. 36. 37	2. 51	800	140. 6. 35	5. 38
684	137. 39. 28	2. 50	805	140. 12. 13	5. 35
686	137. 42. 18	2. 50	810	140. 17. 48	5. 32
688	137. 45. 8	2. 49	815	140. 23. 20	5. 29
690	137. 47. 57		820	140. 28. 49	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS.	ANOMALIE VRAIE. D. M. S.	DIFFÉR. M. S.	JOURS	ANOMALIE VRAIE. D. M. S.	DIFFÉR. M. S.
820	140. 28. 49	5. 26	965	142. 49. 30	4. 18
825	140. 34. 15	5. 24	970	142. 53. 48	4. 16
830	140. 39. 39	5. 21	975	142. 58. 4	4. 15
835	140. 45. 0	5. 18	980	143. 2. 19	4. 12
840	140. 50. 18	5. 15	985	143. 6. 31	4. 11
845	140. 55. 33	5. 12	990	143. 10. 42	4. 9
850	141. 0. 45	5. 10	995	143. 14. 50	4. 7
855	141. 5. 55	5. 7	1000	143. 18. 57	4. 6
860	141. 11. 2	5. 5	1005	143. 23. 3	4. 3
865	141. 16. 7	5. 2	1010	143. 27. 6	4. 2
870	141. 21. 9	4. 59	1015	143. 31. 8	4. 0
875	141. 26. 8	4. 57	1020	143. 35. 8	3. 58
880	141. 31. 5	4. 55	1025	143. 39. 6	3. 56
885	141. 36. 0	4. 52	1030	143. 43. 2	3. 55
890	141. 40. 52	4. 50	1035	143. 46. 57	3. 53
895	141. 45. 42	4. 48	1040	143. 50. 50	3. 52
900	141. 50. 30	4. 45	1045	143. 54. 42	3. 50
905	141. 55. 15	4. 43	1050	143. 58. 32	3. 49
910	141. 59. 58	4. 41	1055	144. 2. 21	3. 47
915	142. 4. 39	4. 38	1060	144. 6. 8	3. 46
920	142. 9. 17	4. 36	1065	144. 9. 54	3. 44
925	142. 13. 53	4. 35	1070	144. 13. 38	3. 42
930	142. 18. 28	4. 33	1075	144. 17. 20	3. 41
935	142. 23. 1	4. 30	1080	144. 21. 1	3. 40
940	142. 27. 31	4. 28	1085	144. 24. 41	3. 38
945	142. 31. 59	4. 25	1090	144. 28. 19	3. 37
950	142. 36. 24	4. 24	1095	144. 31. 56	3. 35
955	142. 40. 48	4. 22	1100	144. 35. 31	3. 34
960	142. 45. 10	4. 20	1105	144. 39. 5	3. 32
965	142. 49. 30		1110	144. 42. 37	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS.	ANOMALIE VRAIE. D. M. S.	DIFFÉR. M. S.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE. D. M. S.	DIFFÉR. M. S.
1110	144. 42. 37	3. 31	1310	146. 47. 56	5. 32
1115	144. 46. 8	3. 30	1320	146. 53. 28	5. 29
1120	144. 49. 38	3. 29	1330	146. 58. 57	5. 26
1125	144. 53. 7	3. 27	1340	147. 4. 23	5. 22
1130	144. 56. 34	3. 26	1350	147. 9. 45	5. 19
1135	145. 0. 0	3. 24	1360	147. 15. 4	5. 15
1140	145. 3. 24	3. 23	1370	147. 20. 19	5. 12
1145	145. 6. 47	3. 22	1380	147. 25. 31	5. 8
1150	145. 10. 9	3. 21	1390	147. 30. 39	5. 6
1155	145. 13. 30	3. 19	1400	147. 35. 45	5. 3
1160	145. 16. 49	3. 18	1410	147. 40. 48	4. 59
1165	145. 20. 7	3. 18	1420	147. 45. 47	4. 57
1170	145. 23. 25	3. 16	1430	147. 50. 44	4. 54
1175	145. 26. 41	3. 14	1440	147. 55. 38	4. 50
1180	145. 29. 55	3. 13	1450	148. 0. 28	4. 48
1185	145. 33. 8	3. 13	1460	148. 5. 16	4. 46
1190	145. 36. 21	3. 11	1470	148. 10. 2	4. 42
1195	145. 39. 32	3. 10	1480	148. 14. 44	4. 40
1200	145. 42. 42	6. 17	1490	148. 19. 24	4. 37
1210	145. 48. 59	6. 12	1500	148. 24. 1	4. 34
1220	145. 55. 11	6. 8	1510	148. 28. 35	4. 32
1230	146. 1. 19	6. 3	1520	148. 33. 7	4. 30
1240	146. 7. 22	6. 0	1530	148. 37. 37	4. 27
1250	146. 13. 22	5. 55	1540	148. 42. 4	4. 24
1260	146. 19. 17	5. 52	1550	148. 46. 28	4. 22
1270	146. 25. 9	5. 47	1560	148. 50. 50	4. 20
1280	146. 30. 56	5. 44	1570	148. 55. 10	4. 17
1290	146. 36. 40	5. 40	1580	148. 59. 27	4. 15
1300	146. 42. 20	5. 36	1590	149. 3. 42	4. 13
1310	146. 47. 56		1600	149. 7. 55	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	M. S.
1600	149. 7. 55	4. 11	1890	150. 55. 59	3. 18
1610	149. 12. 6	4. 8	1900	150. 59. 17	3. 17
1620	149. 16. 14	4. 6	1910	151. 2. 34	3. 15
1630	149. 20. 20	4. 4	1920	151. 5. 49	3. 14
1640	149. 24. 24	4. 2	1930	151. 9. 3	3. 12
1650	149. 28. 26	4. 0	1940	151. 12. 15	3. 11
1660	149. 32. 26	3. 58	1950	151. 15. 26	3. 10
1670	149. 36. 24	3. 56	1960	151. 18. 36	3. 8
1680	149. 40. 20	3. 54	1970	151. 21. 44	3. 7
1690	149. 44. 14	3. 52	1980	151. 24. 51	3. 6
1700	149. 48. 6	3. 50	1990	151. 27. 57	3. 5
1710	149. 51. 56	3. 48	2000	151. 31. 2	3. 4
1720	149. 55. 44	3. 47	2010	151. 34. 6	3. 2
1730	149. 59. 31	3. 44	2020	151. 37. 8	3. 1
1740	150. 3. 15	3. 43	2030	151. 40. 9	2. 59
1750	150. 6. 58	3. 41	2040	151. 43. 8	2. 58
1760	150. 10. 39	3. 39	2050	151. 46. 6	2. 57
1770	150. 14. 18	3. 38	2060	151. 49. 3	2. 56
1780	150. 17. 56	3. 35	2070	151. 51. 59	2. 54
1790	150. 21. 31	3. 34	2080	151. 54. 53	2. 53
1800	150. 25. 5	3. 32	2090	151. 57. 46	2. 52
1810	150. 28. 37	3. 31	2100	152. 0. 38	2. 51
1820	150. 32. 8	3. 29	2110	152. 3. 29	2. 50
1830	150. 35. 37	3. 28	2120	152. 6. 19	2. 49
1840	150. 39. 5	3. 26	2130	152. 9. 8	2. 47
1850	150. 42. 31	3. 24	2140	152. 11. 55	2. 47
1860	150. 45. 55	3. 23	2150	152. 14. 42	2. 45
1870	150. 49. 18	3. 21	2160	152. 17. 27	2. 44
1880	150. 52. 39	3. 20	2170	152. 20. 11	2. 44
1890	150. 55. 59		2180	152. 22. 55	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	M. S.
2180	152. 22. 55	2. 42	2740	154. 32. 15	3. 55
2190	152. 25. 37	2. 41	2760	154. 36. 10	3. 53
2200	152. 28. 18	5. 20	2780	154. 40. 3	3. 51
2220	152. 33. 38	5. 16	2800	154. 43. 54	3. 49
2240	152. 38. 54	5. 12	2820	154. 47. 43	3. 46
2260	152. 44. 6	5. 8	2840	154. 51. 29	3. 44
2280	152. 49. 14	5. 4	2860	154. 55. 13	3. 42
2300	152. 54. 18	5. 0	2880	154. 58. 55	3. 40
2320	152. 59. 18	4. 57	2900	155. 2. 35	3. 38
2340	153. 4. 15	4. 53	2920	155. 6. 13	3. 36
2360	153. 9. 8	4. 50	2940	155. 9. 49	3. 34
2380	153. 13. 58	4. 46	2960	155. 13. 23	3. 31
2400	153. 18. 44	4. 43	2980	155. 16. 54	3. 29
2420	153. 23. 27	4. 40	3000	155. 20. 23	4. 19
2440	153. 28. 7	4. 37	3025	155. 24. 42	4. 17
2460	153. 32. 44	4. 34	3050	155. 28. 59	4. 14
2480	153. 37. 18	4. 30	3075	155. 33. 13	4. 11
2500	153. 41. 48	4. 27	3100	155. 37. 24	4. 8
2520	153. 46. 15	4. 24	3125	155. 41. 32	4. 5
2540	153. 50. 39	4. 22	3150	155. 45. 37	4. 2
2560	153. 55. 1	4. 19	3175	155. 49. 39	4. 0
2580	153. 59. 20	4. 16	3200	155. 53. 39	3. 57
2600	154. 3. 36	4. 13	3225	155. 57. 36	3. 54
2620	154. 7. 49	4. 11	3250	156. 1. 30	3. 52
2640	154. 12. 0	4. 8	3275	156. 5. 22	3. 50
2660	154. 16. 8	4. 6	3300	156. 9. 12	3. 48
2680	154. 20. 14	4. 3	3325	156. 13. 0	3. 45
2700	154. 24. 17	4. 0	3350	156. 16. 45	3. 43
2720	154. 28. 17	3. 58	3375	156. 20. 28	3. 40
2740	154. 32. 15		3400	156. 24. 8	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	M. S.
3400	156. 24. 8	3. 38	4250	158. 10. 27	5. 20
3425	156. 27. 46	3. 36	4300	158. 15. 47	5. 15
3450	156. 31. 22	3. 34	4350	158. 21. 2	5. 10
3475	156. 34. 56	3. 32	4400	158. 26. 12	5. 4
3500	156. 38. 28	3. 30	4450	158. 31. 16	5. 0
3525	156. 41. 58	3. 27	4500	158. 36. 16	4. 56
3550	156. 45. 25	3. 25	4550	158. 41. 12	4. 51
3575	156. 48. 50	3. 24	4600	158. 46. 3	4. 47
3600	156. 52. 14	3. 22	4650	158. 50. 50	4. 43
3625	156. 55. 36	3. 20	4700	158. 55. 33	4. 38
3650	156. 58. 56	3. 18	4750	159. 0. 11	4. 35
3675	157. 2. 14	3. 16	4800	159. 4. 46	4. 31
3700	157. 5. 30	3. 14	4850	159. 9. 17	4. 27
3725	157. 8. 44	3. 12	4900	159. 13. 44	4. 23
3750	157. 11. 56	3. 10	4950	159. 18. 7	4. 19
3775	157. 15. 6	3. 9	5000	159. 22. 26	4. 16
3800	157. 18. 15	3. 7	5050	159. 26. 42	4. 12
3825	157. 21. 22	3. 6	5100	159. 30. 54	4. 10
3850	157. 24. 28	3. 4	5150	159. 35. 4	4. 6
3875	157. 27. 32	3. 2	5200	159. 39. 10	4. 2
3900	157. 30. 34	3. 1	5250	159. 43. 12	3. 59
3925	157. 33. 35	2. 59	5300	159. 47. 11	3. 57
3950	157. 36. 34	2. 58	5350	159. 51. 8	3. 54
3975	157. 39. 32	2. 56	5400	159. 55. 2	3. 50
4000	157. 42. 28	5. 47	5450	159. 58. 52	3. 47
4050	157. 48. 15	5. 41	5500	160. 2. 39	3. 45
4100	157. 53. 56	5. 36	5550	160. 6. 24	3. 42
4150	157. 59. 32	5. 30	5600	160. 10. 6	3. 39
4200	158. 5. 2	5. 25	5650	160. 13. 45	3. 37
4250	158. 10. 27		5700	160. 17. 22	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	M. S.
5700	160. 17. 22	3. 34	7300	161. 54. 7	5. 4
5750	160. 20. 56	3. 32	7400	161. 59. 11	4. 59
5800	160. 24. 28	3. 29	7500	162. 4. 10	4. 53
5850	160. 27. 57	3. 26	7600	162. 9. 3	4. 48
5900	160. 31. 23	3. 24	7700	162. 13. 51	4. 43
5950	160. 34. 47	3. 22	7800	162. 18. 34	4. 38
6000	160. 38. 9	3. 20	7900	162. 23. 12	4. 33
6050	160. 41. 29	3. 17	8000	162. 27. 45	4. 29
6100	160. 44. 46	3. 15	8100	162. 32. 14	4. 24
6150	160. 48. 1	3. 13	8200	162. 36. 38	4. 20
6200	160. 51. 14	3. 11	8300	162. 40. 58	4. 16
6250	160. 54. 25	3. 9	8400	162. 45. 14	4. 12
6300	160. 57. 34	3. 7	8500	162. 49. 26	4. 7
6350	161. 0. 41	3. 4	8600	162. 53. 33	4. 4
6400	161. 3. 45	3. 3	8700	162. 57. 37	4. 0
6450	161. 6. 48	3. 1	8800	163. 1. 37	3. 56
6500	161. 9. 49	2. 59	8900	163. 5. 33	3. 52
6550	161. 12. 48	2. 57	9000	163. 9. 25	3. 49
6600	161. 15. 45	2. 55	9100	163. 13. 14	3. 46
6650	161. 18. 40	2. 54	9200	163. 17. 0	3. 43
6700	161. 21. 34	2. 52	9300	163. 20. 43	3. 39
6750	161. 24. 26	2. 50	9400	163. 24. 22	3. 36
6800	161. 27. 16	2. 48	9500	163. 27. 58	3. 33
6850	161. 30. 4	2. 47	9600	163. 31. 31	3. 30
6900	161. 32. 51	2. 45	9700	163. 35. 1	3. 27
6950	161. 35. 36	2. 43	9800	163. 38. 28	3. 24
7000	161. 38. 19	5. 22	9900	163. 41. 52	3. 21
7100	161. 43. 41	5. 16	10000	163. 45. 13	3. 19
7200	161. 48. 57	5. 10	10100	163. 48. 32	3. 16
7300	161. 54. 7		10200	163. 51. 48	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	M. S.
10200	163. 51. 48	3. 14	13375	165. 17. 19	2. 47
10300	163. 55. 2	3. 11	13500	165. 20. 6	2. 46
10400	163. 58. 13	3. 8	13625	165. 22. 52	2. 43
10500	164. 1. 21	3. 6	13750	165. 25. 35	2. 41
10600	164. 4. 27	3. 4	13875	165. 28. 16	2. 39
10700	164. 7. 31	3. 1	14000	165. 30. 55	2. 37
10800	164. 10. 32	2. 59	14125	165. 33. 32	2. 36
10900	164. 13. 31	2. 57	14250	165. 36. 8	2. 34
11000	164. 16. 28	2. 54	14375	165. 38. 42	2. 32
11100	164. 19. 22	2. 52	14500	165. 41. 14	2. 30
11200	164. 22. 14	2. 50	14625	165. 43. 44	2. 29
11300	164. 25. 4	2. 49	14750	165. 46. 13	2. 27
11400	164. 27. 53	2. 47	14875	165. 48. 40	2. 25
11500	164. 30. 40	2. 45	15000	165. 51. 5	2. 24
11600	164. 33. 25	2. 43	15125	165. 53. 29	2. 22
11700	164. 36. 8	2. 41	15250	165. 55. 51	2. 20
11800	164. 38. 49	2. 39	15375	165. 58. 11	2. 19
11900	164. 41. 28	2. 36	15500	166. 0. 30	2. 17
12000	164. 44. 4	3. 14	15625	166. 2. 47	2. 16
12125	164. 47. 18	3. 11	15750	166. 5. 3	2. 14
12250	164. 50. 29	3. 9	15875	166. 7. 17	2. 13
12375	164. 53. 38	3. 6	16000	166. 9. 30	4. 22
12500	164. 56. 44	3. 3	16250	166. 13. 52	4. 17
12625	164. 59. 47	3. 1	16500	166. 18. 9	4. 11
12750	165. 2. 48	2. 59	16750	166. 22. 20	4. 5
12875	165. 5. 47	2. 56	17000	166. 26. 25	4. 1
13000	165. 8. 43	2. 54	17250	166. 30. 26	3. 57
13125	165. 11. 37	2. 52	17500	166. 34. 23	3. 52
13250	165. 14. 29	2. 50	17750	166. 38. 15	3. 48
13375	165. 17. 19		18000	166. 42. 3	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS.	ANOMALIE VRAIE. D. M. S.	DIFFÉR. M. S.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE. D. M. S.	DIFFÉR. M. S.
18000	166. 42. 3	3. 44	30500	168. 52. 25	3. 39
18250	166. 45. 47	3. 39	31000	168. 56. 4	3. 35
18500	166. 49. 26	3. 35	31500	168. 59. 39	3. 30
18750	166. 53. 1	3. 31	32000	169. 3. 9	3. 25
19000	166. 56. 32	3. 28	32500	169. 6. 34	3. 21
19250	167. 0. 0	3. 24	33000	169. 9. 55	3. 17
19500	167. 3. 24	3. 21	33500	169. 13. 12	3. 14
19750	167. 6. 45	3. 17	34000	169. 16. 26	3. 10
20000	167. 10. 2	6. 24	34500	169. 19. 36	3. 6
20500	167. 16. 26	6. 13	35000	169. 22. 42	3. 2
21000	167. 22. 39	6. 1	35500	169. 25. 44	2. 59
21500	167. 28. 40	5. 50	36000	169. 28. 43	2. 56
22000	167. 34. 30	5. 39	36500	169. 31. 39	2. 53
22500	167. 40. 9	5. 29	37000	169. 34. 32	2. 49
23000	167. 45. 38	5. 20	37500	169. 37. 21	2. 46
23500	167. 50. 58	5. 10	38000	169. 40. 7	2. 43
24000	167. 56. 8	5. 1	38500	169. 42. 50	2. 41
24500	168. 1. 9	4. 53	39000	169. 45. 31	2. 38
25000	168. 6. 2	4. 46	39500	169. 48. 9	2. 35
25500	168. 10. 48	4. 39	40000	169. 50. 44	2. 33
26000	168. 15. 27	4. 31	40500	169. 53. 17	2. 30
26500	168. 19. 58	4. 24	41000	169. 55. 47	2. 28
27000	168. 24. 22	4. 18	41500	169. 58. 15	2. 25
27500	168. 28. 40	4. 12	42000	170. 0. 40	2. 23
28000	168. 32. 52	4. 6	42500	170. 3. 3	2. 21
28500	168. 36. 58	4. 0	43000	170. 5. 24	2. 19
29000	168. 40. 58	3. 54	43500	170. 7. 43	2. 16
29500	168. 44. 52	3. 49	44000	170. 9. 59	4. 27
30000	168. 48. 41	3. 44	45000	170. 14. 26	4. 19
30500	168. 52. 25		46000	170. 18. 45	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	M. S.
46000	170. 18. 45	4. 11	75000	171. 46. 47	2. 11
47000	170. 22. 56	4. 4	76000	171. 48. 58	2. 9
48000	170. 27. 0	3. 58	77000	171. 51. 7	2. 7
49000	170. 30. 58	3. 51	78000	171. 53. 14	2. 5
50000	170. 34. 49	3. 45	79000	171. 55. 19	2. 2
51000	170. 38. 34	3. 39	80000	171. 57. 21	2. 0
52000	170. 42. 13	3. 34	81000	171. 59. 21	1. 58
53000	170. 45. 47	3. 29	82000	172. 1. 19	1. 57
54000	170. 49. 16	3. 23	83000	172. 3. 16	1. 55
55000	170. 52. 39	3. 18	84000	172. 5. 11	1. 53
56000	170. 55. 57	3. 13	85000	172. 7. 4	1. 51
57000	170. 59. 10	3. 9	86000	172. 8. 55	1. 49
58000	171. 2. 19	3. 5	87000	172. 10. 44	1. 47
59000	171. 5. 24	3. 1	88000	172. 12. 31	1. 46
60000	171. 8. 25	2. 57	89000	172. 14. 17	1. 44
61000	171. 11. 22	2. 53	90000	172. 16. 1	1. 43
62000	171. 14. 15	2. 49	91000	172. 17. 44	1. 41
63000	171. 17. 4	2. 45	92000	172. 19. 25	1. 40
64000	171. 19. 49	2. 42	93000	172. 21. 5	1. 39
65000	171. 22. 31	2. 39	94000	172. 22. 44	1. 38
66000	171. 25. 10	2. 36	95000	172. 24. 22	1. 37
67000	171. 27. 46	2. 32	96000	172. 25. 59	1. 35
68000	171. 30. 18	2. 29	97000	172. 27. 34	1. 33
69000	171. 32. 47	2. 27	98000	172. 29. 7	1. 32
70000	171. 35. 14	2. 24	99000	172. 30. 39	1. 30
71000	171. 37. 38	2. 21	100000	172. 32. 9	3. 42
72000	171. 39. 59	2. 19	102500	192. 35. 51	3. 35
73000	171. 42. 18	2. 16	105000	172. 39. 26	3. 27
74000	171. 44. 34	2. 13	107500	172. 42. 53	3. 21
75000	171. 46. 47		110000	172. 46. 14	

Suite de la *Table II, du mouvement parabolique des Comètes.*

JOURS.	ANOMALIE VRAIE	DIFFÉR.	JOURS.	ANOMALIE VRAIE.	DIFFÉR.
	D. M. S.	M. S.		D. M. S.	M. S.
110000	172. 46. 14	3. 15	157500	173. 35. 22	2. 1
112500	172. 49. 29	3. 10	160000	173. 37. 23	1. 59
115000	172. 52. 39	3. 4	162500	173. 39. 22	1. 57
117500	172. 55. 43	2. 59	165000	173. 41. 19	1. 54
120000	172. 58. 42	2. 54	167500	173. 43. 13	1. 51
122500	173. 1. 36	2. 49	170000	173. 45. 4	1. 49
125000	173. 4. 25	2. 45	172500	173. 46. 53	1. 48
127500	173. 7. 10	2. 40	175000	173. 48. 41	1. 45
130000	173. 9. 50	2. 36	177500	173. 50. 26	1. 44
132500	173. 12. 26	2. 33	180000	173. 52. 10	1. 42
135000	173. 14. 59	2. 29	182500	173. 53. 52	1. 40
137500	173. 17. 28	2. 26	185000	173. 55. 32	1. 38
140000	173. 19. 54	2. 22	187500	173. 57. 10	1. 36
142500	173. 22. 16	2. 18	190000	173. 58. 46	1. 35
145000	173. 24. 34	2. 15	192500	174. 0. 21	1. 33
147500	173. 26. 49	2. 13	195000	174. 1. 54	1. 31
150000	173. 29. 2	2. 10	197500	174. 3. 25	1. 30
152500	173. 31. 12	2. 6	200000	174. 4. 55	
155000	173. 33. 18	2. 4			
157500	173. 35. 22				

TABLE III, *réduction de la parabole à l'ellipse.*

ANOM. VRAIE.	CORRECTION de l'ANOMALIE VRAIE.	CORRECT. du RAYON VECT.	ANOM. VRAIE.	CORRECTION de l'ANOMALIE VRAIE.	CORRECT. du RAYON VECT.
Degrés.	*Otez.*	*Otez.*	*Degrés.*	*Otez.*	*Otez.*
1	1,4770	5,8200	31	2,8779	8,7770
2	1,7770	6,4220	32	2,8853	8,8030
3	1,9533	6,7735	33	2,8920	8,8280
4	2,0778	7,0242	34	2,8980	8,8521
5	2,1740	7,2178	35	2,9034	8,8755
6	2,2521	7,3759	36	2,9081	8,8980
7	2,3178	7,5095	37	2,9122	8,9188
8	2,3745	7,6250	38	2,9156	8,9409
9	2,4242	7,7269	39	2,9184	8,9614
10	2,4683	7,8178	40	2,9205	8,9813
11	2,5074	7,8998	41	2,9220	9,0006
12	2,5431	7,9747	42	2,9229	9,0195
13	2,5760	8,0437	43	2,9232	9,0378
14	2,6058	8,1074	44	2,9228	9,0555
15	2,6331	8,1666	45	2,9217	9,0727
16	2,6583	8,2217	46	2,9200	9,0894
17	2,6816	8,2735	47	2,9176	9,1056
18	2,7032	8,3222	48	2,9145	9,1215
19	2,7233	8,3682	49	2,9107	9,1369
20	2,7420	8,4116	50	2,9061	9,1520
21	2,7594	8,4528	51	2,9007	9,1666
22	2,7755	8,4921	52	2,8945	9,1808
23	2,7906	8,5295	53	2,8874	9,1947
24	2,8046	8,5652	54	2,8795	9,2083
25	2,8176	8,5994	55	2,8708	9,2215
26	2,8297	8,6320	56	2,8610	9,2344
27	2,8410	8,6634	57	2,8500	9,2469
28	2,8514	8,6934	58	2,8378	9,2592
29	2,8610	8,7224	59	2,8243	9,2712
30	2,8698	8,7502	60	2,8095	9,2829

Suite de la *Table III, réduction de la parabole à l'ellipse.*

ANOM. VRAIE.	CORRECTION de l'ANOMALIE VRAIE.	CORRECT. du RAYON VECT.	ANOM. VRAIE.	CORRECTION de l'ANOMALIE VRAIE.	CORRECT. du RAYON VECT.
Degrés.	*Otez.*	*Otez.*	*Degrés.*	*Ajoutez.*	*Otez.*
61	2,7932	9,2943	91	2,8776	9,5475
62	2,7754	9,3055	92	2,9152	9,5540
63	2,7557	9,3163	93	2,9506	9,5605
64	2,7338	9,3270	94	2,9837	9,5670
65	2,7095	9,3374	95	3,0154	9,5734
66	2,6827	9,3477	96	3,0455	9,5797
67	2,6526	9,3576	97	3,0742	9,5860
68	2,6187	9,3674	98	3,1016	9,5923
69	2,5805	9,3769	99	3,1279	9,5986
70	2,5363	9,3862	100	3,1531	9,6050
71	2,4857	9,3954	101	3,1774	9,6113
72	2,4258	9,4044	102	3,2008	9,6176
73	2,3537	9,4132	103	3,2236	9,6239
74	2,2639	9,4218	104	3,2457	9,6302
75	2,1458	9,4303	105	3,2671	9,6366
76	1,9767	9,4386	106	3,2879	9,6430
77	1,6840	9,4468	107	3,3081	9,6495
78	Ajoutez.	9,4546	108	3,3278	9,6560
79	1,6910	9,4624	109	3,3469	9,6627
80	2,0006	9,4701	110	3,3656	9,6694
81	2,1827	9,4777	111	3,3840	9,6763
82	2,3139	9,4851	112	3,4019	9,6831
83	2,4170	9,4924	113	3,4195	9,6901
84	2,5021	9,4996	114	3,4368	9,6972
85	2,5750	9,5067	115	3,4538	9,7044
86	2,6386	9,5138	116	3,4704	9,7119
87	2,6951	9,5207	117	3,4868	9,7195
88	2,7464	9,5275	118	3,5030	9,7272
89	2,7936	9,5342	119	3,5188	9,7352
90	2,8373	9,5409	120	3,5345	9,7433

Suite de la *Table III, réduction de la parabole à l'ellipse.*

ANOM. VRAIE.	CORRECTION de l'ANOMALIE VRAIE.	CORRECT. du RAYON VECT.	ANOM. VRAIE.	CORRECTION de l'ANOMALIE VRAIE.	CORRECT. du RAYON VECT
Degrés.	*Ajoutez.*	*Otez.*	*Degrés.*	*Ajoutez.*	*Otez.*
121	3,5499	9,7516	141	3,8435	9,9893
122	3,5653	9,7602	142	3,8585	0,0064
123	3,5805	9,7690	143	3,8736	0,0242
124	3,5956	9,7781	144	3,8889	0,0427
125	3,6105	9,7874	145	3,9044	0,0620
126	3,6253	9,7971	146	3,9199	0,0822
127	3,6399	9,8070	147	3,9360	0,1032
128	3,6545	9,8172	148	3,9524	0,1251
129	3,6690	9,8278	149	3,9690	0,1481
130	3,6835	9,8387	150	3,9859	0,1720
131	3,6980	9,8500	151	4,0031	0,1970
132	3,7125	9,8618	152	4,0208	0,2231
133	3,7269	9,8740	153	4,0390	0,2504
134	3,7413	9,8866	154	4,0575	0,2792
135	3,7557	9,8997	155	4,0766	0,3094
136	3,7701	9,9132	156	4,0963	0,3412
137	3,7845	9,9273	157	4,1168	0,3746
138	3,7991	9,9419	158	4,1380	0,4098
139	3,8138	9,9571	159	4,1600	0,4469
140	3,8286	9,9729	160	4,1825	0,4861

TABLE IV, *chute parabolique des Comètes.*

DIST.	JOURS.	DIFFÉR.	DIST.	JOURS.	DIFFÉR.
0,00	0,000000	0,027404	0,32	4,960628	0,234337
0,01	0,027404	0,050106	0,33	5,194965	0,237914
0,02	9,077510	0,064885	0,34	5,432879	0,241440
0,03	0,142395	0,076836	0,35	5,674319	0,244914
0,04	0,219231	0,087153	0,36	5,919233	0,248340
0,05	0,306384	0,096369	0,37	6,167573	0,251718
0,06	0,402753	0,104774	0,38	6,419291	0,255053
0,07	0,507527	0,112551	0,39	6,674344	0,258344
0,08	0,620078	0,119826	0,40	6,932688	0,261594
0,09	0,739904	0,126682	0,41	7,194282	0,264804
0,10	0,866586	0,133185	0,42	7,459086	0,267975
0,11	0,999771	0,139386	0,43	7,727061	0,271110
0,12	1,139157	0,145321	0,44	7,998171	0,274209
0,13	1,284478	0,151024	0,45	8,272380	0,277272
0,14	1,435502	0,156518	0,46	8,549652	0,280303
0,15	1,592020	0,161827	0,47	8,829955	0,283300
0,16	1,753847	0,166966	0,48	9,113255	0,286268
0,17	1,920813	0,171952	0,49	9,399523	0,289203
0,18	2,092765	0,176797	0,50	9,688726	0,292111
0,19	2,269562	0,181513	0,51	9,980837	0,294988
0,20	2,451075	0,186110	0,52	10,275825	0,297839
0,21	2,637185	0,190596	0,53	10,573664	0,300661
0,22	2,827781	0,194977	0,54	10,874325	0,303459
0,23	3,022758	0,199264	0,55	11,177784	0,306230
0,24	3,222022	0,203460	0,56	11,484014	0,308977
0,25	3,425482	0,207571	0,57	11,792991	0,311699
0,26	3,633053	0,211602	0,58	12,104690	0,314398
0,27	3,844655	0,215557	0,59	12,419088	0,317074
0,28	4,060212	0,219442	0,60	12,736162	0,319727
0,29	4,279654	0,223259	0,61	13,055889	0,322358
0,30	4,502913	0,227012	0,62	13,378247	0,324969
0,31	4,729925	0,230703	0,63	13,703216	0,327558
0,32	4,960628		0,64	14,030774	

Suite de la *Table IV, chute parabolique des Comètes.*

DIST.	JOURS.	DIFFÉR.	DIST.	JOURS.	DIFFÉR.
0,64	14,030774	0,330128	0,96	25,776179	0,403799
0,65	14,360902	0,332677	0,97	26,179978	0,405887
0,66	14,693579	0,335207	0,98	26,585865	0,407963
0,67	15,028786	0,337717	0,99	26,993828	0,410028
0,68	15,366503	0,340210	1,00	27,403856	0,412084
0,69	15,706713	0,342685	1,01	27,815940	0,414129
0,70	16,049398	0,345141	1,02	28,230069	0,416164
0,71	16,394539	0,347580	1,03	28,646233	0,418189
0,72	16,742119	0,350003	1,04	29,064422	0,420205
0,73	17,092122	0,352408	1,05	29,484627	0,422210
0,74	17,444530	0,354797	1,06	29,906837	0,424206
0,75	17,799327	0,357170	1,07	30,331043	0,426194
0,76	18,156497	0,359529	1,08	30,757237	0,428171
0,77	18,516026	0,361870	1,09	31,185408	0,430140
0,78	18,877896	0,364197	1,10	31,615548	0,432099
0,79	19,242093	0,366510	1,11	32,047647	0,434050
0,80	19,608603	0,368808	1,12	32,481697	0,435993
0,81	19,977411	0,371092	1,13	32,917690	0,437926
0,82	20,348503	0,373361	1,14	33,355616	0,439850
0,83	20,721864	0,375617	1,15	33,795466	0,441771
0,84	21,097481	0,377860	1,16	34,237237	0,443672
0,85	21,475341	0,380089	1,17	34,680909	0,445576
0,86	21,855430	0,382306	1,18	35,126485	0,447468
0,87	22,237736	0,384508	1,19	35,573953	0,449352
0,88	22,622244	0,386700	1,20	36,023305	0,451228
0,89	23,008944	0,388879	1,21	36,474533	0,453096
0,90	23,397823	0,391045	1,22	36,927629	0,454958
0,91	23,788868	0,393199	1,23	37,382587	0,456810
0,92	24,182067	0,395343	1,24	37,839397	0,458657
0,93	24,577410	0,397473	1,25	38,298054	0,460495
0,94	24,974883	0,399593	1,26	38,758549	0,462326
0,95	25,374476	0,401703	1,27	39,220875	0,464148
0,96	25,776179		1,28	39,685023	

Suite de la *Table IV, chute parabolique des Comètes.*

DIST.	JOURS.	DIFFÉR.	DIST.	JOURS.	DIFFÉR.
1,28	39,685023	0,465966	1,60	55,461506	0,520764
1,29	40,150989	0,467776	1,61	55,982270	0,522383
1,30	40,618765	0,469578	1,62	56,504653	0,523997
1,31	41,088343	0,471374	1,63	57,028650	0,525607
1,32	41,559717	0,473164	1,64	57,554257	0,527212
1,33	42,032881	0,474945	1,65	58,081469	0,528812
1,34	42,507826	0,476720	1,66	58,610281	0,530408
1,35	42,984546	0,478489	1,67	59,140689	0,532000
1,36	43,463035	0,480251	1,68	59,672689	0,533585
1,37	43,943286	0,482007	1,69	60,206274	0,535165
1,38	44,425293	0,483757	1,70	60,741439	0,536741
1,39	44,909050	0,485502	1,71	61,278180	0,538312
1,40	45,394552	0,487239	1,72	61,816492	0,539879
1,41	45,881791	0,488969	1,73	62,356371	0,541443
1,42	46,370760	0,490693	1,74	62,897814	0,543001
1,43	46,861453	0,492411	1,75	63,440815	0,544555
1,44	47,353864	0,494124	1,76	63,985370	0,546104
1,45	47,847988	0,495831	1,77	64,531474	0,547649
1,46	48,343819	0,497533	1,78	65,079123	0,549189
1,47	48,841352	0,499229	1,79	65,628312	0,550725
1,48	49,340581	0,500918	1,80	66,179037	0,552257
1,49	49,841499	0,502600	1,81	66,731294	0,553785
1,50	50,344099	0,504278	1,82	67,285079	0,555309
1,51	50,848377	0,505953	1,83	67,840388	0,556827
1,52	51,354330	0,507620	1,84	68,397215	0,558343
1,53	51,861950	0,509281	1,85	68,955558	0,559854
1,54	52,371231	0,510936	1,86	69,515412	0,561361
1,55	52,882167	0,512586	1,87	70,076773	0,562864
1,56	53,394753	0,514232	1,88	70,639637	0,564363
1,57	53,908985	0,515873	1,89	71,204000	0,565858
1,58	54,424858	0,517509	1,90	71,769858	0,567349
1,59	54,942367	0,519139	1,91	72,337207	0,568836
1,60	55,461506		1,92	72,906043	

Suite de la *Table IV*, *chute parabolique des Comètes.*

DIST.	JOURS.	DIFFÉR.	DIST.	JOURS.	DIFFÉR.
1,92	72,906043	0,570319	2,24	91,872114	0,615901
1,93	73,476362	0,571799	2,25	92,488015	0,617271
1,94	74,048161	0,573275	2,26	93,105286	0,618639
1,95	74,621436	0,574746	2,27	93,723925	0,620003
1,96	75,196182	0,576214	2,28	94,343928	0,621364
1,97	75,772396	0,577679	2,29	94,965292	0,622722
1,98	76,350075	0,579140	2,30	95,588014	0,624077
1,99	76,929215	0,580596	2,31	96,212091	0,625429
2,00	77,509811	0,582049	2,32	96,837520	0,626779
2,01	78,091860	0,583499	2,33	97,464299	0,628126
2,02	78,675359	0,584946	2,34	98,092425	0,629469
2,03	79,260305	0,586388	2,35	98,721894	0,630809
2,04	79,846693	0,587827	2,36	99,352703	0,632147
2,05	80,434520	0,589262	2,37	99,984850	0,633483
2,06	81,023782	0,590695	2,38	100,618333	0,634815
2,07	81,614477	0,592123	2,39	101,253148	0,636144
2,08	82,206600	0,593547	2,40	101,889292	0,637471
2,09	82,800147	0,594969	2,41	102,526763	0,638795
2,10	83,395116	0,596388	2,42	103,165558	0,640116
2,11	83,991504	0,597804	2,43	103,805674	0,641435
2,12	84,589308	0,599215	2,44	104,447109	0,642750
2,13	85,188523	0,600623	2,45	105,089859	0,644063
2,14	85,789146	0,602028	2,46	105,733922	0,645374
2,15	86,391174	0,603429	2,47	106,379296	0,646682
2,16	86,994603	0,604828	2,48	107,025978	0,647987
2,17	87,599431	0,606223	2,49	107,673965	0,649289
2,18	88,205654	0,607615	2,50	108,323254	0,650589
2,19	88,813269	0,609004	2,51	108,973843	0,651886
2,20	89,422273	0,610389	2,52	109,625729	0,653181
2,21	90,032662	0,611772	2,53	110,278910	0,654473
2,22	90,644434	0,613152	2,54	110,933383	0,655763
2,23	91,257586	0,614528	2,55	111,589146	0,657050
2,24	91,872114		2,56	112,246196	

Suite de la *Table IV, chute parabolique des Comètes.*

DIST.	JOURS.	DIFFÉR.	DIST.	JOURS.	DIFFÉR.
2,56	112,246196	0,658334	2,88	133,936953	0,698194
2,57	112,904530	0,659616	2,89	134,635147	0,699402
2,58	113,564146	0,660896	2,90	135,334549	0,700609
2,59	114,225042	0,662174	2,91	136,035158	0,701815
2,60	114,887216	0,663448	2,92	136,736973	0,703018
2,61	115,550664	0,664720	2,93	137,439991	0,704218
2,62	116,215384	0,665989	2,94	138,144209	0,705416
2,63	116,881373	0,667257	2,95	138,849625	0,706612
2,64	117,548630	0,668522	2,96	139,556237	0,707807
2,65	118,217152	0,669785	2,97	140,264044	0,709001
2,66	118,886937	0,671045	2,98	140,973045	0,710191
2,67	119,557982	0,672302	2,99	141,683236	0,711379
2,68	120,230284	0,673558	3,00	142,394615	0,712566
2,69	120,903842	0,674812	3,01	143,107181	0,713751
2,70	121,578654	0,676062	3,02	143,820932	0,714933
2,71	122,254716	0,677310	3,03	144,535865	0,716114
2,72	122,932026	0,678556	3,04	145,251979	0,717293
2,73	123,610582	0,679800	3,05	145,969272	0,718470
2,74	124,290382	0,681043	3,06	146,687742	0,719645
2,75	124,971425	0,682282	3,07	147,407387	0,720817
2,76	125,653707	0,683519	3,08	148,128204	0,721989
2,77	126,337226	0,684754	3,09	148,850193	0,723158
2,78	127,021980	0,685986	3,10	149,573351	0,724325
2,79	127,707966	0,687217	3,11	150,297676	0,725491
2,80	128,395183	0,688445	3,12	151,023167	0,726655
2,81	129,083628	0,689671	3,13	151,749822	0,727816
2,82	129,773299	0,690895	3,14	152,477638	0,728976
2,83	130,464194	0,692117	3,15	153,206614	0,730134
2,84	131,156311	0,693336	3,16	153,936748	0,731290
2,85	131,849647	0,694554	3,17	154,668038	0,732444
2,86	132,544201	0,695769	3,18	155,400482	0,733597
2,87	133,239970	0,696983	3,19	156,134079	0,734748
2,88	133,936953		3,20	156,868827	

Suite de la *Table IV, chute parabolique des Comètes.*

DIST.	JOURS.	DIEFÉR.	DIST.	JOURS.	DIFFÉR.
3,20	156,868827	0,735897	3,52	180,977956	0,771760
3,21	157,604724	0,737044	3,53	181,749716	0,772854
3,22	158,341768	0,738189	3,54	182,522570	0,773946
3,23	159,079957	0,739333	3,55	183,296516	0,775038
3,24	159,819290	0,740475	3,56	184,071554	0,776127
3,25	160,559765	0,741615	3,57	184,847681	0,777215
3,26	161,301380	0,742753	3,58	185,624896	0,778301
3,27	162,044133	0,743890	3,59	186,403197	0,779385
3,28	162,788023	0,745025	3,60	187,182582	0,780469
3,29	163,533048	0,746158	3,61	187,963051	0,781551
3,30	164,279206	0,747289	3,62	188,744602	0,782631
3,31	165,026495	0,748418	3,63	189,527233	0,783709
3,32	165,774913	0,749546	3,64	190,310942	0,784786
3,33	166,524459	0,750673	3,65	191,095728	0,785863
3,34	167,275132	0,751798	3,66	191,881591	0,786937
3,35	168,026930	0,752921	3,67	192,668528	0,788010
3,36	168,779851	0,754042	3,68	193,456538	0,789081
3,37	169,533893	0,755161	3,69	194,245619	0,790151
3,38	170,289054	0,756279	3,70	195,035770	0,791219
3,39	171,045333	0,757396	3,71	195,826989	0,792287
3,40	171,802729	0,758511	3,72	196,619276	0,793353
3,41	172,561240	0,759623	3,73	197,412629	0,794416
3,42	173,320863	0,760735	3,74	198,207045	0,795479
3,43	174,081598	0,761844	3,75	199,002524	0,796540
3,44	174,843442	0,762952	3,76	199,799064	0,797600
3,45	175,606394	0,764059	3,77	200,596664	0,798659
3,46	176,370453	0,765164	3,78	201,395323	0,799716
3,47	177,135617	0,766268	3,79	202,195039	0,800773
3,48	177,901885	0,767369	3,80	202,995812	0,801827
3,49	178,669254	0,768469	3,81	203,797639	0,802879
3,50	179,437723	0,769568	3,82	204,600518	0,803931
3,51	180,207291	0,770665	3,83	205,404449	0,804980
3,52	180,977956		3,84	206,209429	

Suite de la *Table IV, chute parabolique des Comètes.*

DIST.	JOURS.	DIFFÉR.	DIST.	JOURS.	DIFFÉR.
3,84	206,209429	0,806029	4,16	232,515377	0,838900
3,85	207,015458	0,807077	4,17	233,354277	0,839907
3,86	207,822535	0,808123	4,18	234,194184	0,840912
3,87	208,630658	0,809169	4,19	235,035096	0,841916
3,88	209,439827	0,810212	4,20	235,877012	0,842919
3,89	210,250039	0,811254	4,21	236,719931	0,843921
3,90	211,061293	0,812294	4,22	237,563852	0,844921
3,91	211,873587	0,813334	4,23	238,408773	0,845921
3,92	212,686921	0,814372	4,24	239,254694	0,846919
3,93	213,501293	0,815409	4,25	240,101613	0,847916
3,94	214,316702	0,816444	4,26	240,949529	0,848912
3,95	215,133146	0,817478	4,27	241,798441	0,849906
3,96	215,950624	0,818511	4,28	242,648347	0,850899
3,97	216,769135	0,819542	4,29	243,499246	0,851892
3,98	217,588677	0,820572	4,30	244,351138	0,852883
3,99	218,409249	0,821602	4,31	245,204021	0,853873
4,00	219,230851	0,822630	4,32	246,057894	0,854862
4,01	220,053481	0,823656	4,33	246,912756	0,855850
4,02	220,877137	0,824680	4,34	247,768606	0,856836
4,03	221,701817	0,825704	4,35	248,625442	0,857822
4,04	222,527521	0,826727	4,36	249,483264	0,858806
4,05	223,354248	0,827748	4,37	250,342070	0,859789
4,06	224,181996	0,828769	4,38	251,201859	0,860771
4,07	225,010765	0,829787	4,39	252,062630	0,861752
4,08	225,840552	0,830805	4,40	252,924382	0,862732
4,09	226,671357	0,831821	4,41	253,787114	0,863711
4,10	227,503178	0,832836	4,42	254,650825	0,864688
4,11	228,336014	0,833850	4,43	255,515513	0,865665
4,12	229,169864	0,834862	4,44	256,381178	0,866640
4,13	230,004726	0,835874	4,45	257,247818	0,867614
4,14	230,840600	0,836884	4,46	258,115432	0,868588
4,15	231,677484	0,837893	4,47	258,984020	0,869560
4,16	232,515377		4,48	259,853580	

Suite de la *Table IV, chute parabolique des Comètes.*

DIST.	JOURS.	DIFFÉR.	DIST.	JOURS.	DIFFÉR.
4,48	259,853580	0,870531	4,74	282,799863	0,895407
4,49	260,724111	0,871500	4,75	283,695272	0,896351
4,50	261,595611	0,872470	4,76	284,591623	0,897293
4,51	262,468081	0,873438	4,77	285,488916	0,898234
4,52	263,341519	0,874404	4,78	286,387150	0,899175
4,53	264,215923	0,875370	4,79	287,286325	0,900113
4,54	265,091293	0,876334	4,80	288,186438	0,901051
4,55	265,967627	0,877298	4,81	289,087489	0,901989
4,56	266,844925	0,878260	4,82	289,989478	0,902925
4,57	267,723185	0,879222	4,83	290,892403	0,903860
4,58	268,602407	0,880182	4,84	291,796263	0,904794
4,59	269,482589	0,881142	4,85	292,701057	0,905727
4,60	270,363731	0,882100	4,86	293,606784	0,906660
4,61	271,245831	0,883057	4,87	294,513444	0,907591
4,62	272,128888	0,884013	4,88	295,421035	0,908522
4,63	273,012901	0,884968	4,89	296,329557	0,909451
4,64	273,897869	0,885922	4,90	297,239008	0,910379
4,65	274,783791	0,886876	4,91	298,149387	0,911307
4,66	275,670667	0,887828	4,92	299,060694	0,912233
4,67	276,558495	0,888779	4,93	299,972927	0,913159
4,68	277,447274	0,889729	4,94	300,886086	0,914084
4,69	278,337003	0,890678	4,95	301,800170	0,915008
4,70	279,227681	0,891626	4,96	302,715178	0,915931
4,71	280,119307	0,892573	4,97	303,631109	0,916853
4,72	281,011880	0,893519	4,98	304,547962	0,917774
4,73	281,905399	0,894464	4,99	305,465736	0,918693
4,74	282,799863		5,00	306,384429	

TABLE V.

VALEUR DES DEGRÉS EN PARTIES DU RAYON.		VALEUR DES DEGRÉS EN PARTIES DU RAYON.		VALEUR DES DEGRÉS EN PARTIES DU RAYON.	
1	0,017453293	32	0,558505361	63	1,099557429
2	0,034906585	33	0,575958653	64	1,117010721
3	0,052359878	34	0,593411946	65	1,134464014
4	0,069813170	35	0,610865238	66	1,151917306
5	0,087266463	36	0,628318531	67	1,169370599
6	0,104719755	37	0,645771823	68	1,186823891
7	0,122173048	38	0,663225116	69	1,204277184
8	0,139626340	39	0,680678408	70	1,221730476
9	0,157079633	40	0,698131701	71	1,239183769
10	0,174532925	41	0,715584993	72	1,256637061
11	0,191986218	42	0,733038286	73	1,274090354
12	0,209439510	43	0,750491578	74	1,291543646
13	0,226892803	44	0,767944871	75	1,308996939
14	0,244346095	45	0,785398163	76	1,326450232
15	0,261799388	46	0,802851456	77	1,343903524
16	0,279252680	47	0,820304748	78	1,361356817
17	0,296705973	48	0,837758041	79	1,378810109
18	0,314159265	49	0,855211333	80	1,396263402
19	0,331612558	50	0,872664626	81	1,413716694
20	0,349065850	51	0,890117919	82	1,431169987
21	0,366519143	52	0,907571211	83	1,448623279
22	0,383972435	53	0,925024504	84	1,466076572
23	0,401425728	54	0,942477796	85	1,483529864
24	0,418879020	55	0,959931089	86	1,500983157
25	0,436332313	56	0,977384381	87	1,518436449
26	0,453785606	57	0,994837674	88	1,535889742
27	0,471238898	58	1,012290966	89	1,553343034
28	0,488692191	59	1,029744259	90	1,570796327
29	0,506145483	60	1,047197551	180	3,141592654
30	0,523598776	61	1,064650844	270	4,712388980
31	0,541052068	62	1,082104136	360	6,283185307

Suite de la *TABLE V.*

VALEUR DES MINUTES EN PARTIES DU RAYON.		VALEUR DES MINUTES EN PARTIES DU RAYON.	
1	0,000290888	31	0,009017534
2	0,000581776	32	0,009308423
3	0,000872665	33	0,009599311
4	0,001163553	34	0,009890199
5	0,001454441	35	0,010181087
6	0,001745329	36	0,010471976
7	0,002036217	37	0,010762864
8	0,002327106	38	0,011053752
9	0,002617994	39	0,011344640
10	0,002908882	40	0,011635528
11	0,003199770	41	0,011926417
12	0,003490659	42	0,012217305
13	0,003781547	43	0,012508193
14	0,004072435	44	0,012799081
15	0,004363323	45	0,013089969
16	0,004654211	46	0,013380858
17	0,004945100	47	0,013671746
18	0,005235988	48	0,013962634
19	0,005526876	49	0,014253522
20	0,005817764	50	0,014544410
21	0,006108652	51	0,014835299
22	0,006399541	52	0,015126187
23	0,006690429	53	0,015417075
24	0,006981317	54	0,015707963
25	0,007272205	55	0,015998851
26	0,007563093	56	0,016289740
27	0,007853982	57	0,016580628
28	0,008144870	58	0,016871516
29	0,008435758	59	0,017162404
30	0,008726646	60	0,017453293

Suite de la *TABLE V.*

VALEUR DES SECONDES EN PARTIES DU RAYON.		VALEUR DES SECONDES EN PARTIES DU RAYON.	
1	0,000004848	31	0,000150292
2	0,000009696	32	0,000155140
3	0,000014544	33	0,000159989
4	0,000019393	34	0,000164837
5	0,000024241	35	0,000169685
6	0,000029089	36	0,000174533
7	0,000033937	37	0,000179381
8	0,000038785	38	0,000184229
9	0,000043633	39	0,000189077
10	0,000048481	40	0,000193925
11	0,000053330	41	0,000198774
12	0,000058178	42	0,000203622
13	0,000063026	43	0,000208470
14	0,000067874	44	0,000213318
15	0,000072722	45	0,000218166
16	0,000077570	46	0,000223014
17	0,000082418	47	0,000227862
18	0,000087266	48	0,000232711
19	0,000092115	49	0,000237559
20	0,000096963	50	0,000242407
21	0,000101811	51	0,000247255
22	0,000106659	52	0,000252103
23	0,000111507	53	0,000256951
24	0,000116355	54	0,000261799
25	0,000121203	55	0,000266648
26	0,000126052	56	0,000271496
27	0,000130900	57	0,000276344
28	0,000135748	58	0,000281192
29	0,000140596	59	0,000286040
30	0,000145444	60	0,000290888

ADDITIONS ET CORRECTIONS.

Page 98, ligne 6, ajoutez :

Il eſt maintenant reconnu que cet Aſtre eſt une vraie Planète: trois ans & demi d'obſervations ſuivies ſuffiſoient ſans doute pour s'en aſſurer; mais on en a acquis une preuve plus évidente encore. L'Étoile 964 du Catalogue de Mayer avoit été obſervée par cet Aſtronome, le 25 Septembre 1756, à $10^h 21' 18''$, en $11^s 16^d 37' 43''$, avec $48' 23''$ de latitude auſtrale. M. Bode s'eſt aperçu que cette Étoile avoit diſparu du lieu où Mayer l'avoit obſervée, & que la nouvelle Planète, ſuivant les élémens approchés de ſon orbite, déjà déterminés, devoit le 25 Septembre 1756 occuper à très-peu près le lieu de cette Étoile. Il ne fut pas poſſible de douter que cette Étoile ne fût la même que la Planète d'Herſchel; les obſervations de cette Planète comprennent donc un intervalle de vingt-huit ans; ſa longitude moyenne héliocentrique, étoit le 1.er Janvier 1783, en $3^s 10^d 42' 18''$. Voici les élémens de ſon orbite, extraits de l'introduction aux dernières Éphémérides de M. de la Lande, de 1785 à 1792.

Aphélie, le 21 Décembre 1781...	11^s	23^d	$22'$	$58''$.
Anomalie moyenne, le même jour..		102.	52.	7.
Anomalie vraie, le même jour.....		97.	29.	19.
Mouvement diurne.............				42,705.
Demi-grand axe................	19,0818.			
Donc révolution périodique, ans....	83,3545.			
Nœud aſcendant...............	2.	12.	47.	0.
Inclinaiſon de l'orbite..........			46.	13.
Plus grande équation du centre.....			5. 27.	17.

Le ſens du mouvement eſt direct comme celui des autres Planètes.

Même page, tout au bas, ajoutez :

Depuis l'impreſſion de cette page, on a obſervé trois nouvelles Comètes.

Comète de 1783.

Cette Comète étoit inviſible à la vue ſimple, ſans queue, d'une lumière très-foible : il étoit difficile d'éclairer les fils du micromètre, ſans la faire diſparoître. M. Pigott la découvrit à Yorck le 20 Novembre à $10^h\ 54'\ 4''$, temps moyen réduit au Méridien de l'Obſervatoire de Paris; elle étoit en $1^s 9^d 2' 36''$, avec $10^d 30' 55''$ de latitude auſtrale. M. Pigott en envoyant ſon obſervation à M. Méchain, lui mande qu'elle pourroit être en erreur d'une demi-minute ſur l'aſcenſion droite, & de deux minutes au plus ſur la déclinaiſon. M. Godrich obſerva cette même Comète à Yorck le 24 Novembre, à $8^h\ 17'\ 8''$, temps moyen, Méridien de Paris, en $1^s 7^d 20' 41''$; latitude auſtrale $4^d 43' 18''$; elle a été obſervée fréquemment à Paris par M. Méchain, depuis le 26 Novembre juſqu'au 21 Décembre, & par M. Meſſier, depuis le 27 Novembre juſqu'au même jour 21 Décembre. M.^rs le Préſident de Saron, Méchain & le Chevalier d'Angos ont calculé l'orbite de cette Comète; ils n'ont pu en déterminer une qui ſatisfît pleinement aux obſervations, peut-être à cauſe de la difficulté qu'il y avoit à obſerver la Comète. Voici la théorie de M. Méchain.

Lieu du nœud aſcendant.........	$1^s\ 24^d\ 13'\ 50''$.
Inclinaiſon....................	53. 9. 9.
Lieu du périhélie..............	1. 15. 24. 46.
Paſſage au périhélie, Novembre....	$15^j\ 5^h\ 53'\ 23''$.
Logarithme de la diſtance périhélie..	0,194606.
Sens du mouvement.............	Direct.

Il paroît par ces élémens que cette Comète a paſſé le plus près qu'il étoit poſſible de la Terre, & cependant, il étoit extrêmement difficile de l'obſerver, on ne pouvoit la découvrir à la vue ſimple. Concluons qu'elle peut revenir ſouvent

à ſon périhélie, ſans être aperçue; il en eſt probablement de même d'un aſſez grand nombre d'autres Comètes.

1784. PREMIÈRE COMÈTE.

M. de la Nux, Conſeiller au Conſeil ſupérieur de l'île de Bourbon, m'a écrit que cette Comète y avoit été vue dès le 15 de Décembre 1783; il ne l'obſerva lui-même que le 3 de Janvier 1784. On ne pouvoit l'obſerver alors en Europe; ſa déclinaiſon étoit trop auſtrale; on la vit au cap de Bonne-eſpérance, le 10 Janvier; le 16 à la Guadeloupe; le 20 à Malte: les obſervations de M. le Chevalier d'Angos, faites en cette dernière île, procureront ſans doute beaucoup de facilité pour déterminer une bonne théorie des mouvemens de cette Comète. Enfin, M.rs de Caſſini fils & Méchain l'obſervèrent à Paris le 24 Janvier. On auroit pu la voir plus tôt, mais le mauvais temps de cet hiver y a mis obſtacle: & cette même cauſe a empêché d'en multiplier les obſervations. M. Méchain cependant l'a encore obſervée ſept fois en Février, & une huitième ou plutôt une neuvième fois le 1.er Mars. M. Meſſier, outre pluſieurs obſervations faites en Février & dans les premiers jours de Mars, obſerva encore cette Comète le 11 Mars. Au commencement de ſon apparition à Paris, elle étoit aſſez belle; le diamètre de ſa tête étoit de 33 ſecondes, ſa queue de 2 à 3 degrés, on la voyoit facilement à la vue ſimple. Je ne rapporte pas les obſervations, on les trouvera dans le Recueil des Mémoires de l'Académie. Sur ſes premières obſervations, M. Méchain a calculé les élémens ſuivans de l'orbite de la Comète.

Lieu du nœud aſcendant........	$1^s\ 26^d\ 44'\ 2''$.
Inclinaiſon.................	51. 15. 1.
Lieu du périhélie..............	2. 20. 39. 22.
Paſſage au périhélie, Janvier.......	$21^j\ 4^h\ 48'\ 0''$.
Logarithme de la diſtance périhélie..	9,850132.
Sens du mouvement............	rétrograde.

M. Méchain

M. Méchain n'a donné cette orbite que comme approchée; il en a seulement conclu qu'après la conjonction de la Comète avec le Soleil, on pourroit encore la revoir au mois de Mai. En effet, le 9 Mai, elle reparut; M. Méchain l'observa jusqu'au 21, & M. Messier jusqu'au 26 du même mois. Dans cette seconde apparition, sa lumière étoit extrêmement foible. M. Méchain se propose de perfectionner la théorie qu'il a donnée de l'orbite de cette Comète; mais il ne pourra le faire qu'après avoir déterminé la vraie position des petites Étoiles auxquelles il a comparé la Comète, tant au mois de Mai qu'en celui de Février; c'est de quoi il va incessamment s'occuper.

1784. Deuxième Comète.

Cette seconde Comète a été découverte à Malte, par M. le Chevalier d'Angos. Voici un extrait de sa Lettre à M. Messier, en date du 15 Avril 1784.

« J'ai découvert une nouvelle Comète, le 11 Avril, dans la constellation du Renard; elle est fort petite, sans queue, « & n'a qu'une légère apparence de nébulosité. Je la pris pour « une nébuleuse; cependant je déterminai exactement sa position; je ne pus la voir le lendemain à cause du brouillard. « Le 13, je fus assuré que c'étoit une Comète, mais les nuages « m'empêchèrent de l'observer. Le 14, je ne fus pas plus « heureux, je vis seulement à peu-près la direction de son « mouvement; mais je l'ai bien observée aujourd'hui 15; je « l'ai jugée un peu plus lumineuse; peut-être cela vient-il de « ce que l'atmosphère étoit plus pure. Voici mes premières « observations de chaque jour : «

Le 11 Avril, à $2^h\,31'$ du matin, temps vrai, ascension « droite de la Comète $315^d\,18'$, déclinaison boréale $22^d\,21'$. «

Le 15, à $3^h\,18'$, ascension droite $307^d\,55'$, déclinaison « boréale $15^d\,28'$ ».

Deux observations ne peuvent suffire pour calculer l'orbite de cette Comète; M. le Chevalier d'Angos en aura peut-

être fait d'ultérieures. M. Messier n'ayant reçu la Lettre que le 14 Mai, a cherché inutilement la Comète; ou elle s'étoit trop écartée de la Terre, ou sa déclinaison étoit devenue trop australe.

Page 114, ligne 6, d'orbites planétaires, *lisez,* de routes planétaires.

Ibid. à la note, cap. XXIV, XXV, *lisez,* cap. XXIII, XXIV.

Page 125, ligne 30, après l'Écliptique, *il ne faut qu'une virgule.*

Ibid. ligne dernière, après une heure, *il faut une virgule.*

Page 122, lignes 23 & 24, dix-sept mille soixante-dix-sept ans, *lisez* 170,77 ans, *c'est-à-dire,* cent soixante-dix ans & $\frac{77}{100}$ d'années.

Page 129, ligne 16, 1772, *lisez* 1779.

Ibid. ligne 18, del a, *lisez* de la.

Page 135, ligne dernière, ajoutez: Cependant M. Méchain, ayant rassemblé toutes les observations de la Comète de 1532, & les ayant soumises à un nouveau calcul, a trouvé que l'orbite de cette Comète différoit sensiblement de celle qui avoit été déterminée par Halley; & la différence ne favorise pas l'opinion commune de l'identité des Comètes de 1532 & de 1661. Il faut attendre l'année 1790.

Page 140, ligne 33, Chrétie ne, *lisez* Chrétienne.

Page 159, ligne 23, auroient régné, *lisez* auront régné.

Page 160, ligne 13 & suivantes. Je ne trouve donc rien, &c. Nous n'avons ici en vue que le Système de Whiston, sur la création, le déluge, & la conflagration finale de la Terre. Nous ne prétendons approuver en aucune manière ce qu'il ajoute sur le règne de mille ans.

Page 191, ligne 3, de l a, *lisez* de la.

Page 223, ligne 7, 22′, *lisez* 22″.

Page 233, ligne 30, 7^h 14′, *lisez* 7^h 24′.

Page 240, ligne dernière, de 15, *lisez* de 15′.

Page 245, ligne 26, o, lisez *t.*

Page 253, dernier mot, al, *lisez* la.

Page 258, ligne 3, d urne, *lisez* diurne.

Page 263, ligne 18, $5^d 24' 26''$, *lisez* $5^d 54' 26''$.

Page 277, ligne 16, $\epsilon' - \frac{e'}{\eta'}$, *lisez* $\epsilon' = \frac{e'}{\eta'}$.

Page 286, ligne dernière, desa co njonction, *lisez* de sa conjonction.

Page 296, lignes 23 & 25, Tang. $(AE - \frac{1}{2}AC)$, *lisez* Tang. $(AE + \frac{1}{2}AC)$. Il n'y a point d'erreur dans l'exemple.

Page 297, ligne 9, ED, ES, *lisez* ED, DS.

Page 305, ligne 14, ajoutez : cette réduction se fera plus facilement encore, avec le secours de notre cinquième Table, *pour réduire les arcs de cercle en parties du rayon.*

Page 318, ligne 8, $+ H$, *lisez* $+ \Pi H$.

Page 323. F employé dans cette page a la même valeur que f de la *page 317.*

Page 325, lignes 20 & 21, différence, *lisez* différences.

Page 328, ligne 25, Du double, *lisez* Du logarithme du double.

Page 340, ligne 26, $\frac{\sqrt{(2\pi + p)}}{\sqrt{p}}$, *lisez* $\frac{\sqrt{(2\pi - p)}}{\sqrt{p}}$.

Page 348, ligne 8, l'angle *CAM*, *lisez* l'angle *CAN.*

Page 362, lignes 22 & 23, $r'' = \varrho'' \text{cos.} \lambda''$, *lisez* $r'' = \frac{\varrho''}{\text{cos.} \lambda''}$.

Page 364, ligne 3, $= C''' - C'''$, *lisez* $= C''' - C''$.

Ibid. ligne 11, dans le triangle $C''' l o$, *lisez* dans le triangle $C''' k \lambda$.

Ibid. ligne 12, fin. $C' K C'''$, *lisez* $C' k C'''$.

Page 382, alinea, Puisqu'on suppose, *ligne 2, SCN, lisez STN.*

Page 396, ligne 18, quatrième colonne, 1. 35. 20 + *y*, *lisez* 1. 34. 20 + *y*.

Page 429, ligne 16, l'erreur de l'hypothèse est marquée — 0,02103; elle est réellement de 0,02203. Cette faute, qui nous est échappée, & dont nous nous apercevons trop tard, n'influe pas sur le résultat final de l'opération.

Page 431, ligne 9, $69^{d} 7' 54''$, *lisez* $69^{d} 7' 58''$.

Page 445, ligne 21, fignre 33, *lisez* figure 33.

Page 447, ligne 1, une ligne qui passe par le foyer *S*, & qui soit, *lisez* une ligne qui passât. . . . . . & qui fût.

Page 450, lignes 6 & 13, 27,403862, *lisez* 27,403384.

Pages 453 & 454, au lieu de figure 35, *lisez par-tout,* figure 37.

Page 458, ligne 4, 1,6985700, *lisez* 1,6989700.

Ibid. ligne 13, 15 jours, *lisez* 5 jours.

L'erreur de la ligne 4 influe sur le calcul suivant : en la corrigeant, on trouvera, *ligne 7,* 1165. 258 jours, & *lignes 15 & 16,* $145^{d} 20' 17''$ pour anomalie vraie.

Page 463, ligne 19, 0,89580, *lisez* 0,089580.

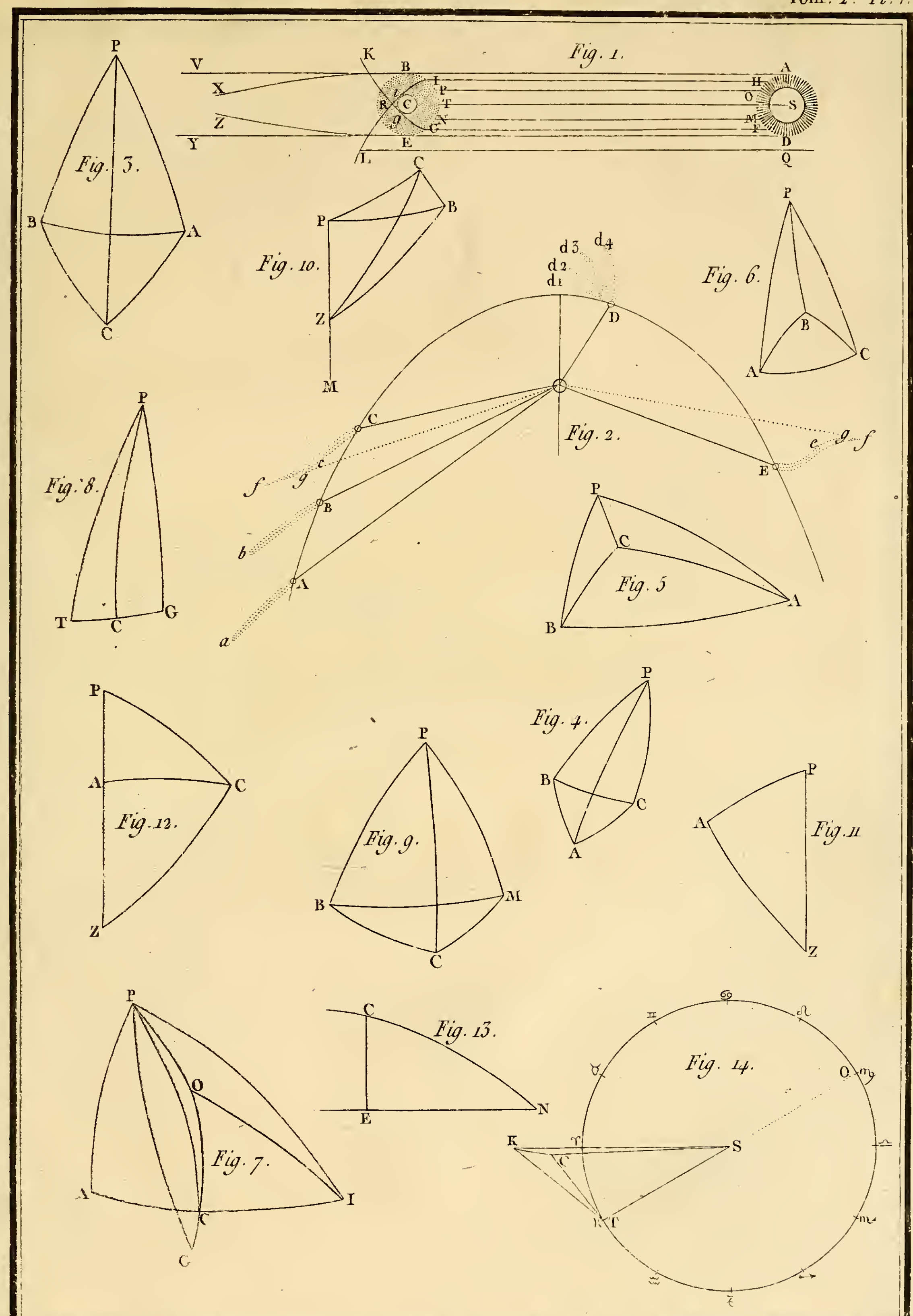


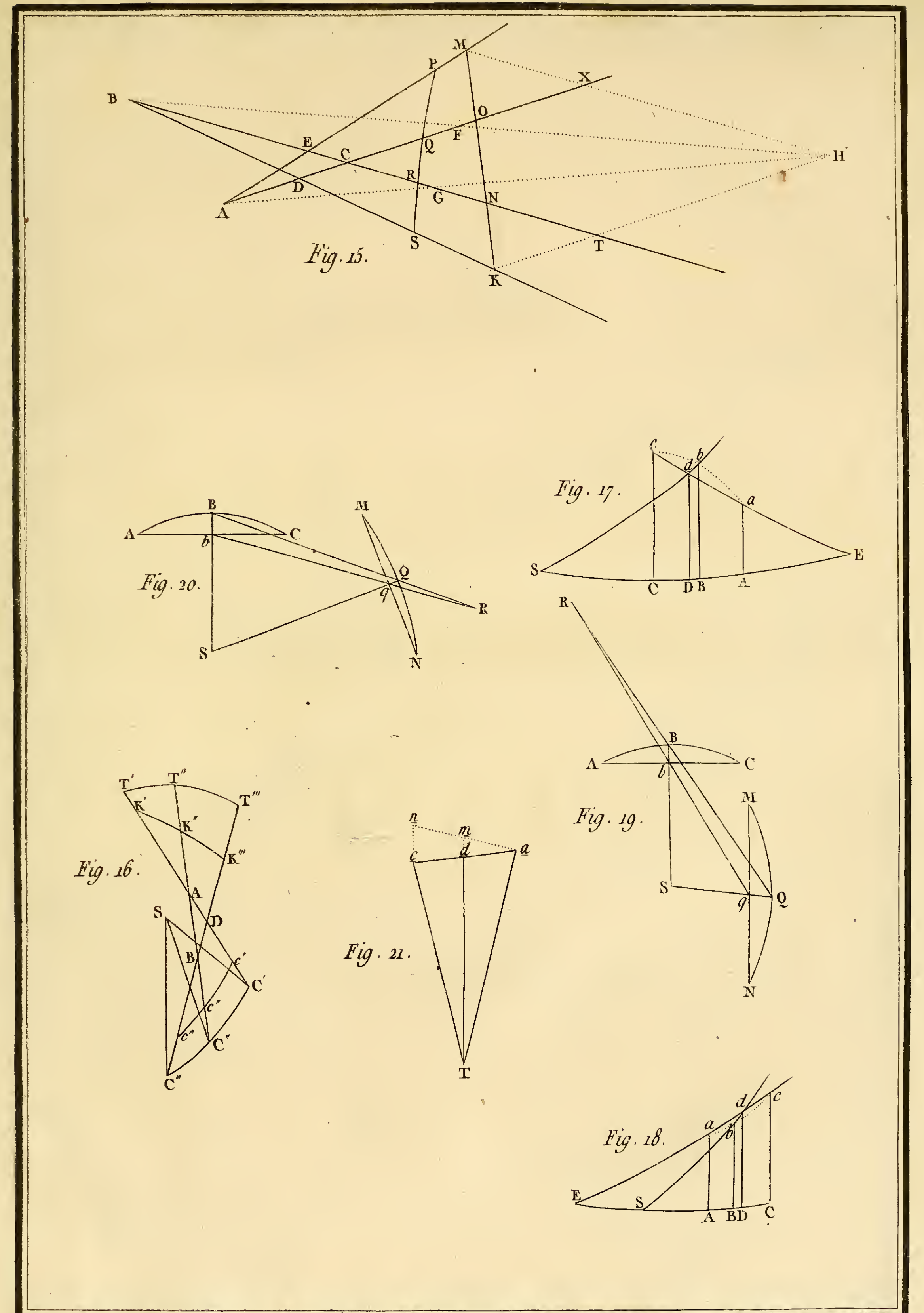
APPENDICE
À LA PREMIÈRE PARTIE.

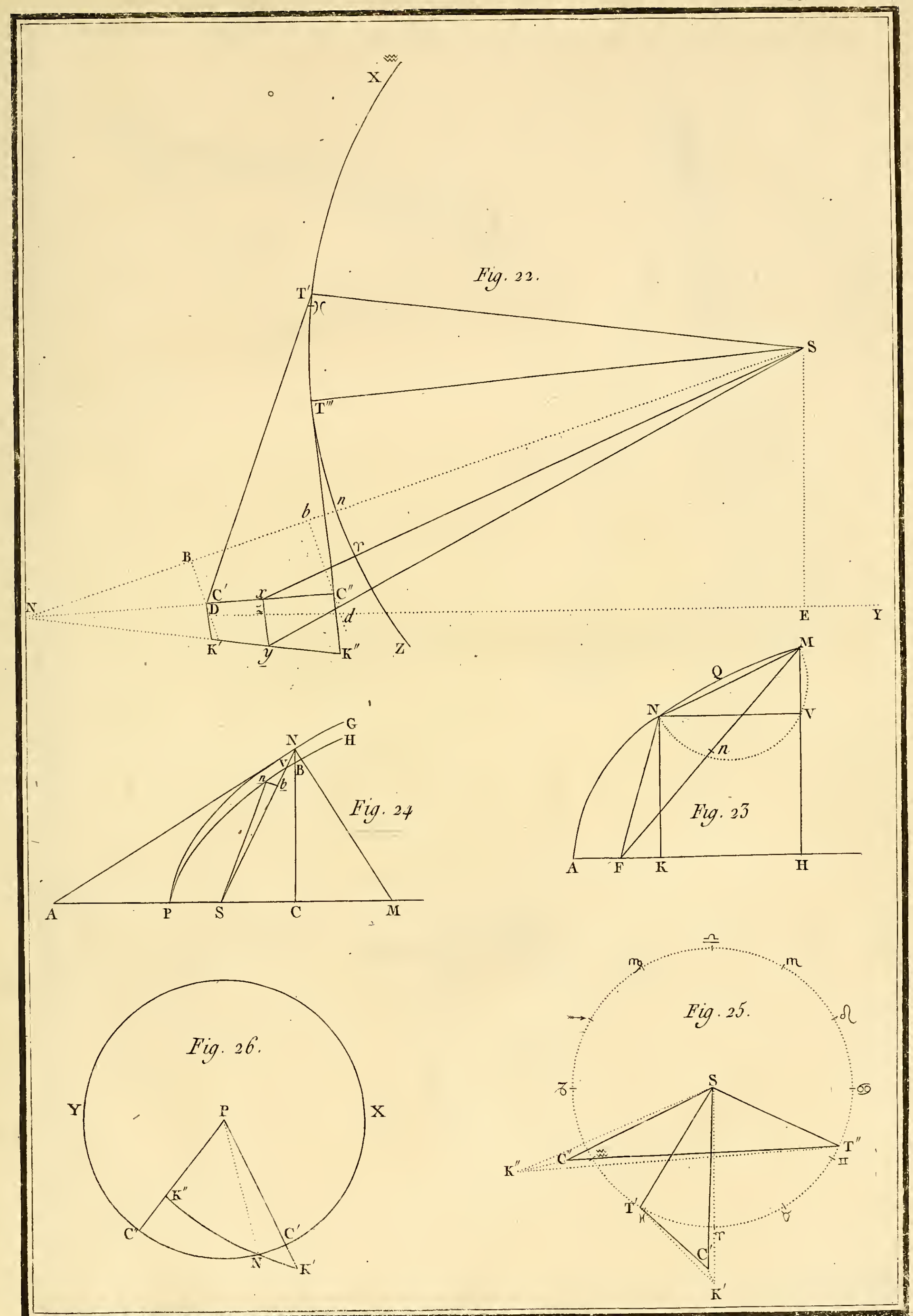
Nous avions préparé un onzième Chapitre qui devoit terminer la première Partie de cet Ouvrage. Nous y exposions & nous y réfutions le Systême du P. Berthier, Prêtre de l'Oratoire, sur la nature & les mouvemens des Comètes. Deux considérations nous ont engagés à supprimer ce Chapitre; premièrement nous n'avons pas voulu contrister un Vieillard respectable, dont la candeur, l'innocence de mœurs, la douceur & l'affabilité de caractère exigeoient de nous toutes sortes d'égards. De plus, nous avons considéré que dans les Chapitres précédens, & sur-tout dans le premier Chapitre de la troisième Partie, le Systême du P. Berthier se trouveroit suffisamment réfuté. En cette année 1784, on a publié une brochure, sous le titre de *Théorie des Comètes*, par M. P. D. L. C. Le sentiment de l'Auteur est à peu-près le même que celui du P. Berthier; ils pensent l'un & l'autre que les Comètes surlunaires & sublunaires sont de même nature, c'est-à-dire, qu'elles sont toutes de simples météores; le nouvel Auteur diffère cependant du P. Berthier à certains égards. Il n'est ni Cartésien, ni Newtonien : les Comètes *ne sont*, selon lui, *que des espèces d'Étoiles filantes employées pour purifier le fluide éthéré*, *en consumant la surabondance des parties inflammables*, *& en fixant les autres en terre & en eau* (page 22). Nos fusées volantes, dit-il, quelques lignes plus bas, sont de vraies Comètes artificielles. Quant au mouvement, il pense, *page 18*, que *les Comètes décrivent des lignes parfaitement droites*, &c. Nous ne nous arrêterons pas à réfuter directement ces idées; nous l'avons suffisamment fait dans tout le cours de cet Ouvrage: nous ne faisons même mention de cette nouvelle *Théorie des Comètes*, que pour prouver à l'Auteur que nous l'avons lûe, & cela dans la plus ferme

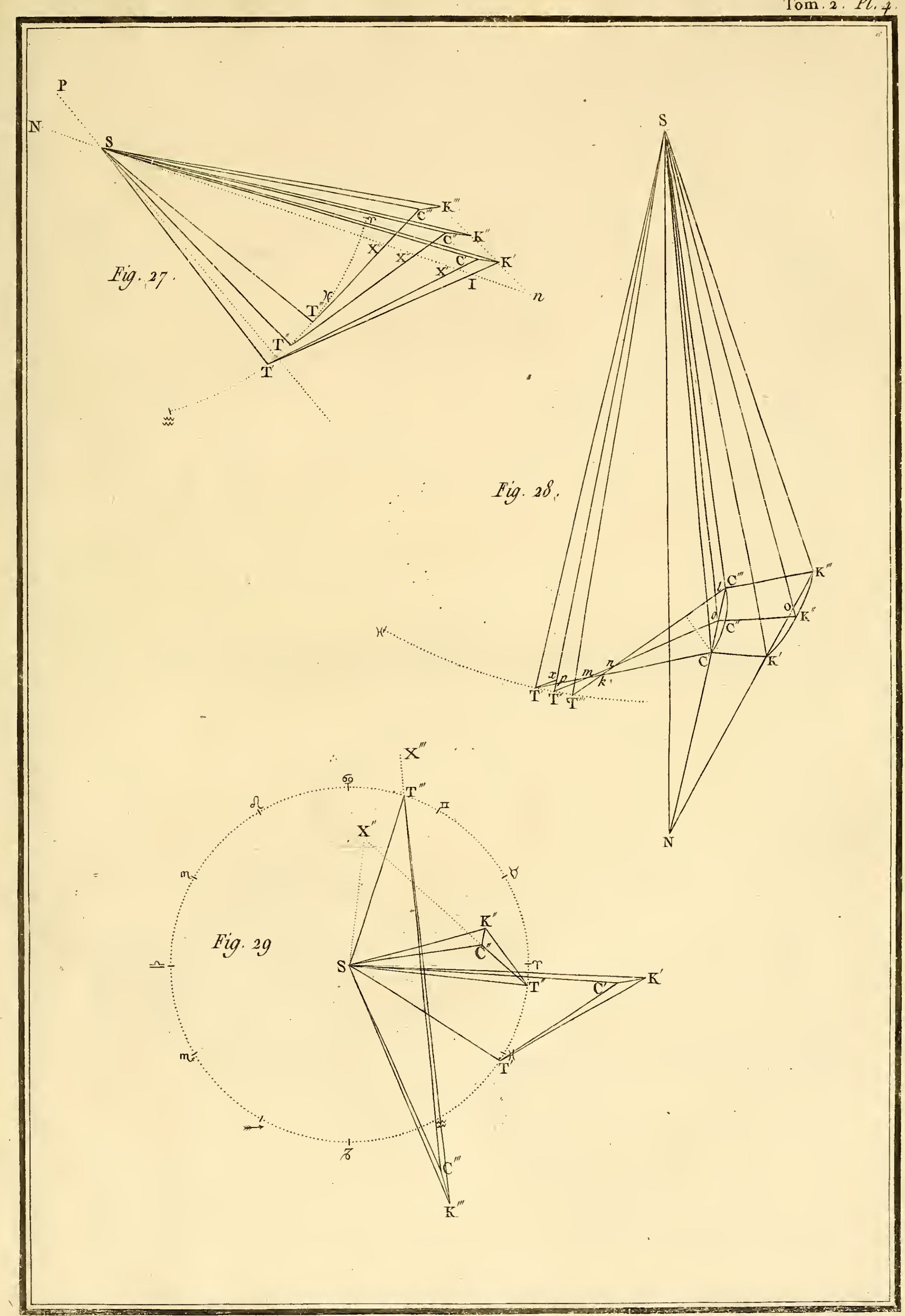
intention de profiter des nouvelles vérités que nous aurions pu y découvrir; & malheureusement nous n'y en avons trouvé aucune; l'Auteur dira sans doute que c'est un effet de nos préjugés. Nous exhortons cet Auteur & tous les adversaires des Cométo-planètes à se défaire des leurs, à chercher de bonne foi la vérité, & à prendre les voies qui y conduisent le plus directement. La plus assurée de toutes est celle du calcul, & l'Auteur ne l'a certainement pas suivie. S'il l'eût fait, & si de plus il eût consulté les Auteurs qu'il cite, il se seroit facilement convaincu que la route véritable des Comètes autour du Soleil, est aussi régulière que celle des Planètes, que ce n'est point à des *illusions d'optique*, que nous avons recours pour expliquer leurs stations & leurs rétrogradations, qu'il est impossible de rapporter tous leurs mouvemens à une orbite parfaitement rectiligne; pour mettre les Newtoniens en contradiction les uns avec les autres, il n'auroit pas transformés en Newtoniens la Hire, Jean-Dominique Cassini, Jacques Bernoulli, encore jeune, &c. Il n'auroit pas avancé qu'Halley avoit prédit que la Comète de 1682 reviendroit dès l'an 1757; il auroit conçu le vrai sens de ce que nous disons, *que nous manquons d'une méthode sûre & facile pour déterminer l'orbite des Comètes*, &c. &c. Le mal dans tout ceci est que ces Messieurs combattent un Système qu'ils n'entendent pas, & qu'ils ne savent pas manier les armes qui seroient seules capables de le renverser, si la vérité pouvoit jamais être contraire à elle-même.

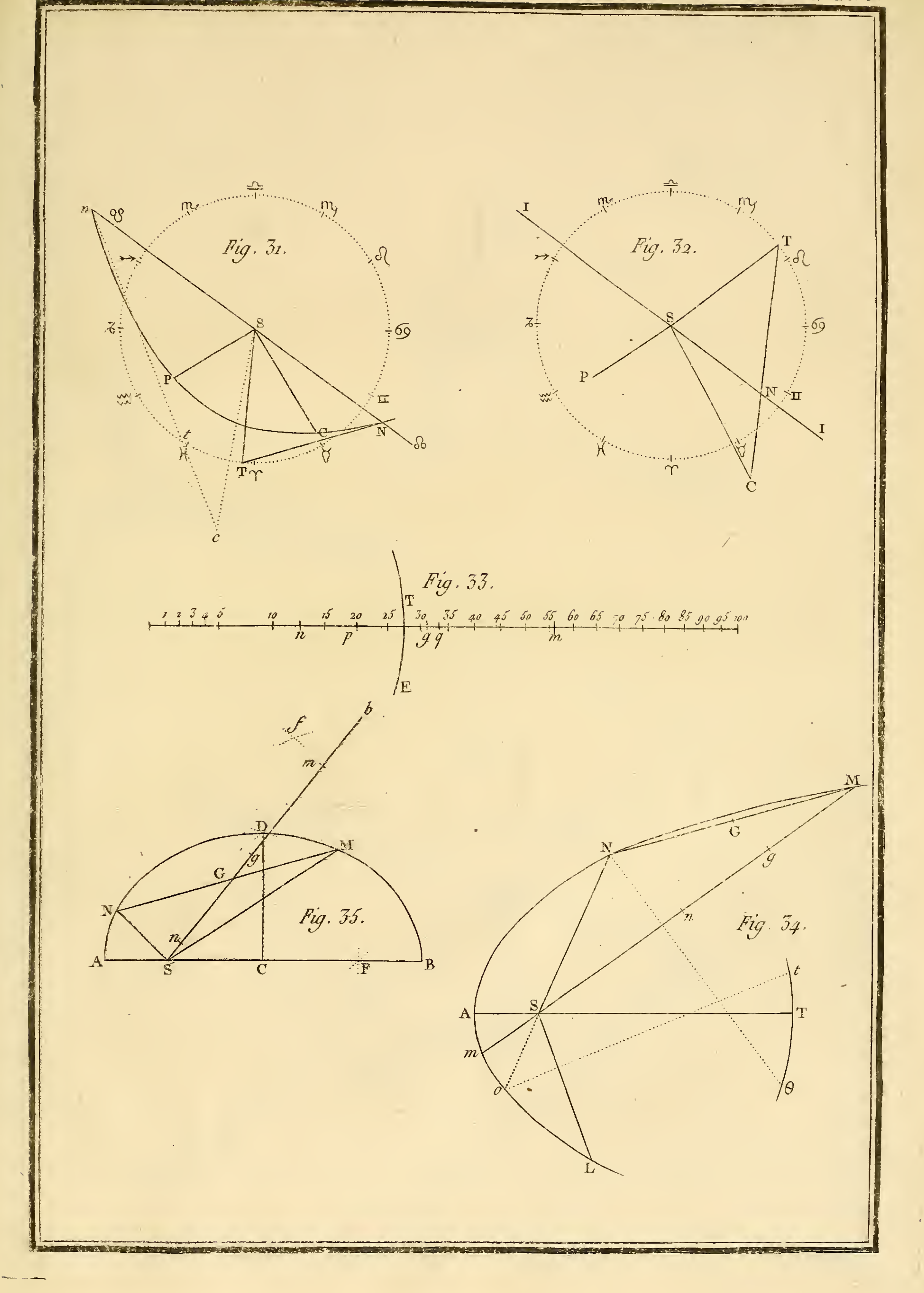
FIN.

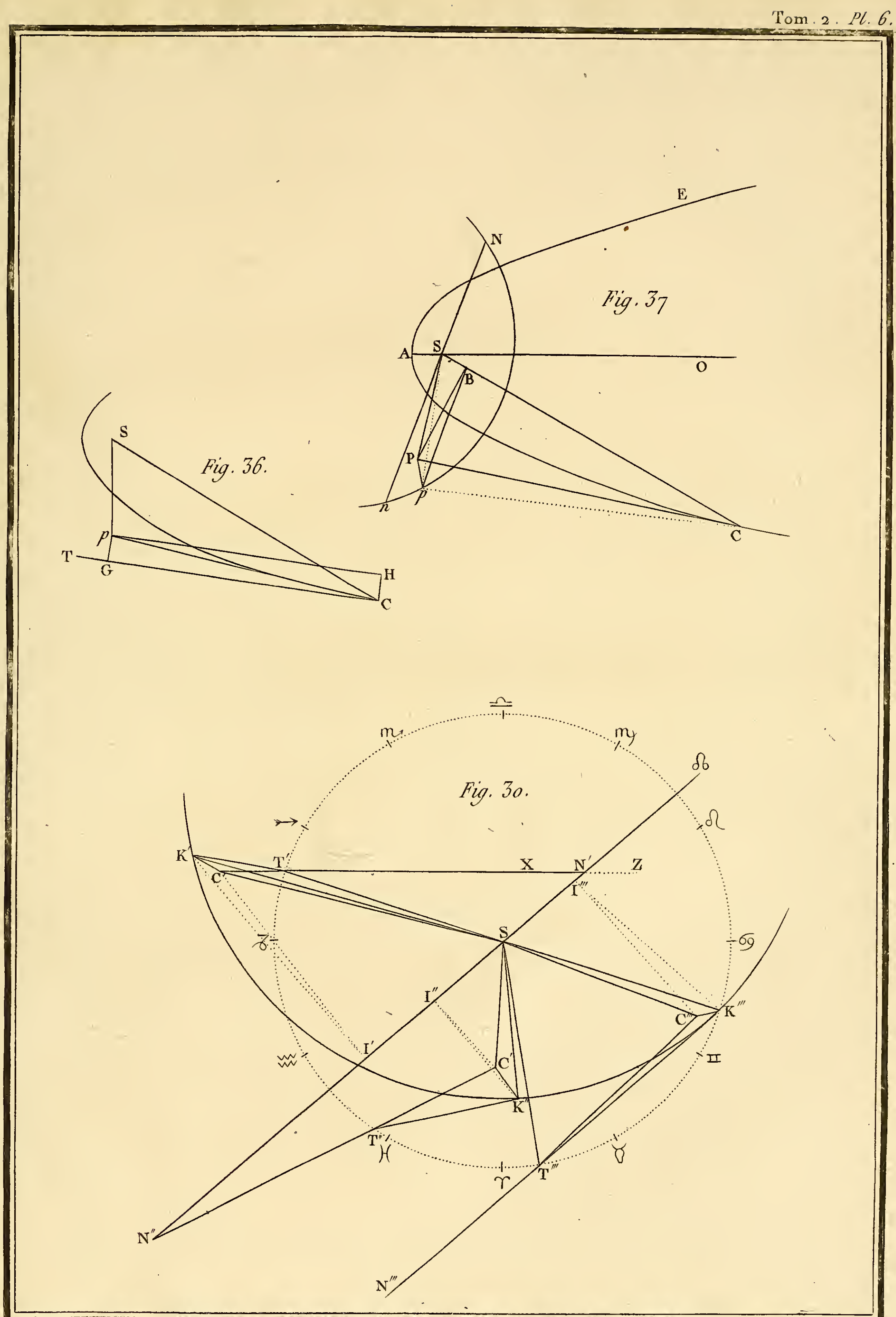

Fig. 1.
V
X
Z
Y
K
B
I
P
T
N
G
R
C
g
E
L
A
H
O
S
M
F
D
Q
Fig. 3.
P
B
A
C
Fig. 10.
C
P
B
Z
M
Fig. 2.
d1
d2
d3
d4
D
C
B
A
E
a
b
c
f
g
e
Fig. 6.
P
B
A
C
Fig. 8.
P
T
C
G
Fig. 5
P
C
A
B
Fig. 12.
P
A
C
Z
Fig. 9.
P
B
M
C
Fig. 4.
P
B
C
A
Fig. 11
P
A
Z
Fig. 7.
P
O
A
C
I
G
Fig. 13.
C
E
N
Fig. 14.
K
C
S
T
O


Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.


Fig. 22.
X
T′
T‴
S
n
b
B
C′
x
C″
N
D
d
E
Y
K′
y
K″
Z
Fig. 24
G
H
N
V
n
B
b
A
P
S
C
M
Fig. 23
M
Q
N
V
n
A
F
K
H
Fig. 26.
Y
P
X
K″
C″
C′
N
K′
Fig. 25.
S
T″
K″
C″
T′
C′
K′


Fig. 27.
P
N
S
K'''
C'''
K''
C''
C
K'
X
X''
X'
I
n
T'''
T''
T'
Fig. 28.
S
C'''
K'''
K''
C''
C
K'
x
p
m
n
k
T'
T''
T'''
N
Fig. 29
X'''
T'''
X''
K''
C''
S
T''
K'
C'
T'
C'''
K'''


Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35.


Fig. 37
E
N
A
S
O
B
P
p
n
C
Fig. 36.
S
p
T
G
H
C
Fig. 30.
K′
C′
T′
X
N′
Z
I‴
S
I″
I′
C″
K″
T″
T‴
C‴
K‴
N″
N‴



